1. 다음 보기에서 이차함수인 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $y=2$　　㉡ $y=4x-2$

㉢ $y=2x(x-1)$　　㉣ $y=\dfrac{1}{x^2}$

㉤ $y=\dfrac{1}{2}(x+1)(x-3)$　　㉥ $y=(x+1)^2-x^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

㉣은 분수함수이고 ㉥은 정리하면 $y=2x+1$ 이므로 이차함수가 아니다.

2. 이차함수 $y = x^2 + 2x + 4$ 에서 $f(-2) + f(3)$ 의 값은?

① 1 ② 5 ③ 13 ④ 23 ⑤ 33

해설

$f(-2) = (-2)^2 + 2 \times (-2) + 4 = 4$
$f(3) = 3^2 + 2 \times 3 + 4 = 19$
$\therefore\ f(-2) + f(3) = 4 + 19 = 23$

3. 다음 이차함수의 그래프를 폭이 좁은 순으로 나열하여라.

㉠ $y=-\frac{1}{2}x^2$	㉡ $y=\frac{1}{5}x^2$	㉢ $y=x^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁다.

4. 이차함수 $y = x^2 + 4$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① y 축에 대하여 좌우대칭이다.

② 점 $(-2, 0)$ 을 지난다.

③ 꼭지점의 좌표는 $(0, 4)$ 이다.

④ x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다.

⑤ $y = -x^2 - 4$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

② 점 $(-2, 8)$ 을 지난다.
④ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

5. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 축의 방정식이 $x = 5$ 가 되도록 하는 것은?

① x 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동

② x 축의 방향으로 5 만큼 평행이동

③ y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동

④ x 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동

⑤ y 축의 방향으로 -5 만큼, x 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2$ 이고, 축의 방정식은 $x = p$ 이므로 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 5 만큼 평행이동하면 축의 방정식이 $x = 5$ 가 된다.

6. 이차함수 $y=\frac{1}{3}(x+2)^2$ 의 그래프에서 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 차례대로 구하면?

① $x=2,\ (2,\ 0)$ ② $x=2,\ (-2,\ 0)$

③ $x=-2,\ (2,\ 0)$ ④ $x=-2,\ (-2,\ 0)$

⑤ $x=-2,\ (0,\ -2)$

해설

$y=\frac{1}{3}(x+2)^2$ 의 축의 방정식은 $x=-2$ 이고 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ 0)$

7. 다음 ☐ 안을 알맞게 채워라.

이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 가 성립하기 위한 조건은 ☐ 이다.

다음 중 알맞은 것을 고르면?

① $\frac{a}{c} < 0$ ② $b > 0$ ③ $a \neq 0$

④ $ab > 0$ ⑤ $a > 0$

해설

$a = 0$ 이면 $y = 0 \times x^2 + bx + c$ 로 곧 일차함수 $y = bx + c$가 된다.

8. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + 1$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(a,\ b)$ 이고, y 절편이 c 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$y = 2x^2 + 4x + 1$
$= 2\left(x^2 + 2x + 1 - 1\right) + 1$
$= 2(x + 1)^2 - 1$
꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ -1)$ 이므로 $a = b = -1$
y절편이 c이므로
$c = 2 \times 0^2 + 4 \times 0 + 1$
$\therefore c = 1$
$\therefore\ a + b + c = -1$

9. 다음 이차함수의 그래프 중 모양이 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = 2x^2 - 1$　　② $y = 3x^2$

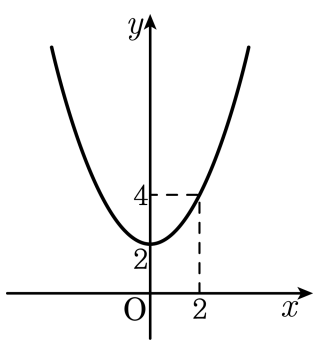
③ $y = -(x-1)^2 + 3$　　④ $y = \frac{3}{2}(x-3)^2$

⑤ $y = -5x^2 + 2x + 3$

해설

최고차항의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁으며, 음수이면 위로 볼록하다.

10. 다음 그래프의 이차함수가 점 $(a,\ 10)$ 을 지날 때, a 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)



▶ 답:

▷ 정답: $a = 4$

해설

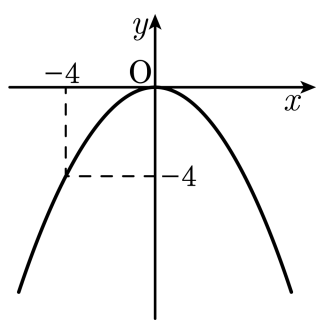
$y = ax^2 + 2$ 가 점 $(2,\ 4)$ 를 지나므로

$4 = a \times 2^2 + 2 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$

$y = \frac{1}{2}x^2 + 2$ 의 그래프가 점 $(a,\ 10)$ 을 지나므로

$10 = \frac{1}{2}a^2 + 2 \quad \therefore a = 4 (\because a > 0)$

11. 다음 그림의 이차함수의 그래프와 x 축 대칭인 그래프의 이차함수의 식은?



① $y=-3x^2$ ② $y=\frac{1}{4}x^2$ ③ $y=-\frac{1}{3}x^2$

④ $y=-2x^2$ ⑤ $y=-\frac{1}{4}x^2$

해설

$y=ax^2$ 에 $(-4,-4)$ 를 대입하면 $a=-\frac{1}{4}$

따라서 $y=-\frac{1}{4}x^2$ 이므로 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수는 $y=\frac{1}{4}x^2$ 이다.

12. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $a > 0$ 이면 아래로 볼록한 포물선이다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 0)$ 이다.

③ 직선 $x = 0$ 을 축으로 한다.

④ $y = -ax^2$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $a > 0$ 일 때, $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = \frac{1}{2}ax^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

해설

④ $y = -ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

13. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 함수의 식은?

① $y = -2x^2 + 12x - 18$　② $y = 12x^2 - 6x + 9$

③ $y = 2x^2 + 12x - 18$　④ $y = x^2 - 3x + 1$

⑤ $y = -2x^2 - x - 18$

해설

$y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향
으로 3 만큼 평행이동시키면
$y = -2(x - 3)^2$
이 식을 전개하면,
$\therefore y = -2x^2 + 12x - 18$

14. 다음 중 함수의 그래프가 x 축에 대하여 대칭인 것은 모두 몇 쌍인지 구하여라.

㉠ $y=-x^2$	㉡ $y=4x^2$	㉢ $y=-\frac{3}{2}x^2$
㉣ $y=-4x^2$	㉤ $y=\frac{3}{2}x^2$	㉥ $y=-2x^2$
㉦ $y=\frac{1}{2}x^2$	㉧ $y=\frac{2}{3}x^2$	

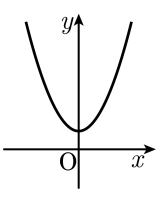
▶ 답 : 쌍

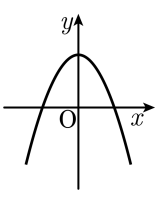
▷ 정답 : 2쌍

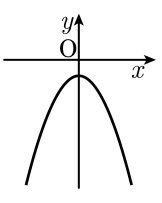
해설

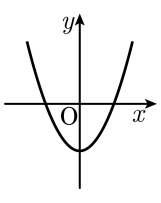
㉡와 ㉣, ㉢와 ㉤

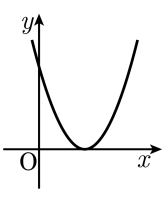
15. $a < 0$, $q < 0$ 일 때, 이차함수 $y = -ax^2 + q$ 의 그래프로 알맞은 것은?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

이차함수의 그래프 $y = -ax^2 + q$ 에서 $a < 0$ 이므로 $-a > 0$ 이다.
따라서 아래로 볼록이다.
또한, 이차함수 $y = -ax^2 + q$ 꼴의 그래프는 대칭축이 $x = 0$ 이다.
$q < 0$ 이므로 y 축 아래에 꼭짓점이 존재한다.
따라서 답은 ④번이다.

16. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3만큼 평행이동시키면 점 $(a, -2)$ 를 지난다. a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: -3

▷ 정답: -5

해설

$y = 2x^2 + 4x - 2 = 2(x+1)^2 - 4$를 x축의 방향으로 -3만큼 평행이동시키면

$y = 2(x+1+3)^2 - 4$

$= 2(x+4)^2 - 4$

$= 2x^2 + 16x + 28$

$(a, -2)$ 를 대입하면

$2a^2 + 16a + 28 = -2$

$a^2 + 8a + 15 = 0$

$(a+3)(a+5) = 0$

$a = -3$ 또는 $a = -5$

17. 이차함수 $y = -(x+6)^2 + 3$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x < -6$

해설

이차함수 $y = -(x+6)^2 + 3$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x = -6$ 이다.
따라서 구하는 구간은 $x < -6$ 이다.

18. 이차함수 $y = x^2 - 6x + 5$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표와 y 축과 교점의 y 좌표를 구하면?

① x 의 좌표 : 2, 0 , y 의 좌표 : 0

② x 의 좌표 : –5, – 1 , y 의 좌표 : –5

③ x 의 좌표 : 1, – 3 , y 의 좌표 : $\frac{3}{2}$

④ x 의 좌표 : 1, 5 , y 의 좌표 : 5

⑤ x 의 좌표 : 0, 2 , y 의 좌표 : 0

해설

$y = 0$ 을 대입하면 $x^2 - 6x + 5 = 0$
$(x-1)(x-5) = 0 \therefore x = 1$ 또는 $x = 5$
$x = 0$ 을 대입하면 $y = 5$

19. 다음 이차함수 중 그래프가 모든 사분면을 지나는 것을 모두 골라라.

㉠ $y=-\frac{1}{2}x^2$	㉡ $y=-4x^2+8x$
㉢ $y=-2x^2+4$	㉣ $y=-x^2-2x-2$
㉤ $y=-5x^2-4x+1$	

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉤

해설

㉠ $y=-\frac{1}{2}x^2$: 꼭짓점이 $(0,0)$ 이고, y 절편은 0 인 위로 볼록한 그래프로, 제3, 4 사분면을 지난다.

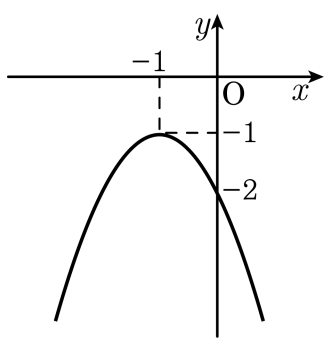
㉡ $y=-4x^2+8x=-4(x-1)^2+4$: 꼭짓점이 $(1,4)$ 이고, y 절편은 0 인 위로 볼록한 그래프로, 제1, 3, 4 사분면을 지난다.

㉢ $y=-2x^2+4$: 꼭짓점이 $(0,4)$ 이고, y 절편은 4 인 위로 볼록한 그래프로, 제1, 2, 3, 4 사분면을 지난다.

㉣ $y=-x^2-2x-2=-(x+1)^2-1$: 꼭짓점이 $(-1,-1)$ 이고, y 절편은 -2 인 위로 볼록한 그래프로, 제3, 4 사분면을 지난다.

㉤ $y=-5x^2-4x+1=-5\left(x+\frac{2}{5}\right)^2+\frac{9}{5}$: 꼭짓점이 $\left(-\frac{2}{5},\frac{9}{5}\right)$ 이고, y 절편은 1 인 위로 볼록한 그래프로, 제1, 2, 3, 4 사분면을 지난다.

20. 다음 포물선의 함수식을 바르게 나타낸 것은?



① $y = -(x+1)^2 - 1$ ② $y = -(x-1)^2 - 1$

③ $y = -2(x+1)^2 - 2$ ④ $y = -2(x-1)^2 - 1$

⑤ $y = -2(x+1)^2 - 1$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -1)$ 이고, 지나는 점은 $(0, -2)$ 이므로 $y = a(x+1)^2 - 1$ 에서 지나는 점 $(0, -2)$ 를 대입하면 $-2 = a(0+1)^2 - 1$, $a = -1$ 이다.
따라서 $y = -(x+1)^2 - 1$ 이 된다.

21. 다음 중 꼭짓점의 좌표 $(2,\ -6)$, 대칭축의 방정식 $x=2$, y 축과의 교점의 좌표 $(0,\ -10)$ 인 이차함수는?

① $y=x^2-2x-3$ ② $y=x^2-4x+5$

③ $y=-x^2-2x+3$ ④ $y=-x^2+4x-10$

⑤ $y=2x^2-4x+5$

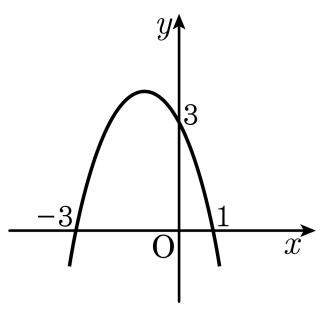
해설

$y=a(x-2)^2-6$ 에 $(0,-10)$ 을 대입한다.

$a=-1$

$\therefore y=-x^2+4x-10$

22. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $a + b + c$ 의 값은 얼마인가?



① -6 ② -2 ③ 0 ④ 4 ⑤ -4

해설

x 절편이 $-3, 1$ 이므로 $y = a(x+3)(x-1)$
y 절편이 3 이므로 $(0, 3)$ 을 대입하면
$3 = -3a$
$\therefore\ a = -1$
따라서 구하는 식은
$y = -(x+3)(x-1) = -x^2 - 2x + 3,\ b = -2, c = 3$
$\therefore a + b + c = 0$

23. 이차함수의 최댓값 또는 최솟값과 그 때의 x 의 값이 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $y = 2x^2 \rightarrow x = 0$ 일 때, 최솟값 0

② $y = -3x^2 + 4 \rightarrow x = 0$ 일 때, 최댓값 4

③ $y = -(x+3)^2 \rightarrow x = -3$ 일 때, 최댓값 0

④ $y = -(x+2)^2 - 1 \rightarrow x = -2$ 일 때, 최댓값 -1

⑤ $y = 2x^2 + 4x + 1 \rightarrow x = -1$ 일 때, 최솟값 1

해설

⑤ $y = 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + 1$
$y = 2(x+1)^2 - 1$
따라서 $x = -1$ 일 때 최솟값 -1 을 갖는다.

24. 이차함수 $y = \frac{3}{2}x^2 + 6x - 3$ 은 $x = a$ 일 때, 최솟값 b 를 갖는다고 한다. $a - b$ 의 값을 구하면?

① -8 ② -5 ③ 3 ④ 7 ⑤ 11

해설

$y = \frac{3}{2}(x^2 + 4x) - 3 = \frac{3}{2}(x+2)^2 - 9$ 에서

$a = -2$, $b = -9$

그러므로 $a - b = 7$ 이다.

25. 이차함수$y = x^2 - 6x - 10$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -19

해설

$y = x^2 - 6x - 10 = (x - 3)^2 - 19$
$x = 3$ 일 때, 최솟값은-19 이다.

26. $x = 0$ 일 때, 최댓값 -1 을 갖고 한 점 $(2, -3)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = -2(x+1)^2 - 4$　② $y = (x-2)^2 - 3$

③ $y = -2(x-1)^2 + 3$　④ $y = -(x+1)^2 + 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

해설

꼭짓점이 $(0, -1)$ 이므로 $y = ax^2 - 1$

$(2, -3)$ 을 대입하면 $-3 = 4a - 1$

$a = -\frac{1}{2}$

$\therefore\ y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

27. 세 점 $(0,-8),(1,-5),(3,-5)$를 지나는 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(1,\ -3)$ ② $(1,\ 4)$ ③ $(-2,\ 3)$

④ $(2,\ -3)$ ⑤ $(2,\ -4)$

해설

$y=ax^2+bx+c$로 놓고 세 점을 각각 대입하면

$c=-8,\ a+b-8=-5,\ 9a+3b-8=-5$

$\therefore a=-1,\ b=4,\ c=-8$

$\therefore y=-x^2+4x-8$

$\quad =-(x-2)^2-4$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2,-4)$이다.

28. 이차함수 $y = -x^2 + 4ax - b$ 의 최댓값은 5 이고, 점 $(2, 5)$ 를 지난다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$y = -x^2 + 4ax - b = -(x - 2a)^2 + 4a^2 - b$,
$4a^2 - b = 5 \cdots$ ㉠
$y = -x^2 + 4ax - b$ 에 $(2, 5)$ 대입하면
$b = 8a - 9 \cdots$ ㉡
㉡을 ㉠에 대입하면
$4a^2 - (8a - 9) = 5$, $(a - 1)^2 = 0$,
$\therefore\ a = 1$, $b = -1$,
따라서 $a + b = 1 + (-1) = 0$ 이다.

29. 이차함수 $y = 2x^2 - 2ax - 2a - 4$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$y = 2x^2 - 2ax - 2a - 4$$
$$= 2\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{2} - 2a - 4$$

y 의 최솟값 : $m = -\frac{a^2}{2} - 2a - 4$
$$= -\frac{1}{2}(a+2)^2 - 2$$

m 의 최댓값 : -2

30. 지면으로부터 초속 30m 로 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면 $h = 30t - 5t^2$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 가장 높이 올라갔을 때의 높이는?

① 60m ② 55m ③ 50m ④ 45m ⑤ 40m

해설

$$\begin{aligned} h &= 30t - 5t^2 \\ &= -5(t^2 - 6t + 9) + 45 \\ &= -5(t-3)^2 + 45 \end{aligned}$$