1. $(3x^a)^b = 81x^{24}$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$(3x^a)^b = 3^b x^{ab} = 81x^{24}$ 이므로 $b=4,\ ab=24$ 이다.
따라서 $a=6$ 이므로 $a+b=6+4=10$ 이다.

2. $2^{12}\times5^{13}$ 은 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 : ________ 자리의 수

▷ 정답 : 13 자리의 수

해설

$$\begin{aligned}2^{12}\times5^{13} &= 2^{12}\times5^{12}\times5=(2\times5)^{12}\times5\\&=10^{12}\times5\end{aligned}$$

따라서 13 자리의 수이다.

3. $3a^6b^9 \div \square^3 = \dfrac{\square}{27a^2b^3}$ 에서 $\square$ 안에 공통으로 들어갈 식으로 옳은 것은?

① $\pm a^2b^3$ ② $\pm 2a^3b^3$ ③ $\pm 3a^2b^3$

④ $\pm 3a^3b^3$ ⑤ $\pm 4a^3b^4$

해설

$3a^6b^9 \div \square^3 = \dfrac{\square}{27a^2b^3}$ 는 $\dfrac{3a^6b^9}{\square^3} = \dfrac{\square}{27a^2b^3}$ 로 나타낼 수 있다.

이 식을 다시 정리하면,

$(3a^6b^9) \times (27a^2b^3) = \square^4$ 이고 이는,

$(3a^6b^9) \times (27a^2b^3) = (81a^8b^{12}) = \square^4$ 이므로 $\square = \pm 3a^2b^3$ 이다.

4. 식 $(a^2-2a+4)-(-3a^2-5a+1)$ 을 간단히 하였을 때, a 의 계수와 상수항의 곱은?

① 21 ② 15 ③ 9 ④ -15 ⑤ -21

해설

$a^2-2a+4+3a^2+5a-1$
$=4a^2+3a+3$
a 의 계수는 3, 상수항은 3
$\therefore\ 3\times3=9$

5. 다음 $\boxed{}$안에 알맞은 식은?

$$-\left[4x-2y-\left\{x-\left(3x+\boxed{}\right)\right\}+5y\right]=-6x-7y$$

① $4y$ ② $-4y$ ③ $3y$ ④ $-3y$ ⑤ y

해설

$-\left[4x-2y-\left\{x-\left(3x+\boxed{}\right)\right\}+5y\right]$

$=-\left\{4x-2y-\left(x-3x-\boxed{}\right)+5y\right\}$

$=-\left\{4x-2y-\left(-2x-\boxed{}\right)+5y\right\}$

$=-\left(4x-2y+2x+\boxed{}+5y\right)$

$=-\left(6x+3y+\boxed{}\right)$

$=-6x-3y-\boxed{}$

$=-6x-7y$

$\therefore \boxed{}=-6x-3y+6x+7y=4y$

6. $\frac{3}{4}xy\left(-\frac{5}{3}x+\frac{1}{6}y-\frac{1}{3}\right)$을 간단히 하였을 때, 각 항의 계수의 합을 a 라 하자. 이때, $|8a|$의 값은?

① $\frac{15}{8}$ ② $\frac{11}{8}$ ③ 11 ④ 15 ⑤ $\frac{1}{8}$

해설

$\frac{3}{4}xy\times\left(-\frac{5}{3}x\right)+\frac{3}{4}xy\times\frac{1}{6}y+\frac{3}{4}xy\times\left(-\frac{1}{3}\right)=-\frac{5}{4}x^2y+\frac{1}{8}xy^2-\frac{1}{4}xy$

따라서 $a=\left(-\frac{5}{4}\right)+\frac{1}{8}+\left(-\frac{1}{4}\right)=-\frac{11}{8}$ 이므로 $|8a|=11$ 이다.

7. 학성이는 $(x+2)(x-5)$를 전개하는데 -5를 A로 잘못 보아 x^2+7x+B로 전개하였다. 또, $(2x-1)(x+3)$을 전개하는데 x의 계수 2를 잘못 보아서 Cx^2-7x-3으로 전개하였다. 이 때, $A+B+C$의 값은?

① 5 ② 9 ③ 13 ④ 17 ⑤ 21

해설

$(x+2)(x+A)=x^2+7x+B$이므로
$A+2=7,\ 2A=B$
$\therefore\ A=5,\ B=10$
x의 계수를 잘못 보았기 때문에 그 수를 D라 하면
$(Dx-1)(x+3)=Cx^2-7x-3$이므로
$D=-2,\ C=-2$
$\therefore\ A+B+C=13$

8. $a * b = (a+b)^2$ 으로 정의할 때, $2x * (-y) + x * 2y$를 간단히 하면??

① $2x^2 + 2y^2$ ② $3x^2 + 3y^2$ ③ $4x^2 + 4y^2$
④ $5x^2 + 5y^2$ ⑤ $6x^2 + 6y^2$

해설

$(2x - y)^2 + (x + 2y)^2$
$= 4x^2 - 4xy + y^2 + x^2 + 4xy + 4y^2$
$= 5x^2 + 5y^2$

9. $(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)$을 간단히 하면?

① 63 ② 65 ③ 127 ④ 129 ⑤ 255

해설

$$\begin{aligned}(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1) &= (2^4-1)(2^4+1)\\ &= 2^8-1\\ &= 256-1=255\end{aligned}$$

10. $(x-4)(x-3)(x+2)(x+3)$ 의 전개식에서 x^2 의 계수와 상수항의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 55

해설

$(x-4)(x-3)(x+2)(x+3)$
$= \{(x-4)(x+3)\}\{(x-3)(x+2)\}$
$= (x^2-x-12)(x^2-x-6)$
x^2 이 나오는 항은 $-6x^2+x^2-12x^2=-17x^2$ 이다.
따라서 x^2 의 계수는 -17 이고 상수항은 72 이므로 x^2 의 계수와 상수항의 합은 $-17+72=55$ 이다.

11. 곱셈 공식을 이용하여 다음 수의 값을 계산할 때, 나머지 넷과 다른 공식이 적용되는 것은?

① 1.7×2.3 ② 94×86 ③ 28×31
④ 99×101 ⑤ 52×48

해설
①, ②, ④, ⑤ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
③ $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

12. $12a^3-24a^2b$ 을 어떤 식으로 나눈 값이 $6a^2$ 이라 할 때, 어떤 식은?

① $a-2b$　② $a-4b$　③ $2a-2b$
④ $2a-4b$　⑤ $2a-24b$

해설

어떤 식을 A 라 하면
$6a^2\times A=12a^3-24a^2b$
$A=\dfrac{12a^3-24a^2b}{6a^2}=2a-4b$

13. $A = x^2-3x+5$, $B = 2x^2+x-3$, $C = -3x^2+5$일 때, $2A-\{B-3(A+2C)\}$를 x에 관한 식으로 나타내면?

① $-15x^2-16x-58$　　② $-15x^2+16x+58$

③ $15x^2-16x+58$　　④ $-16x^2-15x+58$

⑤ $-15x^2-16x+58$

해설

$$2A-(B-3A-6C) = 2A-B+3A+6C$$
$$= 5A-B+6C$$

$A = x^2-3x+5$, $B = 2x^2+x-3$, $C = -3x^2+5$를 대입하면

$5(x^2-3x+5)-(2x^2+x-3)+6(-3x^2+5)$

$= (5-2-18)x^2+(-15-1)x+25+3+30$

$= -15x^2-16x+58$

14. 다음 중 알맞은 수를 찾아 $A+B+C-D$의 값을 구하여라.

$$\left(-\frac{x^Ay^B}{Cz^2}\right)^D = \frac{x^{12}y^{20}}{16z^8}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\left(-\frac{x^Ay^B}{Cz^2}\right)^D = \frac{x^{12}y^{20}}{16z^8}$$

$(z^2)^D = z^8$, $D = 4$

$$\left(-\frac{x^3y^5}{2z^2}\right)^4$$

$A = 3, B = 5, C = 2$

$\therefore\ A+B+C-D = 3+5+2-4 = 6$

15. $x = 5^3$ 라 할 때, $5^5 - 5^4 + 5^3$ 을 x 에 관한 식으로 나타낸 것은?

① $6x$　② $10x$　③ $21x$　④ $25x$　⑤ $31x$

해설

$5^5 - 5^4 + 5^3 = 5^3 \cdot 5^2 - 5^3 \cdot 5 + 5^3 = 25x - 5x + x = 21x$

16. 3^x 의 일의 자리의 숫자가 1, 3^y 의 일의 자리의 숫자가 3 일 때, $81^x \div 9^y$ 의 일의 자리의 숫자를 구하면? (단, x, y 는 $x > y$ 인 자연수)

① 1　　② 3　　③ 9　　④ 7　　⑤ 2

해설

3^k (k 는 자연수) 의 일의 자리는
$3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1, \cdots$
$\therefore\ x = 4k_1,\ y = 4k_2 - 3$
(단, $k_2 \le k_1$, $k_1,\ k_2$ 는 자연수이다.)

$$\begin{aligned} 81^x \div 9^y &= 3^{4x-2y} \\ &= 3^{16k_1-8k_2+6} \\ &= 3^{2(8k_1-4k_2+3)} \\ &= 9^{8k_1-4k_2+3} \end{aligned}$$

9^k (k 는 자연수) 의 일의 자리는 $9, 1, 9, 1, \cdots$
$k_1,\ k_2$ 가 자연수이므로 $8k_1,\ 4k_2$ 는 짝수이다.
따라서 $8k_1 - 4k_2 + 3$ 은 홀수이므로
$81^x \div 9^y$ 의 일의 자리는 9 이다.

17. $x+y+z=0$일 때, $x\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)+y\left(\frac{1}{z}+\frac{1}{x}\right)+z\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$의 값을 구하면? (단, $x \neq 0,\ y \neq 0,\ z \neq 0$)

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}
&x\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)+y\left(\frac{1}{z}+\frac{1}{x}\right)+z\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)\\
&=\frac{x}{y}+\frac{x}{z}+\frac{y}{z}+\frac{y}{x}+\frac{z}{x}+\frac{z}{y}\\
&=\frac{y}{x}+\frac{z}{x}+\frac{x}{y}+\frac{z}{y}+\frac{x}{z}+\frac{y}{z}\\
&=\frac{1}{x}(y+z)+\frac{1}{y}(x+z)+\frac{1}{z}(x+y)\\
&=\frac{1}{x}(-x)+\frac{1}{y}(-y)+\frac{1}{z}(-z)\\
&=(-1)+(-1)+(-1)=-3
\end{aligned}$$

18. $a^2 = 16$, $b^2 = 4$ 일 때, $\left(\frac{1}{4}a + \frac{5}{2}b\right)\left(\frac{1}{4}a - \frac{5}{2}b\right)$ 의 값은?

① -30 ② -24 ③ -18 ④ -12 ⑤ -6

해설

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{4}a + \frac{5}{2}b\right)\left(\frac{1}{4}a - \frac{5}{2}b\right) &= \left(\frac{1}{4}a\right)^2 - \left(\frac{5}{2}b\right)^2 \\ &= \frac{1}{16}a^2 - \frac{25}{4}b^2 \\ &= \frac{1}{16} \times 16 - \frac{25}{4} \times 4 \\ &= 1 - 25 = -24\end{aligned}$$

19. $(x+A)(x+B)$ 를 전개하였더니 x^2+Cx-3 이 되었다. 다음 중 C 의 값이 될 수 있는 것은?(단, $A,\ B,\ C$ 는 정수이다.)

① -3　② -2　③ -1　④ 0　⑤ 1

해설

$(x+A)(x+B) = x^2+(A+B)x+AB = x^2+Cx-3$ 이므로 $A+B=C,\ AB=-3$ 이다. 따라서 $C=(1-3,\ -1+3,\ 3-1,\ -3+1)=(-2,\ 2)$ 이다.

20. 상수 a, b, c 에 대하여 $(3x+a)(bx+5)=6x^2+cx-10$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$(3x+a)(bx+5)=3bx^2+(15+ab)x+5a$

$3bx^2+(15+ab)x+5a=6x^2+cx-10$

$3b=6 \quad \therefore\ b=2$

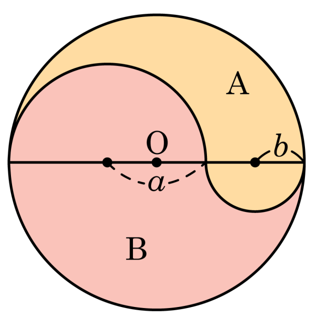
$5a=-10 \quad \therefore\ a=-2$

$15+ab=c$, $15+(-2)\times 2=15-4=11$

$\therefore\ c=11$

$\therefore\ a+b+c=(-2)+2+11=11$

21. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 a , b 인 반원으로 큰 원 O 를 A, B 두 부분으로 나누었다. 이 때, A, B 의 넓이의 차는?



① $\pi(a+b)(a+b)$　　② $\pi(a-b)(a-b)$

③ $\pi(b-a)(b-a)$　　④ $\pi(a+b)(a-b)$

⑤ $\pi(a+b)(b-a)$

해설

(A 의 넓이)

$= \pi\left(\frac{2a+2b}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} - \pi a^2 \times \frac{1}{2} + \pi b^2 \times \frac{1}{2}$

$= \frac{\pi}{2}\left\{(a+b)^2 - a^2 + b^2\right\}$

$= \frac{\pi}{2}(2ab + 2b^2)$

$= \pi(ab + b^2)$

(B 의 넓이)

$= \pi\left(\frac{2a+2b}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} + \pi a^2 \times \frac{1}{2} - \pi b^2 \times \frac{1}{2}$

$= \frac{\pi}{2}\left\{(a+b)^2 + a^2 - b^2\right\}$

$= \frac{\pi}{2}(2ab + 2a^2)$

$= \pi(ab + a^2)$

$\therefore$ B − A $= \pi(ab + a^2) - \pi(ab + b^2)$

$= \pi(a^2 - b^2)$

$= \pi(a-b)(a+b)$

22. $(3x-2y+4z)(2x+2y-4z)$를 전개하였을 때, xy, yz, zx 각각의 계수의 합은?

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

해설

$(3x-2y+4z)(2x+2y-4z)$

$=\{3x-(2y-4z)\}\{2x+(2y-4z)\}$

$2y-4z=A$로 치환하면

$(3x-A)(2x+A)$

$=6x^2+Ax-A^2$

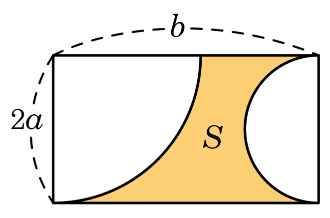
$A=2y-4z$를 대입하면

$6x^2+(2y-4z)x-(2y-4z)^2$

$=6x^2+2xy-4xz-4y^2+16yz-16z^2$

$\therefore$ xy , yz , zx 각각의 계수의 합 : $2+16+(-4)=14$

23. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 S 라 할 때, S 의 값은? (단, S 가 아닌 부분은 각각 사분원과 반원이다.)



① $2ab-\frac{1}{2}a\pi$　② $2ab-a^2\pi$　③ $2ab-\frac{3}{2}a^2\pi$
④ $2ab-2a^2\pi$　⑤ $2ab-\frac{5}{2}a^2\pi$

해설

$$\begin{aligned} S &= 2ab-\frac{1}{4}\times\pi\times(2a)^2-\frac{1}{2}\times\pi\times a^2 \\ &= 2ab-a^2\pi-\frac{1}{2}a^2\pi \\ &= 2ab-\frac{3}{2}a^2\pi \end{aligned}$$

24. 자연수 a, b 에 대하여 $(x^a y)^4 = x^{12} y^b$ 인 관계가 있을 때, $\left(-\frac{1}{2}x^2 y\right)^a \div \left(\frac{1}{4}x^b y^2\right)^a \times (xy)^b$ 을 간단히 한 것은?

① $-\frac{8y}{x^2}$ ② $\frac{8y}{x^2}$ ③ $-\frac{8y}{x}$ ④ $-\frac{y}{x^2}$ ⑤ $\frac{8y^2}{x^2}$

해설

$(x^a y)^4 = x^{12} y^b$ 에서 $a = 3,\ b = 4$ 이므로

$$\left(-\frac{1}{2}x^2 y\right)^a \div \left(\frac{1}{4}x^b y^2\right)^a \times (xy)^b$$
$$= \left(-\frac{1}{2}x^2 y\right)^3 \div \left(\frac{1}{4}x^4 y^2\right)^3 \times (xy)^4$$
$$= \frac{x^6 y^3}{-8} \times \frac{64}{x^{12} y^6} \times \frac{x^4 y^4}{1}$$
$$= -\frac{8y}{x^2}$$

25. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 3$ 일 때, $\frac{a+3ab+b}{a-ab+b}$ 의 값은?

① -3　② -2　③ 0　④ 2　⑤ 3

해설

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 3,\ \frac{a+b}{ab} = 3$

$\therefore\ 3ab = a+b$

$$\begin{aligned}\frac{a+3ab+b}{a-ab+b} &= \frac{3ab+3ab}{3ab-ab} \\ &= \frac{6ab}{2ab} \\ &= 3\end{aligned}$$

26. 다음 마방진의 가로, 세로, 대각선의 곱이 모두 같아지도록 3^2, 3^3, 3^4, 3^5, 3^6, 3^8, 3^9 을 빈 칸에 채워 넣었을 때, $(B-D)\times(C-A)$ 의 값을 구하여라.

A	3^7	
B		3
	C	D

▶ 답 :

▷ 정답 : 236196

해설

2	7	6
9	5	1
4	3	8

A (3^2)	3^7	3^6
B (3^9)	3^5	3
3^4	C (3^3)	D (3^8)

밑이 같은 거듭제곱의 곱은 지수끼리의 합과 같으므로 지수만으로 가로, 세로, 대각선의 합이 모두 같은 마방진을 먼저 만든다. (왼쪽 마방진)

밑을 3 으로 하고 지수를 왼쪽 마방진의 수를 그대로 사용하면 오른쪽과 같이 가로, 세로, 대각선의 곱이 모두 3^{15} 가 되는 표가 완성된다.

따라서 $A(3^2)$, $B(3^9)$, $C(3^3)$, $D(3^8)$ 이다.

$\therefore (B-D)\times(C-A)$
$= (3^9-3^8)\times(3^3-3^2)$
$= (3\times3^8-3^8)\times(3\times3^2-3^2)$
$= (2\times3^8)\times(2\times3^2)$
$= 4\times3^{10}$
$= 236196$

27. n 이 자연수일 때, $\{(-1)^{n+1}\}^{n+2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$\{(-1)^{n+1}\}^{n+2} = (-1)^{(n+1)(n+2)}$ 에서

1) n 이 홀수일 때, $n+1$ 은 짝수, $n+2$ 는 홀수이므로 -1 의 지수는 (짝수)×(홀수)=(짝수)

$\therefore\ (-1)^{\text{짝수}} = 1$

2) n 이 짝수일 때, $n+1$ 은 홀수, $n+2$ 는 짝수이므로 -1 의 지수는 (홀수)×(짝수)=(짝수)

$\therefore\ (-1)^{\text{짝수}} = 1$

따라서, 자연수 n 의 값에 관계없이 $(n+1)(n+2)$ 는 짝수가 되므로

$\{(-1)^{n+1}\}^{n+2} = (-1)^{(n+1)(n+2)} = 1$ 이 항상 성립한다.

28. $81^4 \div 27^n = 9^2$ 일 때, n의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$(3^4)^4 \div 3^{3n} = 3^4$ 이므로 $16 - 3n = 4$

$\therefore\ n = 4$ 이다.

29. 다음을 만족시키는 x 의 값을 구하여라.

$$2^{x+2} + 2^{x+1} + 2^{x} = 112$$

▶ 답：

▷ 정답： 4

해설

$$\begin{aligned} 2^{x+2} + 2^{x+1} + 2^{x} &= 2^{x}(2^{2} + 2 + 1) \\ &= 2^{x} \cdot 7 = 112 \end{aligned}$$

$2^{x} = 16$

$\therefore\ x = 4$

30. 다음 식에서 $A+B+C$ 의 값은?

$$(-4x^3)^A \times 2xy^B \div (-2x^2y)^2 = 8x^Cy$$

① 4　　② 5　　③ 6　　④ 7　　⑤ 8

해설

$(-4x^3)^A \times 2xy^B \div (-2x^2y)^2 = 8x^Cy$
$(-4)^A x^{3A} \times 2xy^B \div 4x^4y^2 = 8x^Cy$
$(-4)^A \times 2 \div 4 = 8 \qquad \therefore\ A = 2$
$x^{3A} \times x \div x^4 = x^C$
$x^6 \times x \div x^4 = x^C \qquad \therefore\ C = 3$
$y^B \div y^2 = y \qquad \therefore\ B = 3$
$\therefore\ A+B+C = 2+3+3 = 8$

31. $2^{10} \fallingdotseq 1000$ 을 이용하여 $5^{11} = \frac{10^x}{2}$ 인 정수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$5^{11} = \frac{10^x}{2}$

양변에 2^{11} 을 곱하면

$2^{11} \times 5^{11} = 10^x \times 2^{10}$

$10^{11} = 10^x \times 10^3$

$10^8 = 10^x$

$\therefore\ x = 8$

32. $x^2-2x+1=0$ 일 때, $x^4-3x^3+2x^2+x-1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^2-2x+1=0$ 에서 $x^2=2x-1\cdots$ ㉠
㉠ 에 x 를 곱하면 $x^3=2x^2-x=2(2x-1)-x=3x-2$,
즉, $x^3=3x-2\cdots$ ㉡
㉡ 에 x 를 곱하면 $x^4=3x^2-2x=3(2x-1)-2x=4x-3$,
$\therefore\ x^4-3x^3+2x^2+x-1=(4x-3)-3(3x-2)+2(2x-1)+x-1=0$

33. $a+b+c=1$ 일 때, $\dfrac{b+c}{(1-a)^2}+\dfrac{a+c}{(1-b)^2}+\dfrac{a+b}{(1-c)^2}-\dfrac{ab+ac}{(1-a)^2}-\dfrac{ab+bc}{(1-b)^2}-\dfrac{ac+bc}{(1-c)^2}$ 의 값을 구하여라. (단, $a \neq 1$, $b \neq 1$, $c \neq 1$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\dfrac{b+c}{(1-a)^2}+\dfrac{a+c}{(1-b)^2}+\dfrac{a+b}{(1-c)^2}$

$-\dfrac{ab+ac}{(1-a)^2}-\dfrac{ab+bc}{(1-b)^2}-\dfrac{ac+bc}{(1-c)^2}$

$=\dfrac{b+c-a(b+c)}{(1-a)^2}+\dfrac{a+c-b(a+c)}{(1-b)^2}+\dfrac{a+b-c(a+b)}{(1-c)^2}$

$=\dfrac{(b+c)(1-a)}{(1-a)^2}+\dfrac{(a+c)(1-b)}{(1-b)^2}+\dfrac{(a+b)(1-c)}{(1-c)^2}$

$=\dfrac{b+c}{1-a}+\dfrac{a+c}{1-b}+\dfrac{a+b}{1-c}\cdots$ ㉠

$a+b+c=1$ 이므로

$b+c=1-a$, $a+c=1-b$, $a+b=1-c$ 이고, 이 식들을 식 ㉠에 대입하면,

$\dfrac{b+c}{1-a}+\dfrac{a+c}{1-b}+\dfrac{a+b}{1-c}$

$=\dfrac{1-a}{1-a}+\dfrac{1-b}{1-b}+\dfrac{1-c}{1-c}$

$=1+1+1=3$