

1. 등식 $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)$ 가 x 값에 관계없이 항상 성립할 때, 상수 $a + b + c$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$-2 = 2a \quad \therefore a = -1$$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$-3 = -b \quad \therefore b = 3$$

양변에 $x = 2$ 를 대입하면

$$0 = 2c \quad \therefore c = 0$$

$$\therefore a + b + c = 2$$

2. $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2008}$ 을 간단히 하면?

① -1

② 0

③ 1

④ i

⑤ $-i$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1+i}{1-i} &= \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} \\ &= \frac{2i}{2} = i\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2008} &= i^{2008} \\ &= (i^4)^{502} = 1\end{aligned}$$

3. 다항식 $x^5 \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}\right)$ 의 차수는?

① 2차

② 3차

③ 6차

④ 7차

⑤ 8차

해설

$$x^5 \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}\right)$$

$$= x^2(x^2 + 1)(x^2 + 2x + 3)$$

∴ 6차 다항식

4. 이차항의 계수가 1 인 두 이차 다항식의 최소공배수가 $x^3 + 6x^2 - x - 30$ 이고, 최대공약수가 $x-2$ 일 때, 두 다항식의 합을 바르게 구한 것은?

- ① $2x^2 + 4x - 16$ ② $2x^2 + 3x - 8$ ③ $x^2 - 5x - 1$
 ④ $2x^2 + x + 4$ ⑤ $x^2 + 2x + 5$

해설

두 이차 다항식을 $A = a(x-2)$, $B = b(x-2)$ (a, b 는 서로소) 라고 하면

$$L = x^3 + 6x^2 - x - 30 = abG = ab(x-2) \text{ 이고,}$$

L 을 인수분해하면

$$L = (x-2)(x^2 + 8x + 15) =$$

$$\frac{(x-2)}{G} \frac{(x+3)(x+5)}{ab}$$

따라서, 두 다항식은

$$(x-2)(x+3) = x^2 + x - 6$$

$$(x-2)(x+5) = x^2 + 3x - 10 \text{ 이므로}$$

두 다항식의 합은

$$(x^2 + x - 6) + (x^2 + 3x - 10) = 2x^2 + 4x - 16$$

5. 다음은 다항식 A 를 다항식 B 로 나누었을 때, 몫을 Q , 나머지를 R 라 하면 A 와 B 의 최대공약수는 B 와 R 의 최대공약수와 같음을 보인 것이다.

A 와 B 의 최대공약수를 G 라 하고,

$A = Ga, B = Gb$ (a, b 는 서로소)를

$A = BQ + R$ 에 대입하면

$$Ga = GbQ + R \quad \therefore R = G(a - bQ)$$

그러므로 (가)는 B 와 R 의 공약수이다.

그런데, a, b 는 서로소이므로 b 와 $a - bQ$ 사이에는 상수 이외의 (나)가 없다.

따라서 G 는 B 와 R 의 최대공약수이다.

(가), (나)에 알맞은 것을 차례로 쓰면?

① $a - bQ$, 공약수

② G , 공약수

③ G , 공배수

④ $a - bQ$, 공배수

⑤ G , 서로소

해설

$A = Ga, B = Gb$ 를 $A = BQ + R$ 에 대입하면 $Ga = GbQ + R$

$\therefore R = G(a - bQ)$ 그러므로 (G)는 B 와 R 의 공약수이다.

그런데 a, b 는 서로소이므로 b 와 $a - bQ$ 사이에는 상수 이외의 (공약수)가 없다.

6. $z \cdot \bar{z} = 1$ 을 만족하는 복소수 z_1, z_2 에 대하여 $z_1 + z_2 = 2$ 일 때, $z_1 \cdot z_2$ 의 값은? (단, $\bar{z_1}, \bar{z_2}$ 는 각각 z_1, z_2 의 켄레복소수이다.)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$z_1 = a + bi, z_2 = c + di$$

(a, b, c, d 는 실수)로 놓으면

$$\bar{z_1} = a - bi, \bar{z_2} = c - di \text{ 이므로}$$

$$z_1 \cdot \bar{z_1} = 1 \text{ 에서}$$

$$a^2 + b^2 = 1 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$z_2 \cdot \bar{z_2} = 1 \text{ 에서}$$

$$c^2 + d^2 = 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$z_1 + z_2 = 2 \text{ 에서 } a + c + (b + d)i = 2$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$a + c = 2, b + d = 0$$

$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}$ 을 하면

$$a^2 - c^2 + b^2 - d^2 = 0$$

$$(a + c)(a - c) + (b + d)(b - d) = 0$$

$$\text{그런데 } b + d \text{ 는 } 0 \text{ 이므로 } (a + c)(a - c) = 0$$

$$\therefore a = -c \text{ 또는 } a = c$$

$$\text{그런데 } a + c = 2 \text{ 이므로 } a = c = 1$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{ 에 } a = c, c = 1 \text{ 을 각각 대입하면 } d = b = 0$$

$$\text{따라서 } z_1 = 1, z_2 = 1 \text{ 이므로}$$

$$z_1 \cdot z_2 = 1$$