

1. $x(y-a)-y+a$ 를 바르게 인수분해한 것은?

① $(x+1)(y+a)$ ② $(x+1)(y-a)$ ③ $(x-1)(y+a)$

④ $(x-1)(y-a)$ ⑤ $(1-x)(a+y)$

해설

$$\begin{aligned}x(y-a)-y+a &= x(y-a)-(y-a) \\ &= (x-1)(y-a)\end{aligned}$$

2. $x^2 - (y^2 - 6y + 9)$ 를 인수분해하면?

① $(x - y - 5)(x - y + 2)$

② $(x - y + 5)(x - y + 2)$

③ $(x + y - 3)(x - y - 3)$

④ $(x + y + 3)(x - y + 3)$

⑤ $(x + y - 3)(x - y + 3)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - (y^2 - 6y + 9) \\ &= x^2 - (y - 3)^2 \\ &= (x + y - 3)(x - y + 3) \end{aligned}$$

3. $x(x+1)(x+2)(x+3)+1$ 을 인수분해 하는 과정이다. ()안에 들어갈 식이 옳지 않은 것은?

$$\begin{aligned} &x(x+1)(x+2)(x+3)+1 \\ &= x(\textcircled{1}) \times (x+1)(\textcircled{2})+1 \\ &= (x^2+3x)(\textcircled{3})+1 \\ &(\textcircled{4})=A \text{라 하면} \\ &A^2+2A+1=(A+1)^2=(\textcircled{5})^2 \end{aligned}$$

- ① $x+3$

② $x+2$

③ x^2+3x+2

④ x^2+3

⑤ x^2+3x+1

해설

④ x^2+3x

4. $x^2 - 2xy + y^2 - 9$ 를 인수분해하여 x, y 의 계수와 상수항의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2xy + y^2 - 9 &= (x - y)^2 - 3^2 \\&= (x - y - 3)(x - y + 3) \\ \therefore 1 - 1 - 3 + 1 - 1 + 3 &= 0\end{aligned}$$

5. 다음 식을 인수분해하면?

$(x + 2y - 2z)(x + 2y + 4z) - 7z^2$

- ① $(x + 2y - 5z)(x + 2y + 3z)$ ② $(x - 2y + 5z)(x - 2y - 3z)$
- ③ $(x + 2y + 5z)(x + 2y - 3z)$ ④ $(x + 3y + 5z)(x + 2y - 3z)$
- ⑤ $(x + 2z)(x - 2z)(x^2 + 3)$

해설

$$\begin{aligned} x + 2y &= A \text{ 라 하면} \\ (x + 2y - 2z)(x + 2y + 4z) - 7z^2 \\ &= (A - 2z)(A + 4z) - 7z^2 \\ &= A^2 + 2Az - 15z^2 = (A - 3z)(A + 5z) \\ &= (x + 2y + 5z)(x + 2y - 3z) \end{aligned}$$

6. $x^2 - 4xy + 4y^2 - z^2$ 을 인수분해하는데 사용된 인수분해 공식을 모두 고르면? (단, $a > 0, b > 0$)

① $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

② $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

③ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

④ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

⑤ $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 4xy + 4y^2 - z^2 \\ &= (x - 2y)^2 - z^2 \Rightarrow a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 \\ &= (x - 2y + z)(x - 2y - z) \Rightarrow a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \end{aligned}$$

7. $a^2 - 8a - 9b^2 + 16$ 을 인수분해하면?

① $(a + 3b - 4)(a - 3b - 4)$ ② $(a + 3b + 4)(a - 3b - 4)$

③ $(a + 3b + 4)(a + 3b - 4)$ ④ $(a - 3b - 4)^2$

⑤ $(a + 3b + 4)(a - 3b + 4)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2 - 8a + 16 - 9b^2 \\ &= (a - 4)^2 - (3b)^2 \\ &= (a + 3b - 4)(a - 3b - 4)\end{aligned}$$

8. $a + b = 3$ 이고, $2ax + 2bx - 3ay - 3by = -18$ 일 때, $4x^2 - 12xy + 9y^2$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

① 24 ② 27 ③ 30 ④ 33 ⑤ 36

해설

$$2ax + 2bx - 3ay - 3by = 2x(a + b) - 3y(a + b)$$

$$(2x - 3y)(a + b) = -18$$

$$2x - 3y = -6$$

$$4x^2 - 12xy + 9y^2 = (2x - 3y)^2 = 36$$

9. $2 + \sqrt{3}$ 의 정수 부분을 x , 소수 부분을 y 라고 할 때, $(1 - \sqrt{x})^2 + \frac{4}{y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$3 < 2 + \sqrt{3} < 4$ 이므로

$2 + \sqrt{3}$ 의 정수부분은 3, 소수부분은 $\sqrt{3} - 1$ 이다.

$x = 3, y = \sqrt{3} - 1$

$$(1 - \sqrt{3})^2 + \frac{4}{\sqrt{3} - 1}$$

$$= 4 - 2\sqrt{3} + \frac{4(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} = 6$$

10. $2(x+2)^2 + (x+2)(3x-1) - (3x-1)^2 = -(ax+b)(cx+d)$ 일 때,
 $ab+cd$ 의 값을 구하면? (단, a, c 는 양수)

① -1 ② 3 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}x+2 &= A, \quad 3x-1 = B \text{로 치환하면} \\2A^2 + AB - B^2 &= (2A-B)(A+B) \\&= (2x+4-3x+1)(x+2+3x-1) \\&= -(x-5)(4x+1) \\\therefore ab+cd &= 1 \times (-5) + 4 \times 1 = -1\end{aligned}$$

11. 다음 중 $x^2y^2 - x^2y - xy^2 + xy$ 의 인수는?

- ① $x - 1$ ② $x + 1$ ③ $y + 1$ ④ $x + y$ ⑤ $x - y$

해설

$$\begin{aligned}x^2y^2 - x^2y - xy^2 + xy &= xy(xy - x - y + 1) \\&= xy\{x(y - 1) - (y - 1)\} \\&= xy(x - 1)(y - 1)\end{aligned}$$

12. $-9x^2 + y^2 + 6xz - z^2$ 을 인수분해하였더니 $(ay - 3x + z)(y + bx + cz)$ 가 되었다. 이때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ -1

⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & -9x^2 + y^2 + 6xz - z^2 \\ &= y^2 - (9x^2 - 6xz + z^2) \\ &= y^2 - (3x - z)^2 \\ &= \{y - (3x - z)\} \{y + (3x - z)\} \\ &= (y - 3x + z)(y + 3x - z) \\ &a = 1, b = 3, c = -1 \\ &\therefore a + b + c = 3 \end{aligned}$$

14. 다음 중 $(x^2 + 2x)^2 - 11(x^2 + 2x) + 24$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① $x + 4$ ② $x + 3$ ③ $x + 2$ ④ $x - 1$ ⑤ $x - 2$

해설

$x^2 + 2x = A$ 로 치환하면

(준식) $= A^2 - 11A + 24 = (A - 3)(A - 8)$ 이다.

따라서

$(x^2 + 2x - 3)(x^2 + 2x - 8)$

$= (x + 3)(x - 1)(x - 2)(x + 4)$

15. $(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)-40$ 이 $(x+a)(x+b)(x^2+c)$ 로 인수분해 될 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b+c=4$

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x+1)(x-2)(x+2)-40 \\ &= (x^2-1)(x^2-4)-40 \\ &= x^4-5x^2-36 \\ &= (x^2+4)(x^2-9) \\ &= (x-3)(x+3)(x^2+4) \text{ 이므로} \\ & a+b+c=4 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

16. 다항식 $x^2 - 4xy + 3y^2 - 6x + 2y - 16$ 을 인수분해 하였더니 $(x + ay + b)(x + cy + d)$ 가 되었다. 이때, $a - b + c - d$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

x 에 관한 내림차순으로 정리하여 인수분해하면

$$x^2 - 2(2y + 3)x + 3y^2 + 2y - 16$$

$$= x^2 - 2(2y + 3)x + (y - 2)(3y + 8)$$

$$= (x - y + 2)(x - 3y - 8)$$

$$\therefore a = -1, b = 2, c = -3, d = -8$$

$$\therefore a - b + c - d = 2$$

17. $1^2 - (1+2)^2 + (2+3)^2 - (3+4)^2 + (4+5)^2 - (5+6)^2 + (6+7)^2 - (7+8)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -128

해설

$$\begin{aligned} & 1^2 - (1+2)^2 + (2+3)^2 - (3+4)^2 + (4+5)^2 - (5+6)^2 + (6+7)^2 - (7+8)^2 \\ &= 1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + 13^2 - 15^2 \\ &= (1^2 - 3^2) + (5^2 - 7^2) + (9^2 - 11^2) + (13^2 - 15^2) \\ &= (1-3)(1+3) + (5-7)(5+7) \\ &\quad + (9-11)(9+11) + (13-15)(13+15) \\ &= -2(4 + 12 + 20 + 28) \\ &= -128 \end{aligned}$$

18. 2 보다 큰 실수 a, b 에 대하여 $a^2 - 4a - 2 = 0, b^2 + 4b - 2 = 0$ 일 때, $a^4 - b^4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $160\sqrt{6}$

해설

$a^2 - 4a - 2 = 0, b^2 + 4b - 2 = 0$
두 식을 완전제곱꼴로 만들면
 $a^2 - 4a + 4 - 6 = 0, a^2 - 4a + 4 = 6,$
 $(a - 2)^2 = 6 \cdots \textcircled{1}$
 $b^2 + 4b + 4 - 6 = 0, b^2 + 4a + 4 = 6,$
 $(b + 2)^2 = 6 \cdots \textcircled{2}$
①에 의하여 $a - 2 = \sqrt{6}$ ($\because a > 2$), $a = 2 + \sqrt{6}$
②에 의하여 $b + 2 = \sqrt{6}$ ($\because b > 2$), $b = \sqrt{6} - 2$
 $\therefore a + b = 2\sqrt{6}, a - b = 4, ab = 2$
 $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$
 $\quad = (2\sqrt{6})^2 - 2 \times 2$
 $\quad = 24 - 4 = 20$
 $a^4 - b^4 = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) = (a + b)(a - b)(a^2 + b^2)$
 $\therefore a^4 - b^4 = 2\sqrt{6} \times 4 \times 20 = 160\sqrt{6}$

19. $ab = -4$, $(a + 2)(b + 2) = 10$ 일 때, $a^3 + b^3 + a^2b + ab^2$ 의 값은?

① 121

② 134

③ 146

④ 152

⑤ 165

해설

$$(a + 2)(b + 2) = ab + 2(a + b) + 4 = 10$$

$$ab = -4 \text{ 를 대입하면 } a + b = 5$$

$$\text{한편 } a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 5^2 - 2 \cdot (-4) = 33$$

$$\begin{aligned} \therefore a^3 + b^3 + a^2b + ab^2 &= a^2(a + b) + b^2(a + b) \\ &= (a^2 + b^2)(a + b) \\ &= 33 \times 5 \\ &= 165 \end{aligned}$$

20. 부피가 $x^3 + x^2y - x - y$ 인 직육면체의 밑면의 가로와 세로의 길이가 각각 $x - 1, x + 1$ 일 때, 이 직육면체의 높이를 구하면?

① $x + y$

② $x - y^2$

③ $x^2 + y$

④ $x + y^2$

⑤ $x - y$

해설

$x^3 + x^2y - x - y$
 $= x^2(x + y) - (x + y)$
 $= (x + y)(x + 1)(x - 1)$ 이다.
따라서 직육면체의 높이는 $x + y$ 이다.