1. 등식 $2x^2-3x-2=a(x-1)(x-2)+bx(x-2)+cx(x-1)$가 x값에 관계없이 항상 성립할 때, 상수 $a+b+c$의 값은?

① -2　　② -1　　③ 0　　④ 1　　⑤ 2

해설

양변에 $x=0$을 대입하면
$-2=2a \quad \therefore\ a=-1$
양변에 $x=1$을 대입하면
$-3=-b \quad \therefore\ b=3$
양변에 $x=2$를 대입하면
$0=2c \quad \therefore c=0$
$\therefore\ a+b+c=2$

2. $\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^{2008}$ 을 간단히 하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ i ⑤ $-i$

해설

$$\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}$$
$$=\frac{2i}{2}=i$$
$$\therefore \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2008}=i^{2008}$$
$$=(i^4)^{502}=1$$

3. 다항식 $x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right)$ 의 차수는?

① 2차 ② 3차 ③ 6차 ④ 7차 ⑤ 8차

해설

$x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right)$

$=x^2(x^2+1)(x^2+2x+3)$

$\therefore$ 6차 다항식

4. 이차항의 계수가 1 인 두 이차 다항식의 최소공배수가 x^3+6x^2-x-30 이고, 최대공약수가 $x-2$ 일 때, 두 다항식의 합을 바르게 구한 것은?

① $2x^2+4x-16$ ② $2x^2+3x-8$ ③ x^2-5x-1
④ $2x^2+x+4$ ⑤ x^2+2x+5

해설

두 이차 다항식을 $A=a(x-2)$, $B=b(x-2)$ (a, b 는 서로소) 라고 하면
$L=x^3+6x^2-x-30=abG=ab(x-2)$ 이고,
L 을 인수분해하면
$L=(x-2)(x^2+8x+15)=$
$\underbrace{(x-2)}_{G}\underbrace{(x+3)(x+5)}_{ab}$
따라서, 두 다항식은
$(x-2)(x+3)=x^2+x-6$
$(x-2)(x+5)=x^2+3x-10$ 이므로
두 다항식의 합은
$(x^2+x-6)+(x^2+3x-10)=2x^2+4x-16$

5. 다음은 다항식 A를 다항식 B로 나누었을 때, 몫을 Q, 나머지를 R라 하면 A와 B의 최대공약수는 B와 R의 최대공약수와 같음을 보인 것이다.

> A와 B의 최대공약수를 G라 하고,
> $A = Ga,\ B = Gb$ ($a,\ b$는 서로소)를
> $A = BQ + R$에 대입하면
> $Ga = GbQ + R \qquad \therefore\ R = G(a - bQ)$
> 그러므로 (가)는 B 와 R 의 공약수이다.
> 그런데, $a,\ b$ 는 서로소이므로 b 와 $a - bQ$ 사이에는 상수이외의 (나)가 없다.
> 따라서 G 는 B 와 R 의 최대공약수이다.

(가), (나)에 알맞은 것을 차례로 쓰면?

① $a - bQ$, 공약수
② G , 공약수
③ G , 공배수
④ $a - bQ$, 공배수
⑤ G , 서로소

해설

$A = Ga$, $B = Gb$ 를 $A = BQ + R$ 에 대입하면 $Ga = GbQ + R$
$\therefore\ R = G(a - bQ)$ 그러므로 (G)는 B 와 R 의 공약수이다.
그런데 $a,\ b$ 는 서로소이므로 b 와 $a - bQ$ 사이에는 상수 이외의 (공약수)가 없다.

6. $z \cdot \bar{z} = 1$ 을 만족하는 복소수 $z_1,\ z_2$ 에 대하여 $z_1 + z_2 = 2$ 일 때, $z_1 \cdot z_2$ 의 값은? (단, $\overline{z_1},\ \overline{z_2}$ 는 각각 $z_1,\ z_2$ 의 켤레복소수이다.)

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$z_1 = a + bi$, $z_2 = c + di$
($a,\ b,\ c,\ d$ 는 실수)로 놓으면
$\overline{z_1} = a - bi$, $\overline{z_2} = c - di$ 이므로
$z_1 \cdot \overline{z_1} = 1$ 에서
$a^2 + b^2 = 1 \cdots$ ㉠
$z_2 \cdot \overline{z_2} = 1$ 에서
$c^2 + d^2 = 1 \cdots$ ㉡
$z_1 + z_2 = 2$ 에서 $a + c + (b + d)i = 2$
복소수가 서로 같을 조건에 의하여
$a + c = 2,\ b + d = 0$
㉠ − ㉡을 하면
$a^2 - c^2 + b^2 - d^2 = 0$
$(a + c)(a - c) + (b + d)(b - d) = 0$
그런데 $b + d$ 는 0이므로 $(a + c)(a - c) = 0$
$\therefore\ a = -c$ 또는 $a = c$
그런데 $a + c = 2$ 이므로 $a = c = 1$
㉠, ㉡에 $a = c$, $c = 1$ 을 각각 대입하면 $d = b = 0$
따라서 $z_1 = 1$, $z_2 = 1$ 이므로
$z_1 \cdot z_2 = 1$