

1. 직선 $x=2$ 를 축으로 하고 두 점 $(0, -2)$, $(-1, 8)$ 을 지나는 이차함수의 식은?

① $y = (x-2)^2 - 10$

② $y = (x-2)^2 + 8$

③ $y = 2(x-2)^2 - 10$

④ $y = 2(x+1)^2 + 8$

⑤ $y = 2x^2 - 2$

해설

$y = a(x-2)^2 + b = ax^2 - 4ax + (4a+b)$ 에 $(0, -2)$, $(-1, 8)$

을 대입하면,

$$-2 = 4a + b, 8 = 9a + b$$

$$\therefore y = 2(x-2)^2 - 10$$

2. 다음 중 최댓값이 3 인 이차함수는?

① $y = -3x^2 + 1$

② $y = x^2 + 4x$

③ $y = (x - 2)^2 + 1$

④ $y = -x^2 + 4x - 1$

⑤ $y = -(x + 1)(x - 3)$

해설

① 최댓값 : 1

② $y = (x + 2)^2 - 4$ 이므로 최댓값은 없다.

③ 최댓값은 없다.

④ $y = -(x - 2)^2 + 3$ 이므로 최댓값은 3

⑤ $y = -(x - 1)^2 + 4$ 이므로 최댓값은 4

3. 이차함수 $y = \frac{1}{3}(x + 1)^2 + 2$ 의 최솟값을 구하고, 그 때의 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최솟값 = 2

▷ 정답 : $x = -1$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 2)$ 이므로
 $x = -1$ 일 때, 최솟값 2 를 갖는다.

4. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x - 1$ 의 최댓값과 최솟값은?

- ① 최댓값 : 1, 최솟값 : 없다
- ② 최댓값 : 1, 최솟값 : -5
- ③ 최댓값 : 4, 최솟값 : 없다
- ④ 최댓값 : 없다, 최솟값 : 1
- ⑤ 최댓값 : 1, 최솟값 : -3

해설

$y = -2x^2 + 4x - 1$
 $= -2(x - 1)^2 + 1$
 $x = 1$ 일 때, 최댓값 1을 갖는다.
또한, x^2 의 계수가 음수이므로 최솟값은 없다.

5. 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 - 6x + k$ 의 최솟값과 이차함수 $y = -3x^2 + 6x - 3k + 3$ 의 최댓값이 일치할 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{33}{4}$

해설

$$y = \frac{1}{3}x^2 - 6x + k = \frac{1}{3}(x - 9)^2 - 27 + k$$

$$\text{최솟값은 } -27 + k$$

$$y = -3x^2 + 6x - 3k + 3$$

$$= -3(x - 1)^2 + 6 - 3k$$

$$\text{최댓값은 } 6 - 3k$$

$$-27 + k = 6 - 3k$$

$$\therefore k = \frac{33}{4}$$

6. 이차함수 $y = -x^2 + 10x - 13$ 의 최댓값을 m , 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1$ 의 최솟값을 n 이라고 할 때, mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = -x^2 + 10x - 13 = -(x - 5)^2 + 12$$

$$\text{최댓값 } m = 12$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1 = \frac{1}{2}(x + 1)^2 + \frac{1}{2}$$

$$\text{최솟값 } n = \frac{1}{2}$$

$$\therefore mn = 12 \times \frac{1}{2} = 6$$

7. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 점 $(0, 3)$ 을 지나고, 꼭짓점의 좌표가 $(1, -2)$ 일 때, 이 이차함수의 식은?

① $y = -5x^2 - 10x + 3$

② $y = 5x^2 + 10x + 3$

③ $y = -5x^2 + 9x - 2$

④ $y = 5x^2 - 10x + 3$

⑤ $y = 5x^2 + 10x + 2$

해설

$$y = a(x - 1)^2 - 2$$

$(0, 3)$ 을 대입하면

$$3 = a(-1)^2 - 2$$

$$a = 5$$

$$y = 5(x - 1)^2 - 2$$

$$\therefore y = 5x^2 - 10x + 3$$

8. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점의 좌표가 (1, 2) 이고 y 절편이 3 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면? (단, a, b, c 는 상수이다.)

① 0

② 1

③ 2

④ 4

⑤ 5

해설

꼭짓점이 (1, 2) 이므로 주어진 식은

$$y = a(x - 1)^2 + 2$$

y 절편이 3 이므로 (0, 3) 을 대입하면

$$3 = a + 2$$

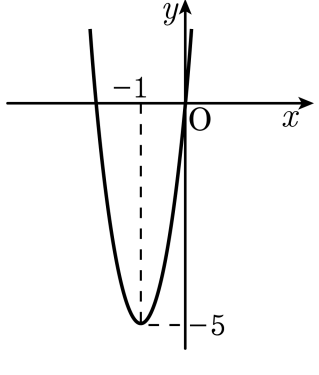
$$\therefore a = 1$$

따라서 구하는 식은 $y = (x - 1)^2 + 2 = x^2 - 2x + 3$

$$\therefore b = -2, c = 3$$

$$\therefore a + b + c = 2$$

9. 다음 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(-1, -5)$ 이고, 원점을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은?



- ① $y = -x^2 + 2x$ ② $y = -2x^2 + 4x$ ③ $y = -2x^2 - 4x$
④ $y = 4x^2 + 4x$ ⑤ $y = 5x^2 + 10x$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -5)$ 이므로 구하는 이차함수의 식을 $y = a(x + 1)^2 - 5$ 로 놓을 수 있다. 이 그래프가 점 $(0, 0)$ 을 지나므로 $0 = a - 5 \quad \therefore a = 5$
따라서 구하는 이차함수의 식은 $y = 5(x + 1)^2 - 5 = 5x^2 + 10x$ 이다.

10. 꼭짓점의 좌표가 $(-1, -2)$ 이고, y 절편이 3 인 포물선의 식을 구하면?

① $y = 5x^2 + 10x + 3$

② $y = 3x^2 + 10x - 3$

③ $y = x^2 + 8x + 2$

④ $y = 5x^2 + 2x + 1$

⑤ $y = 5x^2 - 10x + 2$

해설

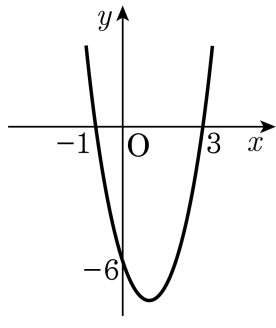
$y = a(x + 1)^2 - 2$ 에 $(0, 3)$ 을 대입하면

$$3 = a - 2$$

$$a = 5$$

$$y = 5(x + 1)^2 - 2 = 5x^2 + 10x + 3$$

11. 다음 그림과 같은 포물선의 식은?



① $y = x^2 + 2x - 6$

② $y = 2x^2 + 4x - 6$

③ $y = x^2 - 2x - 6$

④ $y = 2x^2 - 4x - 6$

⑤ $y = x^2 + 4x - 6$

해설

그림에서 x 절편이 $-1, 3$ 이므로
구하는 식은 $y = a(x + 1)(x - 3)$
 $(0, -6)$ 을 지나므로 $-6 = -3a$
 $\therefore a = 2$
 $y = 2(x + 1)(x - 3) = 2x^2 - 4x - 6$
 $\therefore y = 2x^2 - 4x - 6$

12. 이차함수 $y = x^2 - 6x - 10$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -19

해설

$y = x^2 - 6x - 10 = (x - 3)^2 - 19$
 $x = 3$ 일 때, 최솟값은 -19 이다.

13. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x - 5$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}y &= -3x^2 + 6x - 5 \\&= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) - 5 \\&= -3(x - 1)^2 - 2\end{aligned}$$

$x = 1$ 일 때, 최댓값 -2 를 갖는다.

14. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4 만큼 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동시켰을 때, 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = -\frac{1}{3}(x+4)^2 + 1$$

따라서 $x = -4$ 일 때, 최댓값은 1 이다.

15. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동시켰을 때, 최댓값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$y = -2(x + 3)^2 + 4$$

따라서 $x = -3$ 일 때, 최댓값은 4 이다.

16. $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -3$ 에서 최댓값 5 를 갖는 포물선의 식의 y 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -3$ 에서 최댓값 5 를 갖는 포물선의 식은 $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2+5$ 이다. $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2+5 = -\frac{1}{3}x^2 - 2x + 2$ 따라서 y 의 절편은 2 이다.

17. 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 3)$ 이고 한 점 $(1, -6)$ 을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① -2 ② 2 ③ -6 ④ 6 ⑤ 1

해설

$y = a(x + 2)^2 + 3$ 이 점 $(1, -6)$ 을 지나므로

$-6 = a(1 + 2)^2 + 3, a = -1$ 이다.

$\therefore y = -(x + 2)^2 + 3 = -x^2 - 4x - 1$

$\therefore a + b + c = -1 - 4 - 1 = -6$

18. 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 1)$ 이고, 한 점 $(0, -2)$ 를 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수식이 $y = a(x-p)^2 + q$ 일 때, apq 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 $(-3, 1)$ 이므로

$$y = a(x+3)^2 + 1$$

점 $(0, -2)$ 를 지나므로

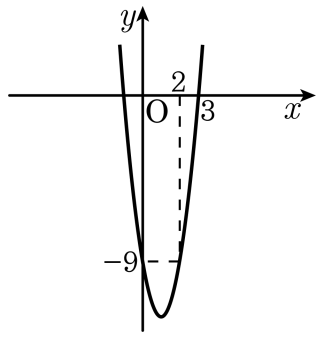
$$-2 = a(0+3)^2 + 1 \quad \therefore a = -\frac{1}{3}$$

$$y = -\frac{1}{3}(x+3)^2 + 1 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a = -\frac{1}{3}, p = -3, q = 1 \text{ 이므로}$$

$$apq = -\frac{1}{3} \times (-3) \times 1 = 1 \text{ 이다.}$$

19. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $a - b - c$ 의 값은?

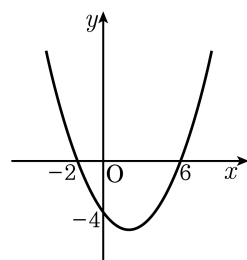


- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 18 ⑤ 24

해설

세 점 $(0, -9)$, $(2, -9)$, $(3, 0)$ 을 지나는 그래프이다.
 $(0, -9)$ 를 지나므로 $-9 = c$
 $(2, -9)$ 를 지나므로 $-9 = 4a + 2b - 9$
 $(3, 0)$ 을 지나므로 $0 = 9a + 3b - 9$
따라서 $a = 3$, $b = -6$, $c = -9$ 이므로
주어진 이차함수는 $y = 3x^2 - 6x - 9$ 이고, $a - b - c = 18$ 이다.

20. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 이차함수의 최솟값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{16}{3}$

해설

x 절편이 $-2, 6$ 이므로

$$y = a(x + 2)(x - 6)$$

점 $(0, -4)$ 를 지나므로

$$-4 = a(0 + 2)(0 - 6), \quad a = \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{1}{3}(x + 2)(x - 6)$$

$$= \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - 4$$

$$= \frac{1}{3}(x - 2)^2 - \frac{16}{3}$$

따라서 $x = 2$ 일 때, 최솟값은 $-\frac{16}{3}$

21. 합이 18 인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 17

② 65

③ 77

④ 81

⑤ 162

해설

두 수를 각각 x , $18 - x$ 라고 하면

$$y = x(18 - x)$$

$$= -x^2 + 18x$$

$$= -(x^2 - 18x + 81 - 81)$$

$$= -(x - 9)^2 + 81$$

$x = 9$ 일 때, 최댓값 81 을 갖는다.

22. 가로 길이가 6cm, 세로 길이가 10cm 인 직사각형에서 가로 길이를 x cm 길게 하고 세로 길이를 x cm 짧게 한 직사각형의 넓이가 최대일 때, x 값은?

① 2 ② 4 ③ 8 ④ 14 ⑤ 15

해설

넓이를 y 라 하면

$$y = (6 + x)(10 - x)$$

$$= -x^2 + 4x + 60$$

$$= -(x^2 - 4x + 4 - 4) + 60$$

$$= -(x - 2)^2 + 64$$

따라서 $x = 2$ 일 때 최댓값 64 를 가진다.

23. 둘레의 길이가 16cm 인 철사를 구부려서 부채꼴모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을 a , 이때 부채꼴의 넓이를 b 라 할 때, ab 의 값을 구하면?

- ① 16
- ② 20
- ③ 36
- ④ 55
- ⑤ 64

해설

부채꼴의 반지름을 a , 넓이를 b 라 하면

$$b = \frac{1}{2} \times a \times (16 - 2a) = a(8 - a)$$
$$= -a^2 + 8a$$
$$= -(a^2 - 8a + 16 - 16)$$
$$= -(a - 4)^2 + 16$$

이 그래프가 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.
꼭짓점은 $(4, 16)$ 이므로 반지름 $a = 4$ 일 때, 부채꼴의 넓이 $b = 16$ 으로 최대가 된다.
따라서 $ab = 64$ 이다.

24. 지면으로부터 초속 20m 로 위로 던진 공의 x 초 후의 높이를 y m 라고 하면 $y = -5x^2 + 20x$ 인 관계가 성립한다. 이 공이 가장 높이 올라갔을 때의 지면으로부터의 높이를 구하여라.

▶ 답 : m

▷ 정답 : 20 m

해설

$y = -5x^2 + 20x$ 에서 $y = -5(x-2)^2 + 20$ 이다.
따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 20m 이다.

25. $x = 2$ 일 때 최솟값 -1 을 갖고, y 절편이 3 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ 라 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x - 2)^2 - 1 \\&= a(x^2 - 4x + 4) - 1 \\&= ax^2 + 4ax + 4a - 1\end{aligned}$$

$$4a - 1 = 3$$

$$a = 1$$

$$y = (x - 2)^2 - 1$$

$$apq = 1 \times 2 \times (-1) = -2$$

26. 이차함수 $y = x^2 + mx + m$ 의 최솟값을 M 이라 할 때, M 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = x^2 + mx + m = \left(x + \frac{m}{2}\right)^2 - \frac{m^2}{4} + m$$

$$\text{최솟값 } M = -\frac{m^2}{4} + m$$

$$M = -\frac{m^2}{4} + m = -\frac{1}{4}(m-2)^2 + 1$$

$m = 2$ 일 때, M 은 최댓값 1 을 갖는다.

27. $x + y = 10$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 최솟값을 구하면?

① 10

② 24

③ 40

④ 45

⑤ 50

해설

$$y = 10 - x$$

$$x^2 + y^2 = x^2 + (10 - x)^2$$

$$= x^2 + x^2 - 20x + 100$$

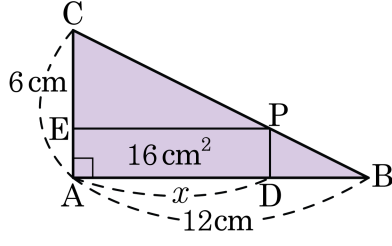
$$= 2x^2 - 20x + 100$$

$$= 2(x^2 - 10x + 25 - 25) + 100$$

$$= 2(x - 5)^2 + 50$$

따라서 $x = 5$ 일 때 최솟값은 50 이다.

28. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗면 위에 점 P 를 잡아 직사각형 EADP 를 만들었을 때, 이 직사각형의 넓이가 16cm^2 이었다. 이 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하면? (단, $\overline{AD} > 6\text{cm}$)



- ① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

$\triangle CEP \sim \triangle CAB$ (AA닮음) 이므로

$$\overline{CE} : \overline{EP} = \overline{CA} : \overline{AB}$$

$$\text{즉, } \overline{CE} : x = 6 : 12$$

$$\therefore \overline{CE} = \frac{1}{2}x$$

$$\text{따라서 } \overline{EA} = 6 - \frac{1}{2}x \text{ 이므로 } x \left(6 - \frac{1}{2}x \right) = 16$$

$$-\frac{1}{2}x^2 + 6x = 16$$

$$x^2 - 12x + 32 = (x - 4)(x - 8) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = 8$$

그런데 $6 < x < 12$ 이므로 $x = 8(\text{cm})$

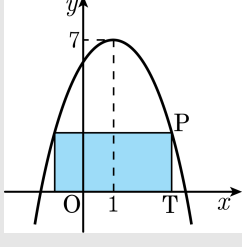
29. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 5$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형에 내접하고, 한 변이 x 축 위에 오는 직사각형을 만들 때, 이 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$y = -x^2 + 2x + 5$ 의 그래프를 그리면 다음과 같다.



포물선 위의 임의의 점 P 의 좌표는

$(t, -t^2 + 2t + 5)$ 이다.

직사각형의 가로의 길이는 $2(t - 1)$,

직사각형의 세로의 길이는 $-t^2 + 2t + 5$ 이다.

$$\begin{aligned} \text{(둘레의 길이)} &= 2\{2(t - 1) - t^2 + 2t + 5\} \\ &= 2(-t^2 + 4t + 3) \\ &= -2t^2 + 8t + 6 \\ &= -2(t - 2)^2 + 14 \end{aligned}$$

$t = 2$ 일 때, 최댓값은 14 이다.

30. 지상에서 초속 50m 의 속력으로 쏘아 올린 공의 t 초 후의 높이는 $(50t - 5t^2)$ m 이다. 이 공의 높이가 지상으로부터 최대가 되는 것은 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

- ① 5 초 후 ② 7 초 후 ③ 8 초 후
④ 10 초 후 ⑤ 알 수 없다.

해설

$$y = 50t - 5t^2$$

$$y = -5(t^2 - 10t + 25 - 25) = -5(t - 5)^2 + 125$$

따라서 5 초 후에 최고 높이 125m 가 된다.