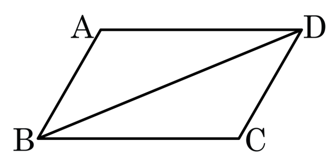
1. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



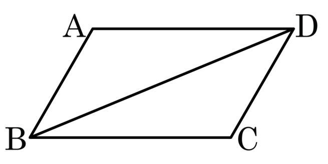
평행사변형 ABCD 에 점 B 와 점 D 를 이으면
$\triangle ABD$ $\triangle CDB$ 에서
$\overline{AB} = \overline{CD} \cdots$ ㉠,
$\overline{AD} = \boxed{} \cdots$ ㉡,
$\overline{BD}$ 는 공통 ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (SSS 합동)
$\therefore\ \angle A = \angle C,\ \angle B = \angle D$

① $\overline{CB}$　② $\overline{AB}$　③ $\overline{CD}$　④ $\overline{AD}$　⑤ $\overline{BD}$

해설

$\triangle ABD$ $\triangle CDB$ 에서
$\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{CB}$, $\overline{BD}$ 는 공통이므로
$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (SSS 합동) 이다.

2. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 말을 차례대로 나열하면?

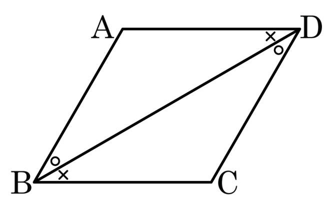


평행사변형 ABCD 에 점 B 와 점 D 를 이으면
△ABD 와 △CDB 에서
$\overline{AB} = \overline{CD}$ ⋯㉠
$\overline{AD} = \boxed{\quad}$ ⋯㉡,
$\overline{BD}$ 는 공통 ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABD ≡ △CDB (SSS 합동)
∴ $\angle A = \angle C$, $\angle B = \boxed{\quad}$ ⋯㉡

① $\overline{CB}$, $\angle C$ ② $\overline{BD}$, $\angle C$ ③ $\overline{AB}$, $\angle D$
④ $\overline{CD}$, $\angle D$ ⑤ $\overline{CB}$, $\angle D$

해설
△ABD 와 △CDB 에서 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{BD}$ 는 공통이므로
△ABD ≡ △CDB (SSS 합동)
∴ $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$

3. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명한 것이다. $\triangle ABD$ 와 $\triangle CDB$ 의 합동 조건은?

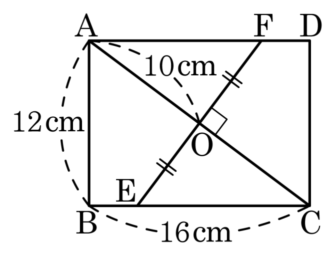


평행사변형 ABCD 에 점 B와 점 D를 이으면 $\triangle ABD$ 와 $\triangle CDB$ 에서
$\angle ABD = \angle CDB$ (엇각) $\cdots$ ㉠
$\angle ADB = \angle CBD$ (엇각) $\cdots$ ㉡
$\overline{BD}$ 는 공통 $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ 이다.
$\therefore\ \overline{AB} = \overline{CD},\ \overline{AD} = \overline{BC}$

① SSS 합동 ② SAS 합동 ③ ASA 합동
④ SSA 합동 ⑤ AAS 합동

해설
$\triangle ABD$ 와 $\triangle CDB$ 에서
$\angle ABD = \angle CDB$ (엇각), $\angle ADB = \angle CBD$ (엇각), $\overline{BD}$ 는 공통이므로
$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (ASA 합동) 이다.

4. 다음 그림의 □ABCD 는 직사각형이고 $\overline{AC}$ 는 $\overline{EF}$ 의 수직이등분선이다. $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 16\text{cm}$, $\overline{AO} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?



① 12cm ② 13cm ③ 14cm ④ 15cm ⑤ 16cm

해설

$\triangle AOF \equiv \triangle COE$ (SAS 합동) 이므로

$\overline{AO} = \overline{CO} = 10\ (\text{cm})$, $\overline{AC} = 20\ (\text{cm})$

$\triangle ABC \backsim \triangle EOC$ (AA 닮음) 이므로

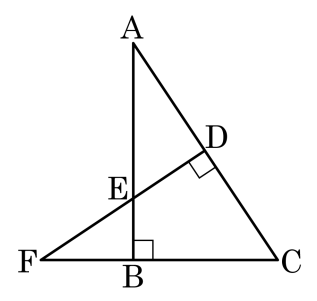
$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{EO} : \overline{OC}$

$12 : 16 = \overline{EO} : 10$

$\overline{EO} = \frac{15}{2}\ (\text{cm})$

$\therefore\ \overline{EF} = 15\ (\text{cm})$

5. 다음 그림에서 $\angle ABC = \angle FDC = 90°$ 일 때, 다음 중 서로 닮음이 아닌 것은?



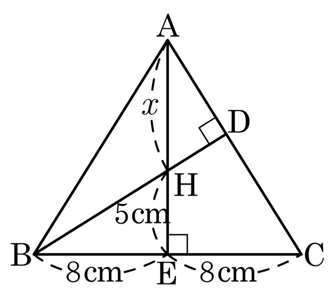
① $\triangle ABC$ ② $\triangle FDC$ ③ $\triangle ADE$

④ $\triangle FBE$ ⑤ $\triangle EBC$

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle FDC$ 에서
$\angle ABC = \angle FDC = 90°$, $\angle C$ 는 공통
$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle FDC$ (AA 닮음)
$\triangle ABC$ 와 $\triangle ADE$ 에서
$\angle ABC = \angle ADE = 90°$, $\angle A$ 는 공통
$\therefore\ \triangle ABC \backsim \triangle ADE$ (AA 닮음)
$\triangle ABC$ 와 $\triangle FBE$ 에서
$\angle ABC = \angle FBE = 90°$
$\angle A = 90° - \angle C = \angle F$
$\therefore\ \triangle ABC \backsim \triangle FBE$ (AA 닮음)

6. $\triangle$ABC 에서 $\overline{BE}=\overline{CE}=8\mathrm{cm}$, $\overline{HE}=5\mathrm{cm}$ 일 때, x 의 길이는?

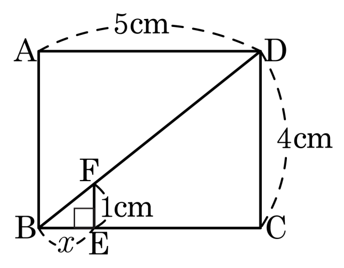


① 4cm ② 7.4cm ③ 12.8cm
④ 6cm ⑤ 7.8cm

해설

$\triangle\mathrm{HBE} \backsim \triangle\mathrm{CAE}$ (AA 닮음)
$\overline{HE}:\overline{EB}=\overline{CE}:\overline{EA}$
$5:8=8:(x+5)$
$5(x+5)=64$
$5x=39$
$\therefore\ x=7.8(\mathrm{cm})$

7. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 직사각형일 때, x 의 값을 구하면?



① 1 ② 1.25 ③ 1.5 ④ 1.75 ⑤ 2

해설

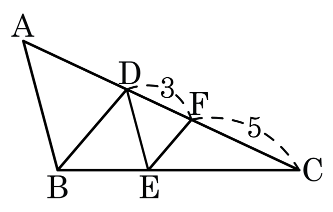
$\triangle BCD \backsim \triangle BEF$ 이므로

$\overline{CD} : \overline{EF} = \overline{BC} : \overline{BE}$ 이다.

$\overline{BC} = \overline{AD} = 5(\text{cm})$ 이므로 $4 : 1 = 5 : x$

$4x = 5 \qquad \therefore\ x = 1.25$

8. 다음 그림에서 $\overline{AB} // \overline{DE}$, $\overline{DB} // \overline{FE}$ 이다. $\overline{CF} : \overline{FD} = 5 : 3$ 일 때, $\overline{AB} : \overline{DE}$ 를 구하면?

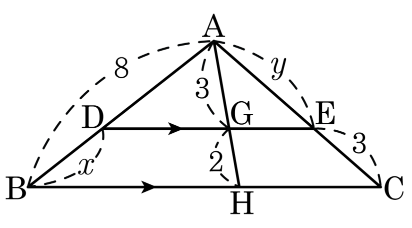


① 5 : 3 ② 8 : 3 ③ 8 : 5 ④ 13 : 5 ⑤ 13 : 8

해설

$\overline{CF} : \overline{FD} = 5 : 3$ 이므로 $\overline{FE} : \overline{DB} = 5 : 8$ 이고
$\overline{CE} : \overline{CB} = \overline{CD} : \overline{CA} = \overline{DE} : \overline{AB} = 5 : 8$ 이다.
따라서 $\overline{AB} : \overline{DE} = 8 : 5$

9. 다음 그림에서 $\overline{BC} \,//\, \overline{DE}$ 일 때, xy 의 값은?



① $\frac{72}{5}$ ② $\frac{73}{5}$ ③ $\frac{74}{5}$ ④ 15 ⑤ $\frac{82}{5}$

해설

$\overline{BH} \,//\, \overline{DG}$ 이므로 $8 : x = (3+2) : 2$

$5x = 16$

$x = \frac{16}{5}$

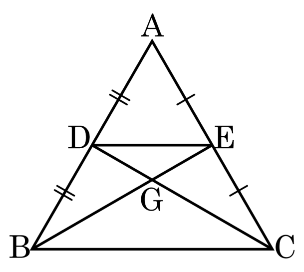
$\overline{HC} \,//\, \overline{GE}$ 이므로 $3 : 2 = y : 3$

$2y = 9$

$y = \frac{9}{2}$

$\therefore\ xy = \frac{16}{5} \times \frac{9}{2} = \frac{72}{5}$

10. $\triangle ABC$ 에서 다음 중 옳지 않은 것은?

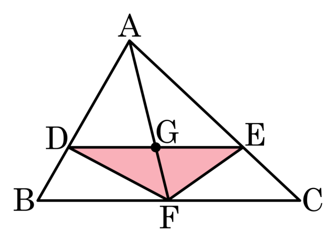


① $\triangle EDG : \triangle BCG = 1 : 4$
② $\triangle ABE : \triangle BCE = 1 : 1$
③ $\overline{GD} : \overline{GC} = 1 : 2$
④ $\square ADGE : \triangle GBC = 1 : 1$
⑤ $\triangle EDG : \triangle ABC = 1 : 11$

해설

⑤ $\triangle EDG : \triangle ABC = 1 : 12$

11. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 G는 무게중심이고, $\overline{DE}$와 $\overline{BC}$는 평행이다. $\overline{BF} = 4cm$, $\overline{GF} = 3cm$, $\triangle ABC = 54cm^2$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이는?



① $10cm^2$ ② $12cm^2$ ③ $18cm^2$

④ $27cm^2$ ⑤ $30cm^2$

해설

$\triangle ACF = \frac{1}{2}\triangle ABC = 27(cm^2)$

$\triangle ACF$ 에서 $\overline{AE} : \overline{CE} = 2 : 1$ 이므로,

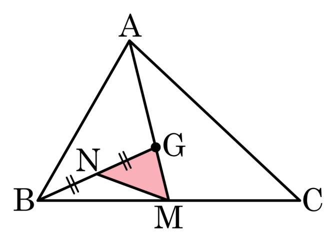
$\triangle AEF = \frac{2}{3}\triangle ACF = 18(cm^2)$

$\triangle AEF$ 에서 $\overline{AG} : \overline{GF} = 2 : 1$ 이므로,

$\triangle GFE = \frac{1}{3}\triangle AEF = 6(cm^2)$

마찬가지로, $\triangle DGF = 6$ $\quad\therefore\ \triangle DEF = 12(cm^2)$

12. 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이고, $\triangle GMN = 3$일 때, $\triangle ABC$의 넓이를 구하면?

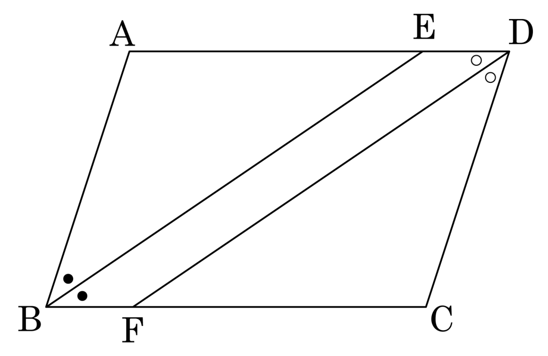


① 18 ② 24 ③ 36 ④ 42 ⑤ 48

해설

$$\begin{aligned}\triangle ABC &= 2\triangle ABM = 2\times3\times\triangle GBM\\ &= 2\times3\times2\times\triangle GMN\\ &= 2\times3\times2\times3 = 36\end{aligned}$$

13. 다음은 평행사변형 ABCD에서 $\angle B$, $\angle D$의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라 할 때, □EBFD가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. (가) ~(마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

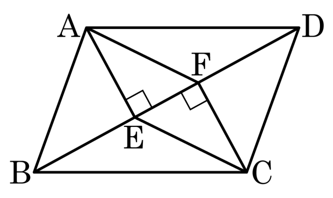


[가정] □ABCD는 평행사변형
$\angle ABE = \boxed{(가)}$, $\angle EDF = \angle FDC$
[결론] □EBFD는 평행사변형
[증명] $\angle B = \boxed{(나)}$이므로 $\frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D$
즉, $\angle ABE = \boxed{(가)} \cdots$ ㉠
$\angle AEB = \boxed{(다)}$ (엇각) $\boxed{(라)} = \angle CFD$ (엇각)이므로
$\angle AEB = \angle CFD$
$\angle DEB = \angle 180° - \angle AEB = \boxed{(마)} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 □EBFD는 평행사변형이다.

① (가) : $\angle EBF$ ② (나) : $\angle D$ ③ (다) : $\angle ABE$
④ (라) : $\angle EDF$ ⑤ (마) : $\angle DFB$

해설
③ $\angle AEB$와 $\angle EBF$는 엇각으로 같다.

14. 다음은 평행사변형 ABCD의 두 꼭짓점 A, C에서 대각선 BD에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 할 때, □AECF가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. ㉠ ~ ㉤에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

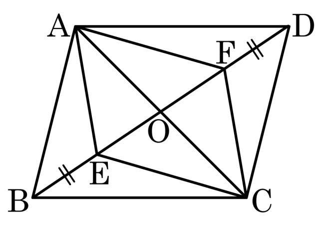


[가정] □ABCD 는 평행사변형, $\angle AED = \angle CFB = 90°$
[결론] □AECF는 평행사변형
[증명] $\angle AED = \boxed{㉠}$(엇각)
$\overline{AE} // \boxed{㉡} \cdots$ ⓐ
$\triangle AED$ 와 $\triangle CFB$ 에서
$\angle AED = \angle CFB = 90°$,
$\overline{AD} = \boxed{㉢}$, $\boxed{㉣} = \angle CBF$
따라서 $\triangle AED \equiv \triangle CFB$ (RHA 합동)
$\boxed{㉤} = \overline{CF} \cdots$ ⓑ
ⓐ,ⓑ에 의하여 □AECF는 평행사변형이다.

① ㉠ : $\angle CFB$　② ㉡ : $\overline{CF}$　③ ㉢ : $\overline{BC}$
④ ㉣ : $\angle CDB$　⑤ ㉤ : $\overline{AE}$

해설
④ $\angle CBF = \angle ADB$이다.

15. 다음은 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 교점을 O라 하고 대각선 BD 위에 $\overline{BE} = \overline{DF}$가 되도록 두 점 E, F를 잡을 때, □AECF는 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



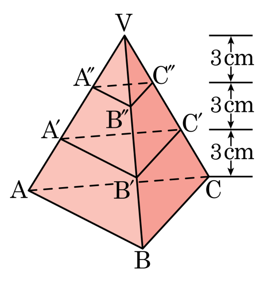
가정) □ABCD는 평행사변형, $\overline{BE} = \overline{DF}$
결론) □AECF는 평행사변형
증명) □ABCD는 평행사변형이므로
$\overline{OA} = \overline{OC} \cdots$ ㉠
$\overline{BE} = \overline{DF}$ 이므로
$\overline{OE} = \boxed{} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 □AECF는 평행사변형이다.

① $\overline{CO}$ ② $\overline{AF}$ ③ $\overline{OF}$ ④ $\overline{BE}$ ⑤ $\overline{CE}$

해설

□ABCD는 평행사변형이므로 $\overline{OA} = \overline{OC}$이고, $\overline{BE} = \overline{DF}$이므로 $\overline{OE} = \overline{OF}$이다.
따라서 □AECF는 평행사변형이다.

16. 다음 그림은 삼각뿔 V – ABC 를 밑면에 평행인 평면으로 자른 것이다. $\triangle A'B'C' = 18\,cm^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 와 $\triangle A''B''C''$ 의 넓이는?

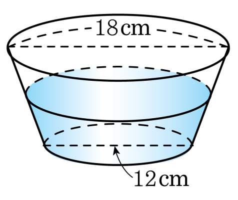


① $\triangle ABC = \frac{41}{2}\,cm^2, \triangle A''B''C'' = \frac{1}{2}\,cm^2$
② $\triangle ABC = \frac{51}{2}\,cm^2, \triangle A''B''C'' = \frac{3}{2}\,cm^2$
③ $\triangle ABC = \frac{51}{2}\,cm^2, \triangle A''B''C'' = \frac{5}{2}\,cm^2$
④ $\triangle ABC = \frac{71}{2}\,cm^2, \triangle A''B''C'' = \frac{7}{2}\,cm^2$
⑤ $\triangle ABC = \frac{81}{2}\,cm^2, \triangle A''B''C'' = \frac{9}{2}\,cm^2$

해설

$\triangle A''B''C'' : \triangle A'B'C' = 1^2 : 2^2 = 1 : 4$
$\triangle A''B''C'' : 18 = 1 : 4$
$\triangle A''B''C'' = \frac{9}{2}\ (cm^2)$
$\triangle A'B'C' : \triangle ABC = 2^2 : 3^2 = 4 : 9$
$18 : \triangle ABC = 4 : 9$
$\therefore\ \triangle ABC = \frac{81}{2}\ (cm^2)$

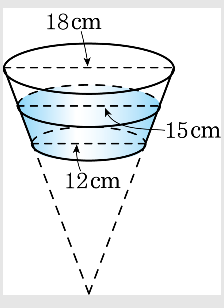
17. 다음 그림과 같이 원뿔대 모양의 양동이에 높이의 절반만큼 물을 부었다. 물의 부피는 양동이의 부피의 얼마가 되는가?



① $\frac{7}{72}$ ② $\frac{8}{89}$ ③ $\frac{29}{127}$

④ $\frac{32}{141}$ ⑤ $\frac{61}{152}$

해설

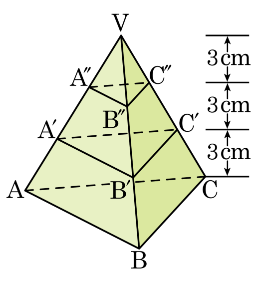


깊이가 절반이 되었을 때 원뿔 밑면의 지름의 길이가 15cm이고 세 원뿔의 닮음비는 4 : 5 : 6이다.

(물의 부피) : (양동이의 그릇) $= (5^3 - 4^3) : (6^3 - 4^3)$ 이므로

물의 부피는 양동이의 부피의 $\frac{61}{152}$ 이다.

18. 다음 그림은 삼각뿔 V – ABC 를 밑면에 평행인 평면으로 자른 것이다. $\triangle A'B'C' = 27\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 와 $\triangle A''B''C''$ 의 넓이를 바르게 구한 것은?



① $\triangle ABC = \frac{243}{8}\,\mathrm{cm}^2,\ \triangle A''B''C'' = \frac{27}{8}\,\mathrm{cm}^2$

② $\triangle ABC = \frac{243}{8}\,\mathrm{cm}^2,\ \triangle A''B''C'' = \frac{9}{2}\,\mathrm{cm}^2$

③ $\triangle ABC = \frac{243}{4}\,\mathrm{cm}^2,\ \triangle A''B''C'' = \frac{9}{2}\,\mathrm{cm}^2$

④ $\triangle ABC = \frac{162}{4}\,\mathrm{cm}^2,\ \triangle A''B''C'' = \frac{9}{4}\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $\triangle ABC = \frac{243}{4}\,\mathrm{cm}^2,\ \triangle A''B''C'' = \frac{27}{4}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle A''B''C'' : \triangle A'B'C' = 1^2 : 2^2 = 1 : 4$

$\triangle A''B''C'' : 27 = 1 : 4$

$\triangle A''B''C'' = \frac{27}{4}\ (\mathrm{cm}^2)$

$\triangle A'B'C' : \triangle ABC = 2^2 : 3^2 = 4 : 9$

$27 : \triangle ABC = 4 : 9$

$\therefore\ \triangle ABC = \frac{243}{4}\ (\mathrm{cm}^2)$