

1. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(\sqrt{3})^2$

② $\sqrt{9}$

③ $\sqrt{\frac{1}{3}}(3)^3$

④ $\sqrt{3}\sqrt{3^4}$

⑤ $\sqrt{(-3)^2}$

해설

①, ②, ③, ⑤ : 3

④ : $3\sqrt{3}$

2. 일차방정식 $(\sqrt{3} + 1)x = (4 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 2)$ 의 해는 $x = a + b\sqrt{3}$ 이다. 이때, $\sqrt{a+b}$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

① 0

② 1

③ $\sqrt{2}$

④ $\sqrt{3}$

⑤ 2

해설

$$(\sqrt{3} + 1)x = (4 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 2)$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{(4 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 2)}{\sqrt{3} + 1} \\ &= \frac{2\sqrt{3} + 5}{\sqrt{3} + 1} \\ &= \frac{(2\sqrt{3} + 5)(\sqrt{3} - 1)}{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)} \\ &= \frac{1 + 3\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

따라서, $\sqrt{a+b} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}} = \sqrt{2}$

3. $x^2 + 3x - 1 = 0$ 일 때, $-x^4 + 7x^2 - 12x + 5$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^2 + 3x - 1 = 0 \text{ 에서}$$

$$x^2 = 1 - 3x$$

$$x^4 = (1 - 3x)^2$$

$$= 1 - 6x + 9x^2$$

$$= 1 - 6x + 9(1 - 3x)$$

$$= 1 - 6x + 9 - 27x$$

$$= 10 - 33x$$

$$\therefore -x^4 + 7x^2 - 12x + 5$$

$$= 33x - 10 + 7(1 - 3x) - 12x + 5$$

$$= 33x - 10 + 7 - 21x - 12x + 5$$

$$= 2$$

4. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

① -8

② -6

③ -2

④ 6

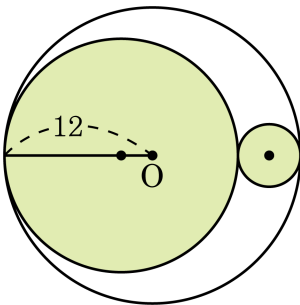
⑤ 8

해설

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0, A = -8$$

5. 다음 그림에서 색칠된 부분의 넓이가 원 O의 넓이의 $\frac{2}{3}$ 가 될 때, 색칠한 두 개의 원 중 큰 것의 반지름의 길이는?



① $4 + 2\sqrt{3}$

② $6 + 2\sqrt{3}$

③ $4 + 3\sqrt{2}$

④ $3 + 2\sqrt{6}$

⑤ $2 + 6\sqrt{3}$

해설

$$(\text{큰 원의 반지름}) = x$$

$$(\text{작은 원의 반지름}) = \frac{24 - 2x}{2} = 12 - x$$

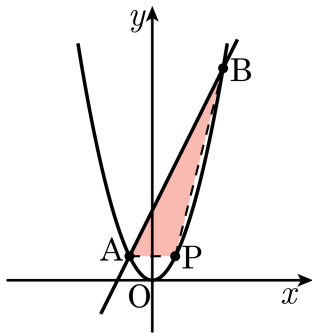
$$\pi \{x^2 + (12 - x)^2\} = 144\pi \times \frac{2}{3}$$

$$x^2 - 12x + 24 = 0$$

$$x = 6 \pm 2\sqrt{3}$$

$$\therefore x = 6 + 2\sqrt{3} \quad (\because 6 < x < 12)$$

6. 포물선 $y = x^2$ 과 직선 $y = 2x + 3$ 의 교점을 A, B라하고, 원점을 O라 한다. 점 P가 원점을 출발하여 포물선을 따라 B까지 움직일 때, $\triangle APB$ 의 넓이와 $\triangle OAB$ 의 넓이가 같게 되는 점 P의 좌표는?



- ① (1,1) ② (1,2) ③ (2,1) ④ (2,4) ⑤ (3,2)

해설

$\triangle APB$ 와 $\triangle AOB$ 의 넓이가 같으면 직선 AB와 직선 OP는 평행하므로

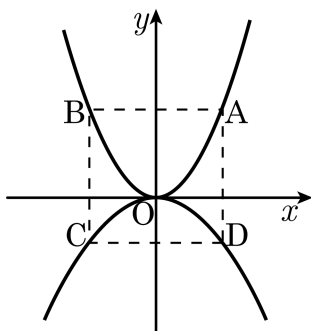
직선 OP의 기울기는 2이고 직선 OP는 $y = 2x$ 이다. 점 P는 $y = x^2$ 과 $y = 2x$ 의 교점이므로

$$x^2 = 2x, x^2 - 2x = 0, x(x - 2) = 0$$

$\therefore x = 2, y = 4$ 또는 $x = 0, y = 0$ (원점)

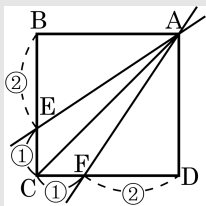
그런데 P는 원점이 아니므로 P(2, 4)이다.

7. 두 함수 $y = x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ 과 정사각형 ABCD에 대하여 점 A를 지나고 정사각형 ABCD의 넓이를 3등분하는 두 개의 직선의 기울기의 곱을 구하면?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설



위의 그림에서 A 점의 x 좌표를 구하면

$$2a = \frac{3}{2}a^2, a = \frac{4}{3}$$

$$\therefore A\left(\frac{4}{3}, \frac{16}{9}\right)$$

정사각형의 넓이는 $(2a)^2 = \frac{64}{9}$ 이므로 넓이가 삼등분되면 각 넓이는

$$\frac{64}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{64}{27} \text{ 에서}$$

$$\frac{64}{27} = \frac{8}{3} \times \textcircled{2} \times \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{2} = \frac{16}{9}$$

$$\text{직선 AF의 기울기는 } \frac{\frac{8}{3}}{\frac{16}{9}} = \frac{3}{2}$$

마찬가지 방법으로 AE의 기울기를 구하면 $\frac{2}{3}$

$$\therefore \text{두 기울기의 곱은 } \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$$

8. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2 일 때, x^2, y^2, z^2 의 평균은?

① $\frac{50}{3}$

② $\frac{51}{3}$

③ $\frac{52}{3}$

④ $\frac{53}{3}$

⑤ 18

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 4$$

$$\therefore x+y+z = 12 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

또한, x, y, z 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2}{3} = 2$$

$$(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2 = 6$$

$$x^2 - 8x + 16 + y^2 - 8y + 16 + z^2 - 8z + 16 = 6$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 8(x+y+z) + 48 = 6$$

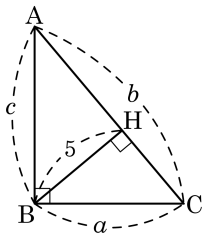
위의 식에 $\textcircled{7}$ 을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 8 \times 12 + 48 = 6$$

$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 54$ 따라서 x^2, y^2, z^2 의 평균은

$$\frac{x^2 + y^2 + z^2}{3} = \frac{54}{3} = 18 \text{ 이다.}$$

9. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 점 B에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하고, $a + b + c = 10$, $\overline{BH} = 5$ cm 일 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하면?



- ① 25cm^2 ② $\frac{25}{2}\text{cm}^2$ ③ $\frac{25}{3}\text{cm}^2$
 ④ 5cm^2 ⑤ 10cm^2

해설

$(a + c) = 10 - b$ 이므로 양변 제곱을 하면 $(a + c)^2 = (10 - b)^2$
 $a^2 + 2ac + c^2 = b^2 - 20b + 100$ 피타고라스 정리에 의해서
 $b^2 = a^2 + c^2$ 을 이용하면

$$b^2 + 2ac = b^2 - 20b + 100 \text{ 이므로}$$

$$2ac + 20b = 100 \cdots (1)$$

또한 $\overline{AB} \times \overline{BC} = \overline{AC} \times \overline{BH}$ 에서

$$5b = ac \cdots (2)$$

(1)에 (2)를 대입하면

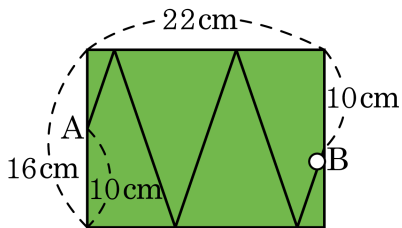
$$30b = 100 \text{ 에서}$$

$$b = \frac{100}{30}$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 5b = \frac{50}{6} = \frac{25}{3} (\text{cm}^2)$$

10. 다음 그림과 같은 직사각형 모양의 미니당구대에서 공을 너무 세게 치는 바람에 흰 공이 A 에서 출발하여 벽을 차례로 거쳐 점 B 에 도착하였다. 공이 지나갈 수 있는 최단 거리를 구하면?



① $\sqrt{4080}\text{cm}$

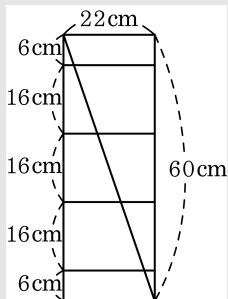
② $\sqrt{4081}\text{cm}$

③ $\sqrt{4082}\text{cm}$

④ $\sqrt{4083}\text{cm}$

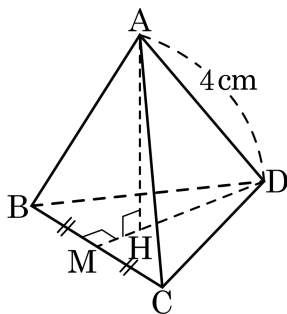
⑤ $\sqrt{4084}\text{cm}$

해설



(공이 지나간 최단 거리) = $\sqrt{22^2 + 60^2} = \sqrt{4084}(\text{cm})$

11. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 4cm 인 정사면체의 꼭짓점 A에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{DM}$ 의 길이, $\overline{DH}$ 의 길이, $\overline{AH}$ 의 길이를 차례로 나열한 것은?



- ① $\sqrt{3}\text{cm}$, $\frac{2\sqrt{3}}{3}\text{cm}$, $\frac{4\sqrt{6}}{3}\text{cm}$.
 ② $\sqrt{3}\text{cm}$, $\frac{4\sqrt{3}}{3}\text{cm}$, $\frac{4\sqrt{6}}{3}\text{cm}$.
 ③ $2\sqrt{3}\text{cm}$, $\frac{2\sqrt{3}}{3}\text{cm}$, $\frac{4\sqrt{6}}{3}\text{cm}$.
 ④ $2\sqrt{3}\text{cm}$, $\frac{4\sqrt{3}}{3}\text{cm}$, $\frac{4\sqrt{6}}{3}\text{cm}$.
 ⑤ $2\sqrt{3}\text{cm}$, $\frac{5\sqrt{3}}{3}\text{cm}$, $\frac{4\sqrt{6}}{3}\text{cm}$.

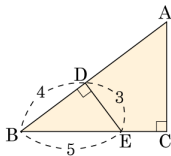
해설

$$(\overline{CD})^2 = (\overline{MC})^2 + (\overline{DM})^2, (\overline{DM})^2 = 16 - 4 = 12, \overline{DM} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\overline{DH} = 2\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$$

$$(\overline{AH})^2 = (\overline{AD})^2 - (\overline{DH})^2 = 16 - \frac{48}{9} = \frac{96}{9} = \frac{32}{3}, \overline{AH} = \frac{4\sqrt{6}}{3}\text{cm}.$$

12. 다음 그림에서 $10(\sin A + \cos A)$ 의 값은??



① 14

② 16

③ 17

④ 18

⑤ 19

해설

$$\triangle ABC \sim \triangle DBE, \angle A = \angle E$$

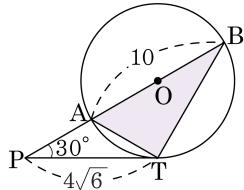
$$\overline{DE} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$$

$$\sin A = \frac{\overline{BD}}{\overline{BE}} = \frac{4}{5}, \cos A = \frac{\overline{DE}}{\overline{BE}} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore \sin A + \cos A = \frac{4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{7}{5}$$

$$\therefore (\sin A + \cos A) = 10 \times \frac{7}{5} = 14$$

13. 오른쪽 그림과 같이 원 O의 지름 $\overline{AB}$ 의 연장선 위의 점 P에서 원 O에 그은 접선의 접점을 T라 하자. $\overline{PT} = 4\sqrt{6}$, $\overline{AB} = 10$, $\angle P = 30^\circ$ 일 때, $\triangle ATB$ 의 넓이는?



- ① $3\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{6}$ ③ $5\sqrt{2}$
 ④ $10\sqrt{3}$ ⑤ $10\sqrt{6}$

해설

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}$ 이므로 $\overline{PA}$ 의 길이를 x 라 하면

$$x(x + 10) = 96$$

$$x^2 + 10x - 96 = 0$$

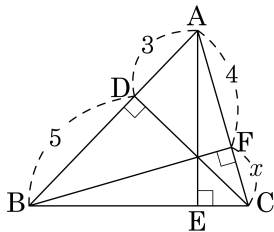
$$(x - 6)(x + 16) = 0$$

$$x = 6 \quad (\because x > 0)$$

따라서 $\triangle ATB$ 의 넓이는

$$\begin{aligned} \triangle BPT - \triangle APT &= \frac{1}{2} \times 16 \times 4\sqrt{6} \times \sin 30^\circ \\ &\quad - \frac{1}{2} \times 6 \times 4\sqrt{6} \times \sin 30^\circ \\ &= 16\sqrt{6} - 6\sqrt{6} \\ &= 10\sqrt{6} \end{aligned}$$

14. 다음 그림에서 네 점 B, C, D, F 는 한 원 위에 있을 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $2\sqrt{2}$

② $2\sqrt{3}$

③ $2\sqrt{11}$

④ $2\sqrt{13}$

⑤ $2\sqrt{15}$

해설

$$\overline{AF} \times \overline{AC} = \overline{AD} \times \overline{AB} = \text{이므로}$$

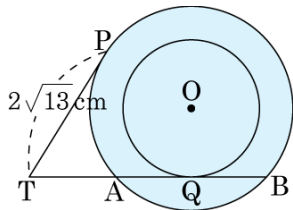
$$4(4 + x) = 3 \cdot 8$$

$$\therefore x = 2$$

$$\triangle ABF \text{ 에서 } \overline{BF} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$$

$$\triangle BFC \text{ 에서 } \overline{BC} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 2^2} = 2\sqrt{13}$$

15. 다음 그림과 같이 중심이 같고, 반지름의 길이가 각각 5 cm, 13 cm 인 두 원이 있다. 원 밖의 한 점 T에서 큰 원과 작은 원에 각각 접선 $\overline{TP}$ 와 $\overrightarrow{TQ}$ 를 긋고 $\overrightarrow{TQ}$ 와 큰 원이 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{PT} = 2\sqrt{13}$ cm 일 때, $\overline{TB}$ 의 길이는?



① 22 cm

② 24 cm

③ 26 cm

④ 28 cm

⑤ 30 cm

해설

$\triangle OQB$ 는 직각삼각형이고

$\overline{OQ} = 5$ (cm), $\overline{OB} = 13$ (cm) 이므로

$\overline{QB} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ (cm)

$\overline{AB} = 2\overline{BQ} = 2 \times 12 = 24$ (cm)

$\overline{TA} = x$ 라 하면 $\overline{TA} \times \overline{TB} = \overline{TP}^2$ 이므로

$$x(x + 24) = 52$$

$$x^2 + 24x - 52 = 0$$

$$(x + 26)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 2 \quad (\because x > 0)$$

$$\overline{TB} = \overline{TA} + \overline{AB} = 2 + 24 = 26 \text{ (cm)}$$