

1. 다음 연립방정식의 해를 구하면?

$$\begin{cases} 0.6x + 0.5y = 2.8 & \cdots \textcircled{㉠} \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 2 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

- ① (2,3)

② (-2,3)

③

(3,2)
- ④ (3,-2)

⑤ (-3,-2)

해설

㉠, ㉡의 양변에 각각 10, 6을 곱하면

$$\begin{cases} 6x + 5y = 28 & \cdots \cdots \textcircled{㉢} \\ 2x + 3y = 12 & \cdots \cdots \textcircled{㉣} \end{cases}$$

㉢ - ㉣×3을 하면 $-4y = -8$

∴ $y = 2$ 를 ㉣대입하면 $x = 3$

∴ $x = 3, y = 2$

2. $x(x-1)(x+1)-6=0$ 의 세근을 구하면?

- ① 2, -1, -3 ② -2, 1, -3 ③ 2, 1, -3
- ④ -2, -1±√2i ⑤ 2, -1±√2i

해설

$$\text{준식} = x(x^2-1)-6 = x^3-x-6 = 0$$

2	1	0	-1	-6
		2	4	6
	1	2	3	0

$$(x-2)(x^2+2x+3) = 0$$
$$\therefore x = 2, -1 \pm \sqrt{2}i$$

3. 방정식 $x^3 - x = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -1$

▷ 정답 : $x = 0$

▷ 정답 : $x = 1$

해설

좌변을 인수분해 하면

$$x^3 - x = x(x^2 - 1) = x(x - 1)(x + 1)$$

$$\therefore x = -1, 0, 1$$

4. 다음 중 방정식 $x^4 - 3x^3 + 5x^2 - x - 10 = 0$ 의 근이 아닌 것은?

① -1

② 1

③ 2

④ $1 + 2i$

⑤ $1 - 2i$

해설

조립제법을 이용하여 주어진 식을 인수분해 하면

$$x^4 - 3x^3 + 5x^2 - x - 10 = 0$$

$$(x + 1)(x^3 - 4x^2 + 9x - 10) = 0$$

$$(x + 1)(x - 2)(x^2 - 2x + 5) = 0$$

$$(x + 1)(x - 2)(x - 1 - 2i)(x - 1 + 2i) = 0$$

$$\therefore x = -1, 2, 1 + 2i, 1 - 2i$$

따라서 근이 아닌 것은 1 이다.

5. 사차방정식 $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$ 의 근 중에서 최대의 근은?

① -2

② -1

③ 0

④ 6

⑤ 2

해설

$x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$ 에서
 $x = 1, x = -1$ 을 대입하면 성립하므로
 $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$
 $= (x-1)(x+1)(x^2+x-6)$
 $= (x-1)(x+1)(x+3)(x-2) = 0$
 $\therefore x = -3, -1, 1, 2$
따라서 최대의 근은 2

6. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ 에서
 $x^2 = t$ 로 놓으면
 $t^2 - 13t + 36 = 0, (t - 4)(t - 9) = 0$
 $\therefore t = 4$ 또는 $t = 9$
(i) $t = 4$ 일 때, $x^2 = 4$
 $\therefore x = \pm 2$
(ii) $t = 9$ 일 때, $x^2 = 9$
 $\therefore x = \pm 3$
따라서 모든 해의 합은
 $(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$

7. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{cases} ax - y = a \\ x - ay = 1 \end{cases}$ 이 오직 한 쌍의 해를 갖도록

하는 a 값은?

① $a = -1$

② $a = 1$

③ $a = \pm 1$

④ $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수

⑤ 없다.

해설

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면

$$\frac{a}{1} \neq \frac{-1}{-a}, -a^2 \neq -1$$

$$\therefore a \neq \pm 1$$

따라서 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는

a 의 값은 $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수이다.

8. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 을 풀 때, xy 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 4

해설

$$\begin{cases} x-y=1 \cdots \textcircled{A} \\ x^2+y^2=5 \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

②를 곱셈법칙에 의해 변형하면,

$$x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$$

$$5=1^2+2xy$$

$$\therefore xy=2$$

9. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+2}{3}$, $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ 일 때 $x^2 - y^2 + z^2$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -40

해설

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+2}{3} = t \text{ 라 하면}$$

$$x = 2t - 1, y = 5t + 3, z = 3t - 2 \text{ 이므로}$$

$$x^2 - y^2 + z^2 = (2t - 1)^2 - (5t + 3)^2 + (3t - 2)^2 = -12t^2 - 46t - 4$$

... ㉠

$$x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$t \geq \frac{1}{2}, t \geq -\frac{3}{5}, t \geq \frac{2}{3}$$

$$\therefore t \geq \frac{2}{3}$$

이 범위에서 ㉠은 감소하므로

$$t = \frac{2}{3} \text{ 일 때 최대이고 최댓값은}$$

$$-12\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 46 \cdot \frac{2}{3} - 4 = -40$$

10. m 이 실수일 때, x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2mx + 2m^2 - 2m - 3 = 0$ 의 두 실근 α, β 에 대하여 $\alpha\beta$ 의 최댓값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$x^2 + 2mx + 2m^2 - 2m - 3 = 0$ 이 실근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = m^2 - (2m^2 - 2m - 3) \geq 0$$

$$m^2 - 2m - 3 \leq 0, (m+1)(m-3) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq m \leq 3$$

한편, 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha\beta = 2m^2 - 2m - 3 = 2\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{7}{2}$$

이 때, $-1 \leq m \leq 3$ 이므로 $m = 3$ 일 때

$\alpha\beta$ 의 최댓값은 9이다.

11. x, y, z 가 실수일 때, 다음 식의 최댓값을 구하여라.

$4x - x^2 - y^2 - z^2 + 5$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$4x - x^2 - y^2 - z^2 + 5$
 $= -(x^2 - 4x) - y^2 - z^2 + 5$
 $= -(x - 2)^2 - y^2 - z^2 + 9$
 x, y, z 는 실수이므로
 $(x - 2)^2 \geq 0, y^2 \geq 0, z^2 \geq 0$
따라서 $4x - x^2 - y^2 - z^2 + 5$ 는
 $x - 2 = 0, y = 0, z = 0$ 일 때,
최댓값 9를 갖는다.

12. 밑변의 길이와 높이의 합이 36 cm 인 삼각형의 최대 넓이를 구하여라.

▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 162cm²

해설

삼각형의 밑변의 길이를 x cm, 높이를 y cm²라 하자.

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2}x(36 - x) \\&= -\frac{1}{2}(x^2 - 36x) \\&= -\frac{1}{2}(x - 18)^2 + 162\end{aligned}$$

따라서 삼각형의 최대 넓이는 162 cm²

13. 둘레의 길이가 16cm 인 철사를 구부려서 부채꼴모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을 a , 이때 부채꼴의 넓이를 b 라 할 때, ab 의 값을 구하면?

- ① 16
- ② 20
- ③ 36
- ④ 55
- ⑤ 64

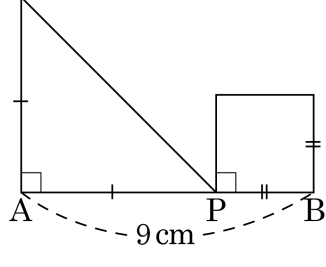
해설

부채꼴의 반지름을 a , 넓이를 b 라 하면

$$b = \frac{1}{2} \times a \times (16 - 2a) = a(8 - a)$$
$$= -a^2 + 8a$$
$$= -(a^2 - 8a + 16 - 16)$$
$$= -(a - 4)^2 + 16$$

이 그래프가 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.
꼭짓점은 $(4, 16)$ 이므로 반지름 $a = 4$ 일 때, 부채꼴의 넓이 $b = 16$ 으로 최대가 된다.
따라서 $ab = 64$ 이다.

14. 길이가 9cm인 선분 AB 위에 점 P를 잡아서 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형과 정사각형을 만들어 넓이의 합이 최소가 되게 할 때, 선분 AP의 길이는?



- ① 6cm ② 5.5cm ③ 5cm
 ④ 4.5cm ⑤ 4cm

해설

선분 AP의 길이를 x 라 하고 직각이등변삼각형과 정사각형의 넓이의 합을 S 라 하면

$$S = \frac{1}{2}x^2 + (9-x)^2 = \frac{3}{2}(x-6)^2 + 27$$

따라서 $\overline{AP} = 6(\text{cm})$ 일 때 넓이가 최소이다.

15. 지면으로부터 초속 20m 로 위로 던진 공의 x 초 후의 높이를 y_m 라고 하면 $y = -5x^2 + 20x$ 인 관계가 성립한다. 이 공이 가장 높이 올라갔을 때의 지면으로부터의 높이를 구하여라.

▶ 답: m

▶ 정답 : 20m

해설

$y = -5x^2 + 20x$ 에서 $y = -5(x - 2)^2 + 20$ 이다.
따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 20m 이다.

16. 지면으로부터 15m 높이에서 초속 40m 로 쏘아 올린 모형 로켓의 x 초 후의 지면으로 부터의 높이를 y m 라고 하면 $y = -5x^2 + 40x + 15$ 인 관계가 성립한다. 이 로켓이 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 : 초

▶ 답 : m

▷ 정답 : 4초

▷ 정답 : 95m

해설

$y = -5x^2 + 40x + 15$ 에서 $y = -5(x - 4)^2 + 95$ 이다.
따라서 $x = 4$ 일 때, y 는 최댓값 95 를 갖는다.

17. x 의 삼차방정식 $x^3 + px^2 + qx - 105 = 0$ 의 세 근이 모두 2보다 큰 정수일 때, $p + q$ 의 값을 구하면?

① 56 ② 21 ③ 10 ④ -10 ⑤ -21

해설

세 근을 α, β, γ 라 하면 근과 계수와의 관계에 의해서

$$\alpha + \beta + \gamma = -p, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = q, \alpha\beta\gamma = 105$$

$$\text{마지막 식에서 } \alpha\beta\gamma = 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$\therefore$ 세 근은 3, 5, 7 이다.

$$\therefore p = -(3 + 5 + 7) = -15,$$

$$q = 3 \cdot 5 + 5 \cdot 7 + 7 \cdot 3 = 15 + 35 + 21 = 71$$

$$\therefore p + q = 56$$

18. a, b 가 실수이고 방정식 $x^3 + ax^2 - 4x + b = 0$ 의 한 근이 $1 + i$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

계수가 실수이므로 $1 + i$ 가 근이면 $1 - i$ 도 근이다. 다른 한 근을 α 라고 하면삼차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해

$$(1 + i) + (1 - i) + \alpha = -a \cdots \textcircled{1}$$

$$(1 + i)(1 - i) + (1 + i)\alpha + (1 - i)\alpha = -4 \cdots \textcircled{2}$$

$$(1 + i)(1 - i)\alpha = -b \cdots \textcircled{3}$$

②에서 $\alpha = -3$

①, ③에 각각 대입하면 $a = 1, b = 6$

$$\therefore a + b = 7$$

해설

[별해1] 계수가 실수이므로 $1 + i$ 가 근이면 $1 - i$ 도 근이다. 따라서 주어진 방정식의 좌변은 $\{x - (1 - i)\} \{x - (1 + i)\} = x^2 - 2x + 2$ 로 나누어 떨어진다. 실제로 나눗셈을 하여 정리하면 $x^3 + ax^2 - 4x + b = (x^2 - 2x + 2)(x + a + 2) + (2a - 2)x + b - 2a - 4$

$$\therefore 2a - 2 = 0, b - 2a - 4 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = 6$$

주어진 방정식에 $1 + i$ 를 대입하여 복소수의 상등을 이용해도 된다.

19. 삼차방정식 $x^3 = 1$ 의 한 허근을 w 라 할 때, $-\frac{w+1}{w^2} + \frac{1+w^2}{w}$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② 1 ③ -1 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}x^3 &= 1, \\x^3 - 1 &= (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0 \\w &\text{는 } x^2 + x + 1 = 0 \text{의 한 근이 된다.} \\ \text{즉, } w^3 &= 1, \quad w^2 + w + 1 = 0 \\ -\frac{w+1}{w^2} + \frac{1+w^2}{w} & \\ &= \frac{w^2}{w^2} + -\frac{w}{w} \\ &= 1 - 1 = 0\end{aligned}$$

20. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - xy - 2y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 x 값이
될 수 없는 것은?

① $2\sqrt{2}$

② $-\sqrt{3}$

③ $\sqrt{5}$

④ $-2\sqrt{2}$

⑤ $-\sqrt{5}$

해설

$$x^2 - xy - 2y^2 = (x - 2y)(x + y) = 0$$

ⓐ $x = 2y$ 일 때

$$(2y)^2 + y^2 = 5y^2 = 10$$

$$y^2 = 2,$$

$$y = \pm\sqrt{2}$$

$$\begin{cases} x = 2\sqrt{2}, y = \sqrt{2} \\ x = -2\sqrt{2}, y = -\sqrt{2} \end{cases}$$

ⓑ $x = -y$ 일 때

$$(-y)^2 + y^2 = 2y^2 = 10,$$

$$y^2 = 5,$$

$$y = \pm\sqrt{5}$$

$$\begin{cases} x = -\sqrt{5}, y = \sqrt{5} \\ x = \sqrt{5}, y = -\sqrt{5} \end{cases}$$

21. x 에 대한 두 이차방정식 $x^2 + ax + 5 = 0$, $x^2 + 5x + a = 0$ 이 공통근을 갖는 실수 a 의 값들의 합을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

공통근을 p 라 하면

$$p^2 + ap + 5 = 0, p^2 + 5p + a = 0$$

두 식을 빼면, $(a - 5)p = a - 5$

$$(a - 5)(p - 1) = 0$$

$$\therefore a = 5 \text{ 또는 } p = 1$$

$$p = 1 \text{이면, } 1 + a + 5 = 0, a = -6$$

$$\therefore a \text{의 합: } -6 + 5 = -1$$

22. 두 실수 x, y 에 대하여 $x^2 - 4xy + 5y^2 + 2x - 8y + 5 = 0$ 일 때, $x + y$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 4xy + 5y^2 + 2x - 8y + 5 \\ &= x^2 - 2(2y - 1)x + 4y^2 - 4y + 1 + y^2 - 4y + 4 \\ &= x^2 - 2(2y - 1)x + (2y - 1)^2 + (y - 2)^2 \\ &= (x - 2y + 1)^2 + (y - 2)^2 = 0 \\ &\therefore x - 2y + 1 = 0, y - 2 = 0 \text{ 이므로} \\ &y = 2, x - 4 + 1 = 0 \quad \therefore x = 3 \\ &\text{따라서 } x + y = 3 + 2 = 5 \end{aligned}$$

23. 방정식 $2xy-4x-y=4$ 를 만족하는 양의 정수 x, y 를 구하면 $\begin{cases} x=\alpha \\ y=\beta \end{cases}$,

$$\begin{cases} x=y \\ y=\delta \end{cases} \text{ 이다.}$$

$\alpha+\beta+\gamma+\delta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

주어진 식을 변형하면 $(2x-1)(y-2)=6$

조건에서 x, y 가 양의 정수이므로

$2x-1, y-2$ 도 각각 정수이고 특히 $2x-1$ 은 양의 홀수이다.

$$\therefore \begin{cases} 2x-1=1 \\ y-2=6 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} 2x-1=3 \\ y-2=2 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x=1 \\ y=8 \end{cases}, \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$$

$$\therefore \alpha+\beta+\gamma+\delta=15$$

24. A, B 두 사람이 어떤 물건을 3 개월 할부로 공동 구입하였다. 첫달에 A, B 중 한 사람이 다른 사람보다 돈을 많이 지불하였기 때문에 두 번째 달부터는 전달에 많이 지불한 사람은 전달보다 20% 적은 금액을 지불하고, 적게 지불한 사람은 전 달보다 3000 원 많은 금액을 지불하기로 하였다. 금액을 모두 지불하고보니 A, B 는 전체 액수의 반씩을 부담하게 되었다. 이 물건을 사는 데 든 비용은 전부 얼마인가? (단, 두 번째 달의 B 의 지불금액은 A 의 지불금액보다 6000 원이 많았다.)

- ① 27000 원
- ② 30000 원
- ③ 81000 원
- ④ 162000 원
- ⑤ 570000 원

해설

첫달에 A, B 가 지불한 금액을 각각 x 원, y 원이라 하면 각자가 지불한 금액의 총합은 다음과 같다.

$A : x + 0.8x + (0.8x + 3000)$

$B : y + (y + 3000) + 0.8(y + 3000)$

따라서 $x + 0.8x + (0.8x + 3000) = y + (y + 3000) + 0.8(y + 3000) \cdots \cdots \textcircled{\small A}$

$0.8x + 6000 = y + 3000 \cdots \cdots \textcircled{\small B}$

또, $\textcircled{\small A}, \textcircled{\small B}$ 에서 $x = 30000, y = 27000$

따라서, A 가 지불한 금액은

$30000 + 0.8 \times 30000 + 0.8 \times 30000 + 3000 = 81000$

그런데 물건을 사는 데 든 총 비용은 한 사람이 지불한 금액의 2 배이다.

$\therefore (\text{지불한 총 금액}) = 81000 \times 2 = 162000(\text{원})$

25. 철수는 모든 모서리의 길이의 총합이 40 cm, 겉넓이는 62 cm^2 , 부피가 30 cm^3 인 직육면체 모양의 상자를 만들려고 한다. 이 때, 이 상자의 가장 긴 모서리의 길이는 얼마로 해야 하겠는가?

- ① 3 cm
- ② 3.5 cm
- ③ 4 cm
- ④ 4.5 cm
- ⑤ 5 cm

해설

각 모서리의 길이를 x, y, z 라고 하면
문제의 뜻에서
(i) $4(x + y + z) = 40$
 $\therefore x + y + z = 10$
(ii) $2(xy + yz + zx) = 62$
 $\therefore xy + yz + zx = 31$
(iii) $xyz = 30$
따라서, x, y, z 는 삼차방정식
 $t^3 - 10t^2 + 31t - 30 = 0$ 의 세 근이다.
 $(t - 2)(t - 3)(t - 5) = 0$
 $\therefore t = 2, 3, 5$
이 중 가장 긴 모서리의 길이는 5(cm)이다.