1. 방정식 $\frac{x+2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2x+1}{4}$ 의 해를 구하면?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ 1

해설

양변에 12를 곱하면 $4(x+2) - 6 = 3(2x+1)$
이항하여 정리하면 $4x - 6x = 3 - 8 + 6$, $-2x = 1$
 $\therefore x = -\frac{1}{2}$

2. 방정식 $|x - 1| = 5$ 의 모든 해의 합은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$|x - 1| = 5$ 에서 $x - 1 = \pm 5$
(i) $x - 1 = 5$ 일 때, $x = 6$
(ii) $x - 1 = -5$ 일 때, $x = -4$
따라서 방정식의 두 실근의 합은
 $6 + (-4) = 2$

3. 다음은 인수분해를 이용하여 이차방정식을 푼 것이다. ㉔에 알맞은 것은?

$$\begin{aligned} 11x^2 - 13x + 2 &= 0 \\ (11x - 2)(\textcircled{\text{㉔}}) &= 0 \\ x = \frac{2}{11} \text{ 또는 } x &= 1 \end{aligned}$$

- ① $x - 2$ ② $x - 1$ ③ $x + 1$ ④ $x + 2$ ⑤ $x + 3$

해설

$$\begin{aligned} &x \text{에 대한 이차방정식} \\ 11x^2 - 13x + 2 &= 0 \\ (11x - 2)(x - 1) &= 0 \\ \therefore x = \frac{2}{11} \text{ 또는 } x &= 1 \\ \text{따라서 } \textcircled{\text{㉔}} \text{는 } x - 1 \end{aligned}$$

4. 이차방정식 $2x^2 - 2x + 3 = 0$ 의 두 근을 구하면?

① $-1 \pm \sqrt{5}i$

② $1 \pm \sqrt{5}$

③ $\frac{-1 \pm \sqrt{5}i}{2}$

④ $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

⑤ $\frac{1 \pm \sqrt{5}i}{2}$

해설

$2x^2 - 2x + 3 = 0$ 에서

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 2 \times 3}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}i}{2}$$

5. 이차방정식 $x^2 - mx + 2m + 1 = 0$ 의 한 근이 1일 때 다른 한 근은?
(단, m 은 상수)

① 3 ② 2 ③ 0 ④ -1 ⑤ -3

해설

$x^2 - mx + 2m + 1 = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면

$1 - m + 2m + 1 = 0 \quad \therefore m = -2$

$x^2 + 2x - 3 = 0, \quad (x + 3)(x - 1) = 0$

$\therefore x = -3, 1$

따라서, 다른 근은 -3

6. x 에 대한 이차방정식 $kx^2 - x - (k+7) = 0$ 의 한 근이 2일 때, 다른 한 근을 구하면?(단 k 는 상수)

- ① -2 ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

방정식에 $x = 2$ 를 대입하면

$$k \cdot 2^2 - 2 - (k+7) = 0$$

$$4k - 2 - k - 7 = 0, 3k = 9,$$

$$\therefore k = 3$$

$$3x^2 - x - 10 = 0, (3x+5)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = 2, -\frac{5}{3}$$

7. 다음 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖는 것을 모두 고르면?

$\text{㉠ } x^2 + 2x + 1 = 0$	$\text{㉡ } x^2 + 2x + 4 = 0$
$\text{㉢ } x^2 + 4x + 2 = 0$	

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠, ㉡ ⑤ ㉡, ㉢

해설

- ㉠ $(x+1)^2 = 0$: 중근
㉡ $a=1, b'=1, c=4$
 $1^2 - 1 \cdot 4 = -3 < 0$: 허근
㉢ $a=1, b'=2, c=2$
 $2^2 - 1 \cdot 2 = 2 > 0$: 서로 다른 두 실근 (○)

8. 이차방정식 $x^2 - 2x + k + 2 = 0$ 이 중근을 가지도록 하는 상수 k 의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ 0 ④ -2 ⑤ 2

해설

$$x^2 - 2x + (k + 2) = 0$$

$$\frac{D}{4} = (-1)^2 - (k + 2) = 0$$

$$1 - k - 2 = 0 \quad \therefore k = -1$$

9. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + (a-1)x + \frac{1}{4}a^2 + a - 2 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 실수 a 의 조건을 구하면?

- ① $a > 1$ ② $a < \frac{3}{2}$ ③ $a < \frac{3}{4}$ ④ $a > \frac{3}{4}$ ⑤ $a < 2$

해설

판별식을 D 라고 하면,

$$D = (a-1)^2 - 4\left(\frac{1}{4}a^2 + a - 2\right) = -6a + 9$$

서로 다른 두 실근을 가지려면 $D > 0$ 이어야 하므로

$$-6a + 9 > 0 \text{에서 } a < \frac{3}{2}$$

10. 이차방정식 $x^2 - 3x - (k-1) = 0$ 이 실근을 갖게 하는 실수 k 의 값으로 옳지 않은 것은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2 - 3x - (k-1) = 0$ 이 실근을 가지므로

$$D = (-3)^2 + 4 \cdot 1 \cdot (k-1) \geq 0$$

$$9 + 4k - 4 \geq 0, 4k \geq -5$$

$$\therefore k \geq -\frac{5}{4}$$

11. 이차방정식 $x^2 + 8x + 2k = 0$ 이 허근을 가지도록 하는 정수 k 의 값의 최솟값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

이차방정식에서 허근을 가질 조건은

$$\frac{D'}{4} < 0 \text{ 이어야 하므로,}$$

$$16 - 2k < 0, 2k > 16, \therefore k > 8$$

$\therefore$ 정수 k 의 최솟값은 9

12. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하고 판별식을 D 라고 할 때 $|\alpha - \beta|$ 는 다음 중 어느 것과 같은가?

- ① $\frac{\sqrt{D}}{a}$ ② $\frac{-\sqrt{D}}{a}$ ③ $\frac{\sqrt{D}}{|a|}$
④ $-\frac{\sqrt{D}}{|a|}$ ⑤ $-\frac{D}{|a|}$

해설

근의 공식을 이용하여 풀면

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

$$\text{즉 } \alpha = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, \beta = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \text{ (단, } D = b^2 - 4ac \text{)}$$

$$\therefore |\alpha - \beta| = \left| \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} - \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \right|$$

$$= \left| \frac{-b + \sqrt{D} + b + \sqrt{D}}{2a} \right|$$

$$= \left| \frac{2\sqrt{D}}{2a} \right| = \frac{\sqrt{D}}{|a|}$$

13. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 의 값을 구하면?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\alpha + \beta = \frac{6}{2} = 3, \alpha\beta = \frac{3}{2}$$
$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 3 \times \frac{2}{3} = 2$$

14. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은?

① 7

② 6

③ 5

④ 4

⑤ 3

해설

근과 계수의 관계로부터

$$\alpha + \beta = 2 \quad \alpha\beta = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 7$$

15. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 4 ④ 8 ⑤ 11

해설

근과 계수와의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -\frac{1}{2}$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$$

$$= 8 - 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times 2 = 11$$