

1. 다음 보기의 명제 중 그 역이 참인 것을 모두 몇 개인가? (단 a, b, c 는 실수)

보기

- ㉠ $a > 0$ 이면 $\frac{1}{a} > 0$ 이다.
- ㉡ $a > b > 0$ 이면 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 이다.
- ㉢ $a < b$ 이면 $|a| < |b|$ 이다.
- ㉣ $a > b, c < 0$ 이면 $ac < bc$ 이다.
- ㉤ $a > b$ 이면 $a + c > b + c$ 이다.

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

㉠, ㉣의 역이 참이다.

2. 두 집합 $X = \{-4, -2, 0, 2, 4\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 집합 X 에서 Y 로의 함수 f 를 다음과 같이 정의할 때, 이 함수의 치역을 구하면?

$$f(x) = \begin{cases} |x| - 1 & (x < 0) \\ x & (x = 0) \\ \frac{x^2}{4} & (x > 0) \end{cases}$$

- ① $\{0, 1, 2\}$ ② $\{0, 1, 3\}$ ③ $\{0, 1, 2, 3\}$
④ $\{0, 1, 2, 4\}$ ⑤ $\{0, 1, 3, 4\}$

해설

$$\begin{aligned} f(-4) &= |-4| - 1 = 3 \\ f(-2) &= |-2| - 1 = 1 \\ f(0) &= 0 \\ f(2) &= \frac{4}{4} = 1 \\ f(4) &= \frac{16}{4} = 4 \\ \therefore \text{치역} &: \{0, 1, 3, 4\} \end{aligned}$$

3. $x = \frac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{6}}}$, $y = \frac{1}{\sqrt{5-2\sqrt{6}}}$ 일 때, $x^2 + xy + y^2$ 의 값은?

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$$x = \frac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{6}}} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{5-2\sqrt{6}}} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$x + y = 2\sqrt{3}, xy = 1$$

$$x^2 + xy + y^2 = (x + y)^2 - xy = 12 - 1 = 11$$

4. 식 $(a+b+c)(x+y+z)$ 를 전개하였을 때, 항의 개수는?

- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

해설

a, b, c 가 선택할 수 있는 항이 각각 3 가지씩 있으므로 $3+3+3 = 9$

5. 180 과 600 의 공약수의 개수는 모두 몇 개인가?

- ① 8개 ② 9개 ③ 10개 ④ 11개 ⑤ 12개

해설

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로
 $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이고,
 $600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$ 에서
최대공약수 $G.C.D. = 2^2 \times 3 \times 5$ 이고
따라서 공약수의 개수는 12

7. 남학생 4 명, 여학생 6 명 중에서 반장 1 명, 부반장 1 명을 뽑을 때, 반장, 부반장이 모두 남자인 경우의 수를 구하여라.

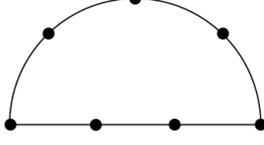
▶ 답: 가지

▷ 정답: 12 가지

해설

$${}_4P_2 = 12$$

8. 다음 그림과 같이 반원 위에 7 개의 점이 있다. 이 중 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 개수는?



- ① 27개 ② 28개 ③ 31개 ④ 32개 ⑤ 34개

해설

전체에서 점 3개를 고르는 경우에서 밑변 (일직선) 위의 점 중에 3개를 고르는 경우를 제한한다.

$${}^7C_3 - {}_4C_3 = 31$$

9. 7 송이의 서로 다른 종류의 꽃을 3 송이, 2 송이, 2 송이의 세 묶음으로 나누는 방법의 수는?

① 105 ② 120 ③ 210 ④ 630 ⑤ 1260

해설

7 송이를 3, 2, 2 송이로 나누는 방법의 수는,

$$\begin{aligned} & {}_7C_3 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} \\ &= \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} \times \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \times 1 \times \frac{1}{2 \cdot 1} = 105 \end{aligned}$$

10. 서로 다른 9 개의 사탕이 있을 때, 사탕을 3 개씩 세 묶음으로 나누어 갑, 을, 병에게 나누어 주는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 1680 가지

해설

$${}^9C_3 \times {}^6C_3 \times {}^3C_3 \times \frac{1}{3!} \times 3! = 1680$$

11. 두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 } 48 \text{ 의 약수 중 한 자리수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } a \text{보다 작은 자연수}\}$ 에 대하여

$n(A) = 2 \times n(B)$ 를 만족하는 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$ 이고, $n(A) = 2 \times n(B)$ 에서 $n(A) = 6$ 이므로 $6 = 2 \times n(B)$ 이다. 따라서 $n(B) = 3$ 이 되고, $n(B)$ 가 3이 되려면 a 는 4가 되어야 한다.

12. 세 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{b, c, d\}$, $C = \{a, b, e\}$ 에 대하여 $(B \cap X) \subset (C \cap X)$ 를 만족시키는 A 의 부분집합 X 의 개수는?

- ① 4개 ② 7개 ③ 8개 ④ 15개 ⑤ 16개

해설

X 는 B 의 원소이지만 C 의 원소가 아닌 c, d 를 원소로 가져서는 안된다. 또한 $B \cap C$ 의 원소인 b 는 X 의 원소가 되거나 되지 않아도 조건을 성립시킨다.

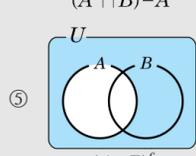
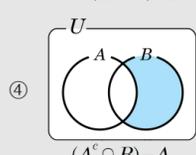
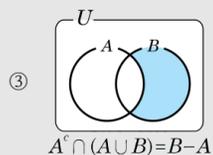
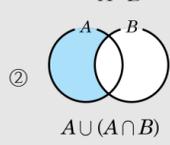
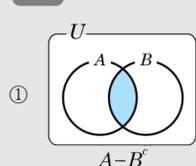
$\therefore \{a, b, e\}$ 의 부분집합의 개수와 같다.

$\therefore 2^3 = 8(\text{개})$

13. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중에서 옳지 않은 것은?

- ① $A - B^c = A \cap B$ ② $A \cup (A \cap B) = A \cap (A \cup B)$
 ③ $A^c \cap (A \cup B) = A - B$ ④ $(A^c \cap B) - A = B \cap A^c$
 ⑤ $(A - B)^c = A^c \cup B$

해설



14. 등식 $(A - B) - C = A - (B \cup C)$ 를 증명하는 데 꼭 필요한 것을 다음 중에서 모두 고르면?

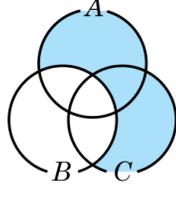
- | | |
|-------------|------------------------|
| ㉠ 교환법칙 | ㉡ 결합법칙 |
| ㉢ 분배법칙 | ㉣ 흡수법칙 |
| ㉤ 드 모르간의 법칙 | ㉥ $X - Y = X \cap Y^c$ |

- ① ㉡, ㉢, ㉣, ㉥ ② ㉠, ㉡, ㉢, ㉥ ③ ㉢, ㉣, ㉥
 ④ ㉡, ㉢, ㉣, ㉥ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣, ㉥

해설

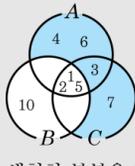
$(A - B) - C = (A \cap B^c) - C \cdots \text{㉥}$
 $= (A \cap B^c) \cap C^c \cdots \text{㉡}$
 $= A \cap (B^c \cap C^c) \cdots \text{㉢}$
 $= A \cap (B \cup C)^c \cdots \text{㉤}$
 $= A - (B \cup C) \cdots \text{㉥}$
 따라서 ㉡, ㉢, ㉣이다.

15. 다음 그림에서 색칠한 부분의 집합을 나타낸 것은?



- ① $(A \cap B) - C$
 ② $(A \cap C) - B$
 ③ $(A \cup B) - C$
 ④ $(A \cup C) - B$
 ⑤ $(B \cup C) - A$

해설



색칠한 부분을 집합으로 나타내면 $(A \cup C) - B$ 이다.

16. $U = \{x | 0 \leq x < 15, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x | x \text{는 } 12 \text{ 이하의 } 2 \text{의 배수}\}$, $B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 에 대하여 $n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$ 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$, $B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 이므로
 $n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$
 $= n((A - B) \cup (B - A))$
 $= n(\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}) = 10$ 이다.

17. A, B, C 세 사람이 각각 빨강, 파랑, 검정색의 모자를 쓰고 있다. 이 세 사람 중 A는 항상 참만을 말하고 C는 항상 거짓만을 말한다고 한다. 이 세 사람이 다음과 같이 말했다.

- ㉠ 빨강 모자를 쓴 사람 : 검정 모자를 쓴 사람은 C이다.
- ㉡ 검정 모자를 쓴 사람 : 자신이 B이다.
- ㉢ 파랑 모자를 쓴 사람 : 검정 모자를 쓴 사람은 A이다.

위의 진술로부터 이끌어 낼 수 있는 사실이 아닌 것은?

- ① 검정 모자를 쓴 사람은 C이다.
- ② 빨강 모자를 쓴 사람은 A이다.
- ③ 파랑 모자를 쓴 사람은 참말을 했다.
- ④ 파랑 모자를 쓴 사람은 C가 아니다.
- ⑤ 검정 모자를 쓴 사람은 A가 아니다.

해설

세 진술은 검정 모자를 쓴 사람을 모두 다르게 말했으므로 어느 하나만 참이다. A는 항상 참만을 말하므로 참말은 A가 했고, B, C는 거짓말을 했다. 만약 A가 검정 모자를 썼다면 ㉢의 말, 즉 파랑 모자를 쓴 사람이 참말을 했으므로 모순이다. 만일 B가 검정 모자를 썼다면 ㉡의 말, 즉 B가 참말을 했으므로 모순이다. 따라서 C가 검정 모자를 썼고, 그 말을 한 빨강 모자를 쓴 사람은 참말을 했으므로, A는 빨강 모자를 썼다. 따라서 파랑 모자를 쓴 사람은 B이다. 그러므로 파랑 모자를 쓴 사람, 즉 B는 거짓말을 했다.

18. 실수 x 를 입력하면 실수 $\frac{x-1}{2x-1}$ 이 출력되어 나오는 기계가 있다. 이 기계에 $\frac{2}{3}$ 를 입력하여 출력되어 나온 결과를 다시 입력하고 또 출력된 결과를 다시 입력하는 과정을 1999번 반복하였을 때, 마지막으로 출력되어 나오는 결과를 말하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$f(x) = \frac{x-1}{2x-1} \text{에서}$$

$$f_1\left(\frac{2}{3}\right) = -1, f_2(-1) = \frac{2}{3}$$

$$f_3\left(\frac{2}{3}\right) = -1, f_4(-1) = \frac{2}{3} \cdots$$

$$\text{따라서 } f_{1999}\left(\frac{2}{3}\right) = -1$$

19. 함수 $y = \frac{ax+8}{x+b}$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = 6, y = -1$ 일 때, 함수 $y = \sqrt{bx-a}$ 의 정의역에 속하는 정수의 최댓값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$y = \frac{ax+8}{x+b} = \frac{8-ab}{x+b} + a \text{ 이고}$$

점근선의 방정식이 $x = -b = 6, y = a = -1$ 이므로 $a = -1, b = -6$

함수 $y = \sqrt{-6x+1}$ 의 정의역은 $\left\{x \mid x \leq \frac{1}{6}\right\}$ 이므로 구하는 정수의 최댓값은 0 이다.

20. 국어책 2권, 영어책 2권, 수학책 3권을 책꽂이에 일렬로 꽂을 때, 수학책끼리 이웃하지 않도록 꽂는 방법의 수는?

- ① 512 ② 700 ③ 816 ④ 1024 ⑤ 1440

해설

국어책, 영어책을 먼저 배열하고 그 사이 사이에 수학책 3 권을 배열하는 경우와 같다.

$$\Rightarrow 4! \times {}_5 P_3 = 1440$$