

1. ${}_5P_0 = a$, ${}_5P_5 = b$ 라 할 때, $b - a$ 의 값은?

① 104

② 111

③ 115

④ 119

⑤ 120

해설

$$a = {}_5P_0 = 1$$

$$b = {}_5P_5 = 5! = 120$$

$$\therefore b - a = 119$$

2. ${}_nC_4 = {}_nC_6$ 을 만족하는 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 10$

해설

$$n = 4 + 6 = 10$$

3. 7 송이의 서로 다른 종류의 꽃을 3 송이, 2 송이, 2 송이의 세 묶음으로 나누는 방법의 수는?

- ① 105 ② 120 ③ 210 ④ 630 ⑤ 1260

해설

7 송이를 3, 2, 2 송이로 나누는 방법의 수는,

$$\begin{aligned} & {}_7C_3 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} \\ &= \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} \times \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \times 1 \times \frac{1}{2 \cdot 1} = 105 \end{aligned}$$

4. 다음은 ${}_{10}P_5 = (\boxed{\text{가}}) + (\boxed{\text{나}})$ 임을 보인 것이다.

10개의 숫자 1, 2, 3, ..., 9, 10 중에서 서로 다른 5개의 숫자를 뽑아서 만들 수 있는 다섯 자리의 자연수의 개수는 ${}_{10}P_5$ 이다.
 이 때, 다섯 자리의 자연수 중에서 숫자 2가 들어있는 것의 개수는 $(\boxed{\text{가}})$, 숫자 2가 들어 있지 않은 것의 개수는 $(\boxed{\text{나}})$ 이다.

따라서 다음 등식이 성립한다.

$${}_{10}P_5 = (\boxed{\text{가}}) + (\boxed{\text{나}})$$

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

① ${}_9P_4, {}_5P_5$

② ${}_5P_4, {}_9P_5$

③ ${}_9P_4, {}_8P_5$

④ ${}_8P_4, {}_4P_5$

⑤ ${}_4P_4, {}_9P_5$

해설

다섯 자리의 자연수 중 2가 들어 있는 것의 개수는 2를 제외한 9개의 숫자중에서

4개를 택하여 나열한 후 2를 추가하면 되므로 ${}_9P_4 \times 5 = 5{}_9P_4$

2가 들어 있지 않은 것의 개수는 2를 제외한 9개의 숫자에서 5개를 택하는 순열의 수와 같으므로 ${}_9P_5$ 이다.

따라서 ${}_{10}P_5 = 5{}_9P_4 + {}_9P_5$

5. 등식 ${}_{n+3}C_4 = 7 {}_nC_2$ 를 만족하는 n 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$\frac{(n+3)(n+2)(n+1)n}{4!} = 7 \times \frac{n(n-1)}{2!}$$

$$(n+3)(n+2)(n+1) = 84(n-1)$$

$$\therefore n = 5$$

6. 등식 ${}_nP_2 + 6{}_nC_2 = 12{}_{n-1}C_3$ 을 만족하는 n 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$n(n-1) + 3n(n-1) = 2(n-1)(n-2)(n-3)$$

n 에 관하여 방정식을 풀면, $n = 6$

7. A, B, C, D, E 의 5개의 문자 중에서 3개를 뽑아 일렬로 나열할 때, A 로 시작하는 경우의 수는?

- ① 12 ② 14 ③ 18 ④ 24 ⑤ 36

해설

B, C, D, E 중 2개를 뽑아 나열하는 경우와 같다.

$${}_4P_2 = 12$$

8. 15 명의 학생을 4 명, 5 명, 6 명의 3 조로 나누는 모든 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 630630 가지

해설

$${}_{15}C_4 \times {}_{11}C_5 \times {}_6C_6 = 630630$$

9. 서로 다른 과일 6 개에 대하여 1 개, 2 개, 3 개로 나누는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 60가지

해설

$${}_6C_1 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 = 60$$

10. 어느 학교에서 체육 활동 시간에 3개조가 필요하다. 8 명의 학생을 2 명, 2 명, 4 명씩 세 조로 만들 수 있는 경우의 수는?

① 200

② 210

③ 105

④ 100

⑤ 220

해설

8 명의 학생을 2 명, 2 명, 4 명씩 세 조로 나누는 경우의 수는

$${}_8C_2 \times {}_6C_2 \times {}_4C_4 \times \frac{1}{2!} = 210(\text{가지}) \text{ 이다.}$$

11. 나란히 놓인 10개의 의자에 A, B, C, D 의 4명이 앉을 때, 어느 두 사람도 인접하지 않는 경우의 수는?

① 760

② 800

③ 840

④ 880

⑤ 920

해설

10 개의 의자에 네 사람이 앉으므로 빈 의자는 6 개이다. 이 6 개의 의자 사이 및 양 끝의 7 자리에 의자에 앉은 네 사람을 배열하면 되므로 구하는 경우의 수는 $\Rightarrow {}_7P_4 = 840$

12. 서로 다른 15 종류의 꽃이 있다. 5 개씩 세 사람에게 나누어 주는 방법은 몇 가지인가?

① ${}_{15}C_5 \times {}_{10}C_5 \times {}_5C_5$

② ${}_{15}C_5 \times {}_{10}C_5 \times {}_5C_5 \times \frac{1}{3!}$

③ ${}_{15}C_5 \times {}_{10}C_5 \times {}_5C_5 \times 3!$

④ ${}_{15}C_5 \times {}_{10}C_5 \times {}_5C_5 \times \frac{1}{3!} \times 3!$

⑤ ${}_{15}C_5 \times {}_{10}C_5$

해설

5 개씩 3 뭉치로 나누고 다시 세 사람에게 나누어 주므로

$${}_{15}C_5 \times {}_{10}C_5 \times {}_5C_5 \times \frac{1}{3!} \times 3! = 756756 \text{ (가지)}$$

13. 남자 6 명, 여자 2 명을 4 명씩 두 조로 나눌 때, 여자 2 명이 같은 조에 속하는 경우는 몇 가지인가?

① 14

② 15

③ 20

④ 22

⑤ 30

해설

여자 2 명을 제외한 남자 6 명을 2 명,
4 명으로 나누는 경우를 생각한다.

$${}_6C_2 \times {}_4C_4 = 15$$

14. 7 층짜리 건물의 1 층에서 7 명이 승강기를 함께 탄 후 7 층까지 올라가는 동안 각각 2 명, 2 명, 3 명이 내리는 방법의 수는?

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12600 개

해설

7 명을 2 명, 2 명, 3 명씩 3 개의 조로 나누는 방법의 수는

$${}_7C_2 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} = 105$$

3 개의 조가 2 층부터 7 층까지 6 개의 층 중 3 개의 층에서 각각 내리므로 구하는 방법의 수는

$$105 \times {}_6P_3 = 12600$$