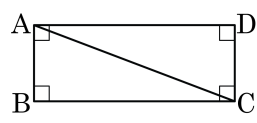


1. 다음 그림과 같은 직사각형에서 $\overline{AB} = 2$, $\overline{AC} = 4\sqrt{2}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



- ① $\sqrt{7}$ ② $\sqrt{14}$ ③ $\sqrt{21}$ ④ $2\sqrt{7}$ ⑤ $\sqrt{35}$

해설

피타고라스 정리에 따라서

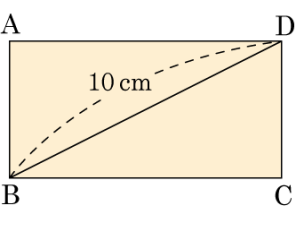
$$(4\sqrt{2})^2 = 2^2 + x^2$$

$$x^2 = 32 - 4 = 28$$

x 는 변의 길이이므로 $x > 0$

$$\therefore x = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

2. 다음 직사각형 ABCD 에서 가로의 길이는 세로의 길이의 2배이다. 대각선의 길이가 10 cm 일 때, 이 직사각형의 가로의 길이를 구하여라.



- ① $4\sqrt{5}$ cm ② $2\sqrt{5}$ cm ③ $5\sqrt{2}$ cm
④ $8\sqrt{5}$ cm ⑤ $3\sqrt{5}$ cm

해설

세로의 길이를 x cm 라고 하면

$$\sqrt{x^2 + (2x)^2} = 10$$

$$5x^2 = 100$$

$$x = 2\sqrt{5} \text{ cm}$$

따라서 가로의 길이는 $2x = 4\sqrt{5}$ cm 이다.

3. 가로와 세로의 길이의 비가 5 : 2 이고 대각선의 길이가 $2\sqrt{29}$ 인 직사각형의 둘레의 길이는?

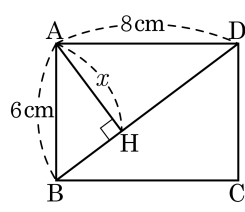
① 28 ② 20 ③ 18 ④ $10\sqrt{2}$ ⑤ $14\sqrt{2}$

해설

가로의 길이를 $5x$, 세로의 길이를 $2x$ 라고 하면,
직사각형의 대각선의 길이

$2\sqrt{29} = \sqrt{(5x)^2 + (2x)^2} = \sqrt{29}x$ 가 되어 $x = 2$ 이다.
따라서 가로의 길이와 세로의 길이는 각각 10, 4 이므로
직사각형의 둘레의 길이는 $2 \times 10 + 2 \times 4 = 28$ 이다.

4. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm 인 직사각형 ABCD 가 있다. 점 A 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 길이는?



- ① 4 cm ② 4.8 cm ③ $2\sqrt{6}$ cm
 ④ 5 cm ⑤ 5.2 cm

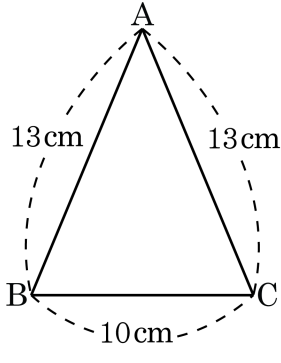
해설

$$\overline{BD} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10(\text{cm})$$

$$\triangle ABD \text{ 에서 } 10 \times x = 6 \times 8$$

$$\therefore x = 4.8(\text{cm})$$

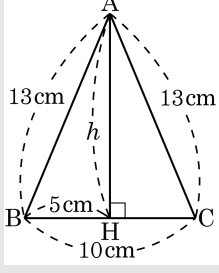
5. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = 13\text{ cm}$, $\overline{BC} = 10\text{ cm}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 60 cm^2

해설



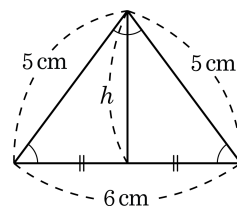
높이를 h 라고 하면

$$h = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12(\text{ cm})$$

$$\therefore (\text{넓이}) = 10 \times 12 \times \frac{1}{2} = 60(\text{ cm}^2)$$

6. 다음 그림과 같이 세 변의 길이가 각각 5 cm, 5 cm, 6 cm 인 이등변삼각형의 높이 h 는?

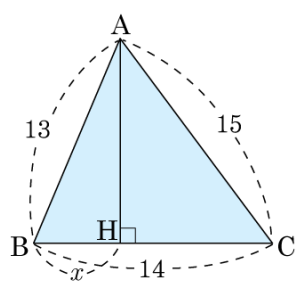
- ① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm
 ④ 4 cm ⑤ 5 cm



해설

$$h = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \text{ cm}$$

7. 다음 그림의 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}^2 - \overline{BH}^2 = \overline{AC}^2 - \overline{CH}^2$ 임을 이용하여 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

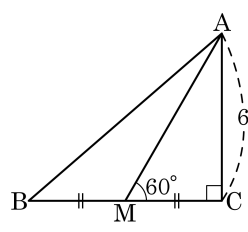
▷ 정답 : 5

해설

$$13^2 - x^2 = 15^2 - (14 - x)^2 \Rightarrow \therefore x = 5$$

8. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 의 길이는?

- ① $6\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{21}$ ③ $3\sqrt{19}$
 ④ $4\sqrt{17}$ ⑤ $12\sqrt{3}$



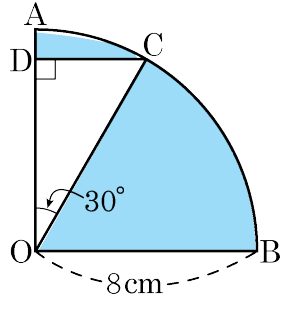
해설

$$1 : \sqrt{3} = \overline{CM} : 6$$

$$\therefore \overline{CM} = 2\sqrt{3}$$

$$x = \sqrt{6^2 + (4\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{21}$$

9. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 8cm 인 사분원에서 $\angle COA = 30^\circ$ 이고 $CD \perp OA$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이는 ?



- ① $(15\pi - 7\sqrt{3})\text{cm}^2$ ② $(15\pi - 8\sqrt{3})\text{cm}^2$
③ $(15\pi - 9\sqrt{3})\text{cm}^2$ ④ $(16\pi - 7\sqrt{3})\text{cm}^2$
⑤ $(16\pi - 8\sqrt{3})\text{cm}^2$

해설

$$\text{사분원의 넓이} = 8^2\pi \times \frac{1}{4} = 16\pi(\text{cm}^2)$$

$$\triangle ODC \text{ 에서 } \overline{OC} : \overline{DC} : \overline{DO} = 2 : 1 : \sqrt{3}$$

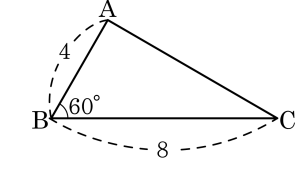
$$\overline{OD} = 4\sqrt{3}\text{cm}, \overline{CD} = 4\text{cm}$$

$$\triangle ODC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 4 = 8\sqrt{3}$$

$$\text{색칠한 부분의 넓이} = (16\pi - 8\sqrt{3})\text{cm}^2$$

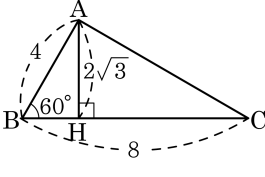
10. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이는?

- ① $4\sqrt{3}$ ② 8 ③ $6\sqrt{3}$
④ $7\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$



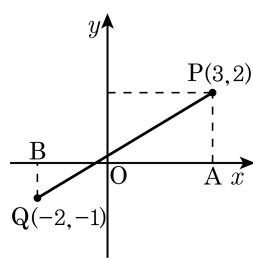
해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을
H 라 하면 $\triangle ABH$ 에서 $\overline{AH} : \overline{AB} =$
 $\overline{AH} : 4 = \sqrt{3} : 2$
 $\therefore \overline{AH} = 2\sqrt{3}$
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$



11. 다음 그림을 보고 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 점 P와 Q는 원점 대칭이다.
② $\overline{OP}$ 의 길이는 $\sqrt{5}$ 이다.
③ $\overline{AB}$ 의 길이는 5이다.
④ $\overline{OQ}$ 의 길이는 $\sqrt{5}$ 이다.
⑤ $\overline{PQ}$ 의 길이는 $\sqrt{10}$ 이다.



해설

- ① 점 P와 Q는 원점 대칭이 아니다.
② $\overline{OP}$ 의 길이는 $\sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$ 이다.
③ $\overline{AB}$ 의 길이는 $3 + 2 = 5$ 이다.
⑤ $\overline{PQ}$ 의 길이는 $\sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34}$ 이다.

12. 세 점 A(2, -5), B(3, 7), C(-4, 6) 을 꼭짓점으로 하는 삼각형이 어떤 삼각형인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 예각삼각형

해설

A(2, -5), B(3, 7), C(-4, 6)

$$\overline{AB} = \sqrt{(2-3)^2 + (-5-7)^2} = \sqrt{1+144} = \sqrt{145}$$
$$\overline{BC} = \sqrt{(3+4)^2 + (7-6)^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50}$$
$$\overline{CA} = \sqrt{(2+4)^2 + (-5-6)^2} = \sqrt{36+121} = \sqrt{157}$$
$$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 > \overline{CA}^2$$

따라서 예각삼각형

13. 세 점 A(2, -5), B(4, 7), C(-4, 7) 을 꼭짓점으로 하는 삼각형이 어떤 삼각형인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 예각삼각형

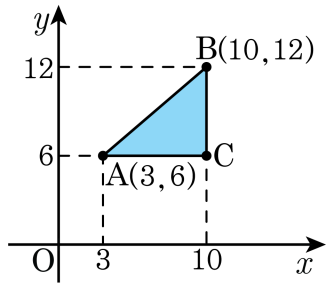
해설

A(2, -5), B(4, 7), C(-4, 7)

$$\overline{AB} = \sqrt{(2-4)^2 + (-5-7)^2} = \sqrt{4+144} = \sqrt{148}$$
$$\overline{BC} = \sqrt{(4+4)^2 + (7-7)^2} = \sqrt{64} = 8$$
$$\overline{CA} = \sqrt{(2+4)^2 + (-5-7)^2} = \sqrt{36+144} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$$
$$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 > \overline{CA}^2$$

따라서 예각삼각형

14. 다음 좌표평면 위의 두 점 A(3,6), B(10,12) 사이의 거리를 구하는 과정이다. 안에 알맞은 수를 구하여라.



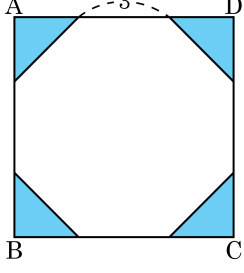
$$\begin{aligned}(\text{두 점 A, B 사이의 거리}) &= \overline{AB} \\ \overline{AB}^2 &= \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 \\ &= (10 - 3)^2 + (12 - 6)^2 \\ &= 49 + 36 \\ &= 85 \\ \therefore \overline{AB} &= \text{ }\end{aligned}$$

- ① $3\sqrt{5}$ ② 6 ③ $6\sqrt{7}$ ④ 8 ⑤ $\sqrt{85}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{두 점 A, B 사이의 거리}) &= \overline{AB} \\ \overline{AB}^2 &= \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 \\ &= (10 - 3)^2 + (12 - 6)^2 \\ &= 49 + 36 = 85\end{aligned}$$

15. 다음 그림과 같이 정사각형 모양 종이의 네 귀퉁이를 잘라내어 한 변의 길이가 3인 정팔각형을 만들었다. 처음 정사각형의 한 변의 길이는?

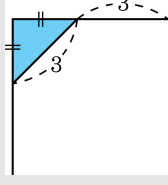


- ① $3\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2} + 2$
 ④ $3\sqrt{2} + 3$ ⑤ $2\sqrt{2} + 3$

해설

$$x : 3 = 1 : \sqrt{2} \text{ 이므로 } \sqrt{2}x = 3$$

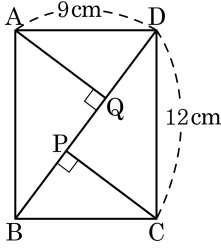
$$\therefore x = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$



따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는

$$\frac{3\sqrt{2}}{2} + 3 + \frac{3\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} + 3 \text{ 이다.}$$

16. 다음 그림과 같이 직사각형의 두 꼭짓점 A, C에서 대각선 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, P라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



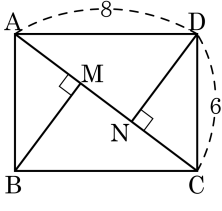
▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{21}{5}$ cm

해설

$\triangle BDC$ 는 직각삼각형이므로
 $\overline{BD} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15(\text{cm})$ 이다.
 $\overline{BP} = \overline{QD}$, $\triangle BCP$ 와 $\triangle BCD$ 는 닮음이므로
 $\overline{BC} : \overline{BD} = \overline{BP} : \overline{BC}$ 에서
 $\overline{BC}^2 = \overline{BP} \times \overline{BD}$ 이므로 $\overline{BP} = \frac{81}{15} = \frac{27}{5}(\text{cm})$ 이다.
따라서 $\overline{PQ} = 15 - \frac{27}{5} - \frac{27}{5} = \frac{21}{5}(\text{cm})$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 M, N 이라고 할 때, $\overline{MN}$ 의 길이는?



- ① $\frac{14\sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{14\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{21}{5}$
 ④ $\frac{14}{5}$ ⑤ $\frac{7}{5}$

해설

$$\overline{AC} = 10, \overline{BM} = \overline{DN}$$

$$\triangle ABC = 8 \times 6 \times \frac{1}{2} = 10 \times \overline{BM} \times \frac{1}{2}$$

$$\overline{BM} = \frac{24}{5}$$

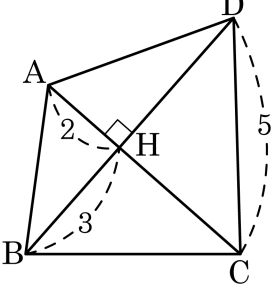
$\triangle ABM$ 에서

$$\begin{aligned} \overline{AM} &= \sqrt{6^2 - \left(\frac{24}{5}\right)^2} \\ &= \sqrt{36 - \frac{576}{25}} \\ &= \sqrt{\frac{900 - 576}{25}} = \sqrt{\frac{324}{25}} \\ &= \frac{18}{5} \end{aligned}$$

$$\overline{AM} = \overline{CN}$$

$$\begin{aligned} \therefore \overline{MN} &= \overline{AC} - \overline{AM} - \overline{CN} \\ &= 10 - \left(\frac{18}{5}\right) \times 2 \\ &= 10 - \frac{36}{5} \\ &= \frac{14}{5} \end{aligned}$$

18. 다음 그림의 □ABCD 에서 대각선 AC 와 BD 는 서로 직교하고 있다. 대각선의 교점을 H 라 하고 $AH = 2$, $BH = 3$, $CD = 5$ 일 때, $\overline{AD^2} + \overline{BC^2}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

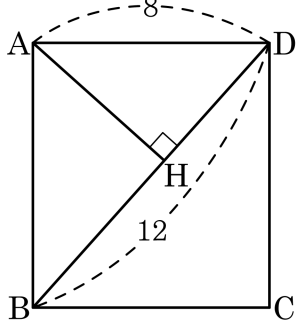
▷ 정답 : 38

해설

$$\overline{AB^2} + \overline{DC^2} = \overline{AD^2} + \overline{BC^2} = (2^2 + 3^2) + 5^2 = 38$$

$$\therefore \overline{AD^2} + \overline{BC^2} = 38$$

19. 다음 그림에서 □ABCD는 직사각형이고, $\overline{AH} \perp \overline{BD}$ 이다. $\overline{AH}$ 의 길이를 구하여라.



- ① $16\sqrt{5}$
 ② $8\sqrt{5}$
 ③ $\frac{4\sqrt{5}}{3}$
- ④ $\frac{16\sqrt{5}}{3}$
 ⑤ $\frac{8\sqrt{5}}{3}$

해설

$$\begin{aligned} \triangle ABD \text{에서 } \overline{AB} &= \sqrt{12^2 - 8^2} = 4\sqrt{5} \\ \triangle ABD &= \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times \overline{AH} = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AD} \text{ 이므로 } \frac{1}{2} \times 12 \times \overline{AH} = \\ &\frac{1}{2} \times 4\sqrt{5} \times 8 \\ \therefore \overline{AH} &= \frac{8\sqrt{5}}{3} \end{aligned}$$

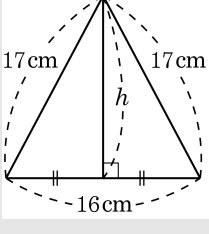
20. 세 변의 길이가 다음과 같을 때, 이등변삼각형의 가장 긴 높이는?

17 cm, 17 cm, 16 cm

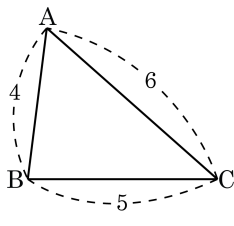
- ① 5 cm ② 7 cm ③ 9 cm ④ 10 cm ⑤ 15 cm

해설

이등변삼각형의 높이 $h = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$

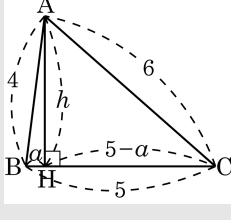


21. 다음 그림과 같이 세 변의 길이가 4, 5, 6 인 삼각형 ABC의 높이를 h , 밑변을 AB라 하고, 넓이를 s 라 할 때, $h+s$ 의 값을 구하면?



- ① $\frac{11}{4}\sqrt{7}$ ② $\frac{13}{4}\sqrt{7}$ ③ $\frac{15}{4}\sqrt{7}$
 ④ $\frac{18}{4}\sqrt{7}$ ⑤ $\frac{21}{4}\sqrt{7}$

해설



점 A 에서 수선을 그어 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 H 라 할 때, $\overline{BH} = a$ 라 두면 $\overline{CH} = 5 - a$ 이다.

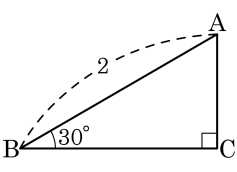
$$4^2 - a^2 = 6^2 - (5 - a)^2, \quad a = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \overline{AH} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{63}{4}} = \frac{3\sqrt{7}}{2} = h$$

$$\text{삼각형의 넓이는 } \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{3\sqrt{7}}{2} = \frac{15\sqrt{7}}{4} = s \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } h + s = \frac{21\sqrt{7}}{4} \text{ 이다.}$$

22. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 2$ 일 때, 나머지 두 변의 길이의 합을 구하면?



① $1 + \sqrt{3}$

② $2 + 2\sqrt{3}$

③ $1 + 3\sqrt{3}$

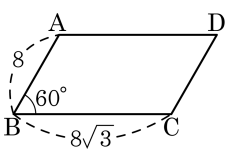
④ $3 + \sqrt{3}$

⑤ $2 + \sqrt{3}$

해설

$1 : 2 = \overline{AC} : 2 \quad \therefore \overline{AC} = 1$
 $\sqrt{3} : 1 = \overline{BC} : 1 \quad \therefore \overline{BC} = \sqrt{3}$
 $\therefore 1 + \sqrt{3}$

23. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 둘레와 넓이를 각각 구하면?



- ① $16 + 16\sqrt{3}$, 96 ② $16 + 16\sqrt{2}$, 90
 ③ $16 + 16\sqrt{2}$, 96 ④ $16\sqrt{3}$, 96
 ⑤ $16 + 16\sqrt{3}$, 128

해설

점 A 에서 수선을 그어 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 H 라고 두면
 $\overline{AB} : \overline{AH} = 2 : \sqrt{3} = 8 : x$, $x = 4\sqrt{3}$ 이다. 따라서 넓이는
 $4\sqrt{3} \times 8\sqrt{3} = 96$ 이다. 둘레는 $2 \times (8 + 8\sqrt{3}) = 16 + 16\sqrt{3}$
 이다.

24. 다음 중 두 점 사이의 거리가 가장 긴 것은?

- ① $(2, 4)$, $(3, 2)$ ② $(-1, 4)$, $(2, 5)$ ③ $(1, 4)$, $(0, 2)$
④ $(2, 4)$, $(2, 10)$ ⑤ $(1, 1)$, $(4, 2)$

해설

- ① $\sqrt{(2-3)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{5}$
② $\sqrt{(-1-2)^2 + (4-5)^2} = \sqrt{10}$
③ $\sqrt{(1-0)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{5}$
④ $\sqrt{(2-2)^2 + (4-10)^2} = \sqrt{36} = 6$
⑤ $\sqrt{(1-4)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{10}$

25. 다음 중 두 점 사이의 거리가 가장 짧은 것은?

- ① $(0,0), (4,5)$
- ② $(1,1), (3,4)$
- ③ $(3,2), (1,1)$
- ④ $(1,2), (2,7)$
- ⑤ $(2,1), (3,2)$

해설

- ① $\sqrt{41}$
- ② $\sqrt{13}$
- ③ $\sqrt{5}$
- ④ $\sqrt{26}$
- ⑤ $\sqrt{2}$

26. 꼭짓점의 좌표가 다음과 같은 $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인지 말하여라.

A(4, 2) B(-5, 3) C(2, 5)

▶ 답 :

▷ 정답 : 둔각삼각형

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{(4+5)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{81+1} = \sqrt{82}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(2+5)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{49+4} = \sqrt{53}$$

$$\overline{CA} = \sqrt{(4-2)^2 + (2-5)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

$$\overline{AB}^2 > \overline{BC}^2 + \overline{CA}^2 \text{ 이므로 둔각삼각형}$$

27. 이차함수 $y = x^2 + 2x + 3$ 가 있다. 꼭짓점을 P, y 축과 만나는 점을 Q 라 할 때, 선분 PQ 의 길이를 구하면?

① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

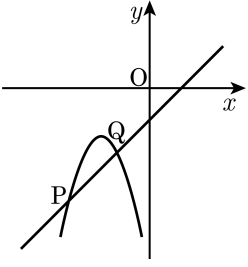
$$y = x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2$$

꼭짓점 P(-1, 2)

Q 는 y 절편이므로 (0, 3)

$$PQ = \sqrt{(-1 - 0)^2 + (2 - 3)^2} = \sqrt{2}$$

28. 다음과 같이 $y = -x^2 - 6x - 12$, $y = x - 2$ 의 그래프가 두 점 P, Q 에서 만날 때, $\overline{PQ}$ 의 길이는?

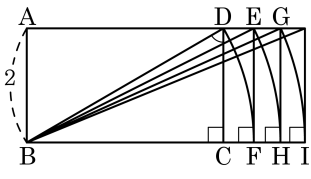


- ① 2 ② 3 ③ $2\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 - 6x - 12, y = x - 2 \\ -x^2 - 6x - 12 &= x - 2 \\ x^2 + 7x + 10 &= 0 \\ (x + 5)(x + 2) &= 0 \\ \therefore x &= -5 \text{ 또는 } x = -2 \\ \text{따라서 } P(-5, -7), Q(-2, -4) \text{ 이므로} \\ \overline{PQ} &= \sqrt{(-5 + 2)^2 + (-7 + 4)^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 3^2} \\ &= 3\sqrt{2} \text{ 이다.} \end{aligned}$$

29. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 2$, $\angle BDC = 60^\circ$ 이고 $\overline{BD} = \overline{BF}$, $\overline{BE} = \overline{BH}$, $\overline{BG} = \overline{BI}$ 일 때, $\overline{BI}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

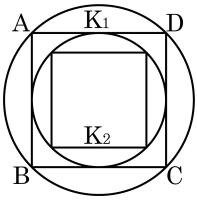
▷ 정답 : $2\sqrt{6}$

해설

$\overline{AB} : \overline{BD} = 1 : 2 = 2 : x$, $x = 4$ 이다. 따라서 $\overline{BE} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$,

$\overline{BG} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 + 2^2} = 2\sqrt{6}$, $\overline{BG} = \overline{BI} = 2\sqrt{6}$ 이다.

30. 그림과 같이 지름의 길이가 20 cm 인 원에 내접하는 정사각형을 K_1 이라 할 때, K_1 에 내접하는 원에 또 다시 내접하는 정사각형 K_2 의 한 변의 길이는 얼마인가?



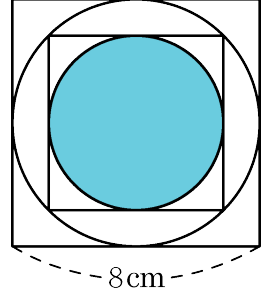
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 10cm

해설

지름의 길이가 20 cm 이므로 사각형 ABCD 의 대각선의 길이는 20 cm 이므로 정사각형 ABCD 의 한 변의 길이는 $10\sqrt{2}$ cm 이다.
정사각형 ABCD 의 한 변의 길이는 안에 내접하는 작은 원의 지름이므로 작은 원의 지름은 $10\sqrt{2}$ cm 이고, 작은 원의 지름은 K_2 의 대각선의 길이와 같다.
따라서 K_2 는 대각선의 길이가 $10\sqrt{2}$ cm 인 정사각형이므로 K_2 의 한 변의 길이는 10 cm 이다.

31. 다음 그림은 한 변의 길이가 8cm인 정사각형의 내부에 내접하는 원을 그리고, 또 그 원에 내접하는 정사각형을 그린 후 또 내접하는 원을 반복하여 그린 것이다. 어두운 원의 반지름을 구하여라.



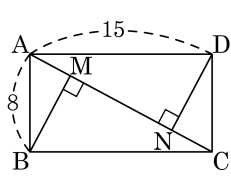
▶ 답 : cm

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$ cm

해설

큰 원의 반지름 : 4cm
작은 정사각형의 대각선의 길이 : 8cm
작은 정사각형의 한 변의 길이 : $4\sqrt{2}$ cm
작은 원의 반지름 : $2\sqrt{2}$ cm

32. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 점 B, D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 M, N 이라고 할 때, $\overline{MN}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{161}{17}$

해설

$$\overline{AC} = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17, \overline{AM} = \overline{NC}$$

$$\overline{AB}^2 = \overline{AM} \times \overline{AC} \text{ 이므로}$$

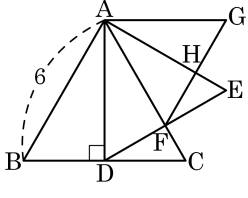
$$8^2 = \overline{AM} \times 17$$

$$\therefore \overline{AM} = \frac{64}{17}$$

$$\therefore \overline{MN} = \overline{AC} - 2\overline{AM} = 17 - 2 \times \frac{64}{17} = \frac{289 - 128}{17} = \frac{161}{17}$$

33. 정삼각형 세 개가 다음 그림과 같이 겹쳐져 있다. 가장 큰 정삼각형 ABC 의 한 변의 길이가 6 일 때, $\overline{AH}$ 의 길이를 구하여라.

- ① $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{12\sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{9\sqrt{3}}{5}$
 ④ $\frac{12\sqrt{3}}{5}$ ⑤ $\frac{15\sqrt{3}}{4}$



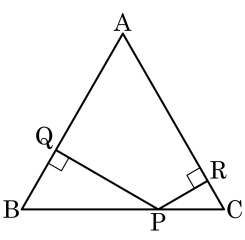
해설

$\overline{AD}$ 의 길이를 구하면,

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3} \text{ 이고 } \overline{AF} \text{ 의 길이는 } \frac{\sqrt{3}}{2} \times 3\sqrt{3} = \frac{9}{2}$$

$$\text{따라서 } \overline{AH} \text{ 의 길이를 구하면 } \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{9}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

34. 다음 그림의 정삼각형 ABC 는 한 변의 길이가 2cm 이고 점 P 는 변 BC 위의 임의의 점이다. 점 P 에서 $\overline{AB}$, $\overline{CA}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라고 할 때, $(\overline{PQ} + \overline{PR})^2$ 의 값을 구하여라.



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

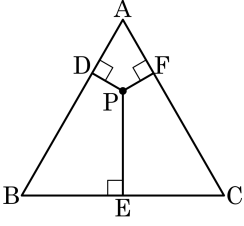
정삼각형 ABC 의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 = \sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$

$\triangle ABC = \triangle ABP + \triangle ACP$

$$\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 2 \times \overline{PQ} + \frac{1}{2} \times 2 \times \overline{PR}, \overline{PQ} + \overline{PR} = \sqrt{3}$$

$$\therefore (\overline{PQ} + \overline{PR})^2 = 3$$

35. 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC 의 내부의 한 점 P에서 세 변에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F 라 할 때, $\overline{PD} + \overline{PE} + \overline{PF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{3}$

해설

$$\triangle ABC = \triangle ABP + \triangle BCP + \triangle APC$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times \overline{PD} + \frac{1}{2} \times 2 \times \overline{PE} + \frac{1}{2} \times 2 \times \overline{PF} = \frac{1}{2} \times 2 (\overline{PD} + \overline{PE} + \overline{PF})$$

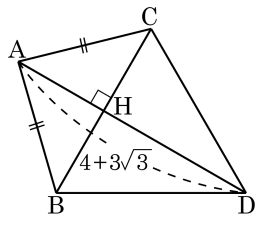
$$\therefore \overline{PD} + \overline{PE} + \overline{PF} = \sqrt{3}$$

36. 다음 조건을 만족할 때, $\overline{AB}$ 를 구하여라.

- (가) $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\overline{BC} = 6$ 인 이등변 삼각형 ABC

(나) $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정삼각형 BDC

(다) $\overline{AD} = 4 + 3\sqrt{3}$



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

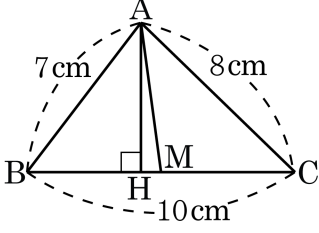
$\overline{AD}$ 는 $\triangle ABC$ 의 수선이므로 $\overline{BC}$ 를 이등분한다. 따라서 $\overline{BC}$ 의 중점을 H 라 하면 $\overline{BH} = \overline{HC} = 3$ 이다.

$\triangle BDC$ 는 정삼각형이므로 $\overline{DH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$ 이다.

따라서 $\overline{AH} = 4 + 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 4$,

$\overline{AB} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ 이다.

37. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이고 $\overline{AB} = 7\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때 $\triangle AHM$ 의 넓이는?



- ① $\frac{6\sqrt{55}}{32}\text{cm}$

② $\frac{7\sqrt{55}}{30}\text{cm}$

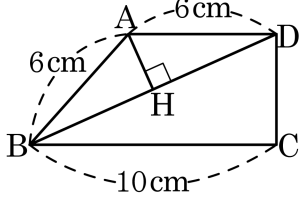
③ $\frac{7\sqrt{55}}{32}\text{cm}$
- ④ $\frac{8\sqrt{55}}{30}\text{cm}$

⑤ $\frac{9\sqrt{55}}{32}\text{cm}^2$

해설

$$\begin{aligned} \overline{BH} &= x\text{cm}, \overline{HC} = (10 - x)\text{cm} \\ 7^2 - x^2 &= 8^2 - (10 - x)^2, x = \frac{17}{4}, \overline{AH} = \sqrt{7^2 - \left(\frac{17}{4}\right)^2} = \\ &\frac{3\sqrt{55}}{4}(\text{cm}) \\ \overline{HM} &= \overline{BM} - \overline{HB} = 5 - \frac{17}{4} = \frac{3}{4}(\text{cm}) \\ \triangle AHM &= \frac{1}{2} \times \frac{3\sqrt{55}}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9\sqrt{55}}{32}(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

38. 다음 그림과 같은 $\square ABCD$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\angle C = \angle D = 90^\circ$ 이고, 점 A 에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{AH}$ 의 길이를 구하여라.

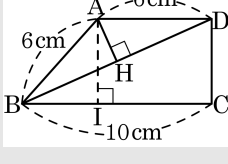


▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\sqrt{6}$ cm

해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 I 라 하면



$$\overline{BI} = 4\text{cm}, \overline{AI} = \sqrt{36 - 16} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$$

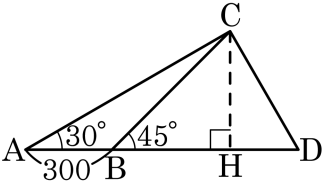
$$\therefore \overline{DC} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$$

$$\overline{BD} = \sqrt{10^2 + (2\sqrt{5})^2} = \sqrt{120} = 2\sqrt{30}(\text{cm})$$

$$\overline{AB} = \overline{AD} \text{ 이므로 } \overline{BH} = \overline{HD} = \sqrt{30}\text{cm}$$

$$\therefore \overline{AH} = \sqrt{6^2 - (\sqrt{30})^2} = \sqrt{6}(\text{cm})$$

39. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 300$, $\angle A = 30^\circ$, $\angle CBH = 45^\circ$ 일 때, $\overline{CH}$ 의 길이는?

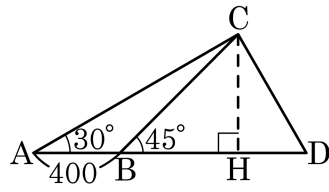


- ① $300(1 + \sqrt{2})$
- ② $300(1 - \sqrt{2})$
- ③ $150(\sqrt{3} + 1)$
- ④ $150(\sqrt{3} - 1)$
- ⑤ $150(\sqrt{2} + 1)$

해설

$\overline{CH} = x$ 라 하면, $\overline{BH} = x$
 $\triangle ACH$ 에서, $\overline{CH} : \overline{AH} = 1 : \sqrt{3}$
 $x : (300 + x) = 1 : \sqrt{3}$
 $300 + x = \sqrt{3}x$
 $(\sqrt{3} - 1)x = 300$
 $x = 150(\sqrt{3} + 1)$

40. 다음 조건을 만족하는 $\overline{CH}$ 의 길이를 구하면?



㉠ $\overline{AB} = 400$, $\angle A = 30^\circ$, $\angle CBH = 45^\circ$

㉡ $\overline{CH} \perp \overline{AH}$

- ① $50(\sqrt{3} + 1)$ ② $100(\sqrt{3} + 1)$ ③ $200(\sqrt{3} + 1)$
④ $300(\sqrt{3} + 1)$ ⑤ $350(\sqrt{3} + 1)$

해설

$\overline{CH} = x$ 라 하면 $\overline{BH} = x$
 $\triangle ACH$ 에서 $\overline{CH} : \overline{AH} = 1 : \sqrt{3}$
 $x : (400 + x) = 1 : \sqrt{3}$
 $400 + x = \sqrt{3}x$
 $(\sqrt{3} - 1)x = 400$
 $x = 200(\sqrt{3} + 1)$

41. 두 점 A(1, 2) B(-5, 0) 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점 P 의 좌표를 구하여라.

① (0, -5)

② (0, -4)

③ (0, -3)

④ (0, -2)

⑤ (0, -1)

해설

점 P 의 좌표를 (0, p) 라 하면

$$\overline{BP} = \sqrt{25 + p^2}$$

$$\overline{AP} = \sqrt{1 + (p - 2)^2}$$

$\overline{BP} = \overline{AP}$ 이므로

$$\sqrt{25 + p^2} = \sqrt{1 + (p - 2)^2}$$

$$25 + p^2 = 1 + (p - 2)^2$$

$$-4p = 20$$

$$p = -5 \therefore P(0, -5)$$

42. 세 점 $A(2, 5)$, $B(3, 2)$, $C(a, 0)$ 으로 이루어지는 $\triangle ABC$ 가 직각삼각형이 되기 위한 a 의 값을 구하여라.
(단, 빗변은 $\overline{AC}$ 이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$\overline{AB}$ 의 길이를 구하면 $\sqrt{(2-3)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{10}$ 이고, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하면 $\sqrt{(3-a)^2 + 2^2}$ 이고,
 $\overline{AC}$ 의 길이를 구하면 $\sqrt{(2-a)^2 + 5^2}$ 이다. $\overline{AC}$ 가 빗변이므로
 $\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$, $a^2 - 4a + 29 = 10 + a^2 - 6a + 13$, $2a = -6$, $a = -3$ 이다.

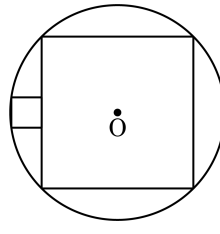
43. 이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x - 1$ 의 그래프의 꼭짓점과 y 축과의 교점, 그리고 원점을 이어 삼각형을 만들었다. 이 삼각형의 둘레의 길이가 $a + b\sqrt{c}$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?(단, a, b, c 는 유리수, c 는 최소의 자연수)

- ① 6
- ② 8
- ③ 10
- ④ 12
- ⑤ 14

해설

$y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x - 1$
 $y = -\frac{1}{4}(x - 4)^2 + 3$ 이므로
꼭짓점의 좌표는 (4, 3) 이다.
 y 축과의 교점은 x 좌표가 0 일 때이므로 (0, -1)
따라서
꼭짓점 - 원점의 거리
 $= \sqrt{(4 - 0)^2 + (3 - 0)^2} = 5$
 y 축과의 교점-원점의 거리 = 1
꼭짓점- y 축과의 교점의 거리
 $= \sqrt{(4 - 0)^2 + \{3 - (-1)\}^2} = 4\sqrt{2}$
 $\therefore$ 삼각형의 둘레= $6 + 4\sqrt{2}$ 이므로
 $a + b + c$ 의 값은 12 이다.

44. 다음 그림과 같이 두 정사각형의 한 변이 붙어있으면서 반지름의 길이가 $5\sqrt{2}$ 인 원 O 에 내접하고 있다. 두 정사각형의 한 변의 길이의 차를 구하여라.



▶ 답:

▶ 정답 : 8

해설

다음 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{PS}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{OA} = 5\sqrt{2}$

$$\overline{OA} = 5\sqrt{2}$$

$$\overline{AC} = 2\overline{OA} = 10\sqrt{2}$$

따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 10이다.

한편 작은 정사각형의 한 변의 길이를 x 라 하면

$$\overline{OH} = \frac{x}{2}, \overline{PH} = x + 5 \text{ 이므로}$$

ΔPOH 에서

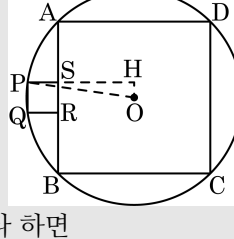
$$(x + 5)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = (5\sqrt{2})^2$$

$$x^2 + 10x + 25 + \frac{x^2}{4} = 50$$

$$x^2 + 8x - 20 = 0$$

$$\therefore x = 2 \ (x > 0)$$

따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 2 이므로, 두 정사각형의 한 변의 길이 차는 $10 - 2 = 8$ 이다.



45. $\overline{AB} = \sqrt{2}$, $\overline{BC} = 2$ 인 직사각형 ABCD 의 점 D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{BH}^2 + \overline{DH}^2$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{10}{3}$

해설

$$\triangle ABC \text{ 에서 } \overline{AC} = \sqrt{2^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{6}$$

$$\triangle ADC = \frac{1}{2} \times \overline{AD} \times \overline{DC} = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{DH} \text{ 이므로}$$

$$\therefore \overline{DH} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$\triangle CHD$ 에서

$$\overline{CH} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

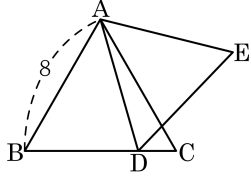
$$\therefore \overline{AH} = \sqrt{6} - \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

따라서, $\overline{AH}^2 + \overline{CH}^2 = \overline{BH}^2 + \overline{DH}^2$ 이므로

$$\therefore \overline{BH} = \sqrt{2}$$

$$\text{따라서 } \overline{BH}^2 + \overline{DH}^2 = \frac{30}{9} = \frac{10}{3} \text{ 이다.}$$

46. 한 변의 길이가 8 인 정삼각형 ABC 의 변 BC 를 3 : 1 로 내분하는 점을 D 라 할 때, 선분 AD 를 한 변으로 하는 정삼각형의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $13\sqrt{3}$

해설

다음 그림과 같을 때, 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

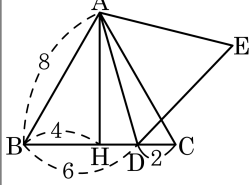
$$\overline{AH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}$$

$$\overline{BH} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 4 \text{ 이므로 } \overline{DH} = 6 - 4 = 2$$

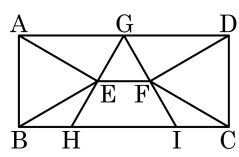
$\triangle ADH$ 에서

$$\overline{AD} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 2^2} = 2\sqrt{13}$$

$$\therefore \triangle ADE = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (2\sqrt{13})^2 = 13\sqrt{3}$$



47. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 2$ 인 직사각형 ABCD 의 내부에 있는 3 개의 정삼각형 ABE, GHI, CDF 는 점 E, F 에서 서로 접할 때, 삼각형 AGE 와 CFI 의 넓이의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{3}$

해설

$$\overline{BQ} = \overline{PE} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3}$$

$$\overline{GR} = \frac{\sqrt{3}}{2} \overline{HI} \text{ 이므로}$$

$$\overline{HR} = \frac{1}{2} \overline{HI} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \overline{GR} \right) = \frac{1}{\sqrt{3}} \times$$

$$2 = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{또, } \overline{EH} = \overline{EG}, \overline{EQ} // \overline{GR} \text{ 이므로}$$

$\triangle EHQ$ 와 $\triangle GHR$ 는 닮음비가 1 : 2 인 닮은 도형이다.

$$\text{따라서, } \overline{HQ} = \overline{QR} \text{ 이므로 } \overline{HQ} = \frac{1}{2} \overline{HR} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\overline{BC} = 2\overline{BR} = 2(\overline{BQ} + \overline{QR})$$

$$= 2 \left(\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} \right)$$

$$= \frac{8}{3} \sqrt{3}$$

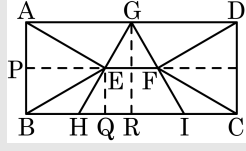
$$\therefore \overline{BH} = \overline{BQ} - \overline{HQ} = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2}{3} \sqrt{3}$$

$$\triangle CFI \equiv \triangle BHE \text{ 이고, } \overline{AP} = \overline{BP} = \frac{1}{2} \times 2 = 1 \text{ 이므로}$$

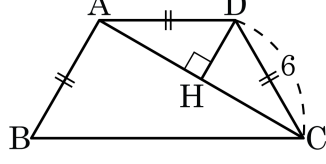
$$\triangle CFI = \frac{1}{2} \times \frac{2\sqrt{3}}{3} \times 1 = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\triangle AGE = \frac{1}{2} \times \frac{4\sqrt{3}}{3} \times 1 = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore \triangle AGE + \triangle CFI = \sqrt{3}$$



48. 다음 등변사다리꼴 ABCD 에서 $2\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{DC} = 6$ 이다. 점 D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{DH}$ 의 길이를 구하여라.

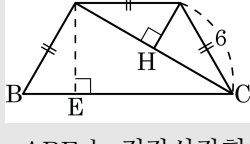


▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면



$\triangle ABE$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{AE}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{BE}^2 = 6^2 - 3^2 = 27,$$

$$\therefore \overline{AE} = 3\sqrt{3}$$

$\triangle AEC$ 에서

$$\overline{AC}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{EC}^2 = (3\sqrt{3})^2 + 9^2 = 108,$$

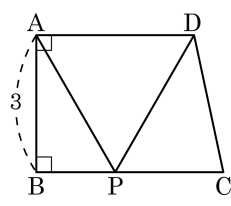
$$\therefore \overline{AC} = 6\sqrt{3}$$

$\triangle DHC$ 에서

$$\overline{DH}^2 = \overline{DC}^2 - \overline{HC}^2 = 6^2 - (3\sqrt{3})^2 = 9,$$

$$\therefore \overline{DH} = 3$$

49. 다음 그림과 같이 $\angle A = \angle B = 90^\circ$, $\overline{AB} = 3$ 인 사다리꼴 ABCD의 변 BC 위에 한 점 P를 삼각형 ADP가 정삼각형이 되게 잡았을 때, 삼각형 ADP의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{3}$

해설

$\triangle ABP$ 에서 $\angle APB = 60^\circ$ 인 직각삼각형

이므로

$$\overline{AP} = 2\overline{BP}$$

$\overline{BP} = x$ 라 하면

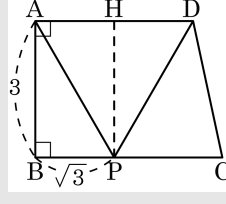
$$x^2 + 3^2 = (2x)^2$$

$$x^2 = 3$$

$$\therefore x = \sqrt{3}$$

$$\text{따라서 } \overline{AD} = 2\sqrt{3}$$

$\triangle ADP$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 3 = 3\sqrt{3}$ 이다.



50. 넓이가 64 인 정사각형의 네 모서리에서 합동인 4 개의 직각이등변 삼각형을 잘라내어 정팔각형을 만들었을 때, 이 정팔각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $128\sqrt{2} - 128$

해설

정사각형의 한 변의 길이는 8 이다.

정팔각형의 한 변의 길이를 x 라 하면

잘라낸 귀퉁이는 두 변이 $\frac{\sqrt{2}}{2}x$ 로 같은 직각이등변삼각형이다.

그런데 정사각형의 한 변의 길이가 8 이므로

$$\frac{\sqrt{2}}{2}x + x + \frac{\sqrt{2}}{2}x = 8$$

$$\therefore x = 8(\sqrt{2} - 1)$$

따라서 정팔각형의 넓이는

$$8^2 - \left\{ \frac{1}{2} \times (8 - 4\sqrt{2}) \times (8 - 4\sqrt{2}) \right\} \times 4 = 64 - 64(3 - 2\sqrt{2}) =$$

$128\sqrt{2} - 128$ 이다.