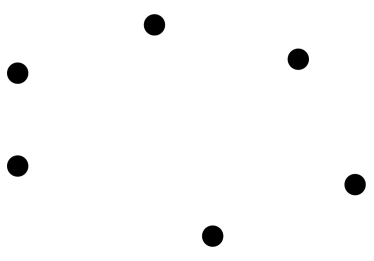
1. 다음 그림과 같이 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않은 서로 다른 6개의 점에 대하여 만들어지는 직선의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 15개

해설

두 점을 이어서 만들 수 있는 직선의 개수는

$${}_6\mathrm{C}_2 = \frac{6\times 5}{2\times 1} = 15 \text{ (개)}$$

2. 다음은 국제 축구 연맹에서 경기 방식을 설명한 것이다.

> · 리그전 : 같은 조에 속한 모든 참가팀이 서로 한 번씩 경기를 하여 순위를 가린다.
> · 토너먼트전 : 2 팀씩 조를 나누어 비김 없이 승자끼리 시합하여 최후까지 승리한 팀이 우승한다.

24 개의 팀이 참가한 어느 축구 대회에서 6 개 팀씩 4 개조로 나누어 리그전을 치른 후 각 조의 1 , 2 위인 8 개의 팀이 토너먼트전으로 경기를 하여 우승팀을 가리려 한다. 이 축구 대회에서 우승팀을 가릴 때까지 치르게 되는 총 경기의 수를 구하여라.

▶ 답 : 경기

▷ 정답 : 67경기

해설

한 조의 여섯 팀이 리그전을 가질 때의 경기 수는

$${}_6C_2 = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 15 \text{ (경기)}$$

따라서, 4 개의 조에서 치르는 리그전의 경기 수는

$15 \cdot 4 = 60$ (경기)

이어 8 개 팀이 토너먼트전으로 치르는 경기의 수는 7 경기이다. 따라서 우승팀을 가릴 때까지 치르게 되는 총 경기의 수는 $60 + 7 = 67$ (경기) 이다.

3. A, B 두 사람이 놀이공원에서 'Big3 ' 라는 입장권을 구입하였다. 이 입장권은 10 개의 놀이기구 중에서 서로 다른 3 개의 놀이기구를 한 번씩만 이용할 수 있다. 놀이기구를 3 번 모두 이용한다고 할 때, A, B 두 사람이 이 입장권으로 놀이기구를 이용할 수 있는 모든 경우의 수는? (단, 놀이기구의 정원은 2 명 이상이며 이용하는 순서는 상관하지 않는다.)

① 840 ② 2520 ③ 3600

④ 7200 ⑤ 14400

해설

10 개의 놀이기구 중에서 서로 다른 3 개를
택하는 경우의 수는

$${}_{10}C_3 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120(\text{가지})$$

따라서, A, B 두 사람이 이용할 수 있는 경우는
각각 120 가지이므로 구하는경우의 수는

$120 \times 120 = 14400$

4. A 지역에는 세 곳, B 지역에는 네 곳, C 지역에는 다섯 곳, D 지역에는 여섯 곳의 관광지가 있다. 이 중에서 세 곳을 선택하여 관광하려고 할 때, 선택한 세 곳이 모두 같은 지역이 되는 경우의 수는?

① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

해설

(i) 선택한 세 곳이 모두 A 지역일 경우 : 1 (가지)
(ii) 선택한 세 곳이 모두 B 지역일 경우 :
이는 B 지역의 네 곳 중 세 곳을 선택한 경우와 같다.
${}_4C_3 = 4$ (가지)
(iii) 선택한 세 곳이 모두 C 지역일 경우 :
위와 같은 방법으로 ${}_5C_3 = 10$ (가지)
(iv) 선택한 세 곳이 모두 D 지역일 경우 :
위와 같은 방법으로 ${}_6C_3 = 20$ (가지)
따라서, (i), (ii), (iii), (iv) 에 의하여
$1 + 4 + 10 + 20 = 35$ (가지)

5. H 고등학교 앞 분식점 메뉴에는 라면 요리가 4가지, 튀김 요리가 5가지 있다. 이때, 라면 요리 2가지, 튀김 요리 3가지를 주문하는 방법의 수를 a, 특정한 라면 요리 1가지와 특정한 튀김 요리 2가지가 반드시 포함되도록 5가지 요리를 주문하는 방법의 수를 b라 할 때, $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 75가지

해설

라면 요리 4가지 중에서 2가지를 주문하는 방법의 수는 ${}_4C_2$ 이고, 튀김 요리 5 가지 중에서 3가지를 주문하는 방법의 수는 ${}_5C_3$ 이므로

$a = {}_4C_2 \times {}_5C_3$

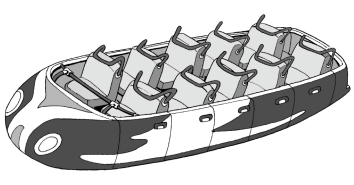
$= \frac{4\times3}{2\times1} \times \frac{5\times4\times3}{3\times2\times1} = 60$

또, 특정한 라면 요리 1가지와 특정한 튀김 요리 2가지를 포함하여 5가지 요리를 주문하는 방법의 수는 특정한 라면 요리 1가지와 튀김 요리 2가지를 제외하고 나머지 6가지의 요리 중에서 2가지를 주문하는 방법과 같으므로

$b = {}_6C_2 = \frac{6\times5}{2\times1} = 15$

따라서 $a+b = 60+15 = 75$

6. 남학생 2 명과 여학생 2 명이 함께 놀이 공원에 가서 어느 놀이기구를 타려고 한다. 이 놀이기구는 그림과 같이 한 줄에 2 개의 의자가 있고 모두 5 줄로 되어 있다. 남학생 1 명과 여학생 1 명이 짝을 지어 2 명씩 같은 줄에 앉을 때, 4 명이 모두 놀이기구의 의자에 앉는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 80 가지

해설

남학생을 A, B 라 하고, 여학생을 a, b 라 하면
짝을 이루는 방법은 (Aa, Bb), (Ab, Ba) 두 가지가
있다. 이때, 5 줄 중 2 줄에 앉아야 하고 각 줄에서
남학생과 여학생이 자리를 바꿀 수 있으므로
$2 \times {}_5C_2 \times 2 \times 2 = 80$

7. 대각선의 개수가 44인 볼록 n 각형의 꼭짓점의 개수는?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

n 각형의 대각선 개수 : ${}_nC_2 - n = 44$

$\Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} - n = 44$

$\Rightarrow n = 11$

따라서 꼭짓점의 개수 : 11

8. 실수 a 와 양의 정수 k 에 대하여 ${}_aC_k$ 를 ${}_aC_k = \dfrac{a(a-1)(a-2)\cdots(a-k+1)}{k(k-1)(k-2)\cdots 2\cdot 1}$ 와 같이 정의할 때, ${}_{-\frac{1}{2}}C_{100} \div {}_{\frac{1}{2}}C_{100}$ 의 값은?

① -199 ② -197 ③ -1 ④ 197 ⑤ 199

해설

$${}_{-\frac{1}{2}}C_{100} \div {}_{\frac{1}{2}}C_{100}$$

$$= \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{3}{2}\right)\cdots\left(-\frac{1}{2}-98\right)\left(-\frac{1}{2}-99\right)}{100!}$$

$$\div \frac{\left(\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{3}{2}\right)\cdots\left(-\frac{1}{2}-98\right)}{100!}$$

$$= \frac{\left(-\frac{1}{2}-99\right)}{\frac{1}{2}} = -199$$

9. 똑같은 의자 20 개가 일렬로 배열되어 있다. 여기에 구별되지 않는 똑같은 공 8 개를 올려놓으려고 할 때, 이웃하는 공 사이에 홀수 개의 빈 의자가 있도록 하는 방법의 수는?(단, 한 의자에는 한 개의 공만 올려놓는다.)

① 45 ② 90 ③ 725

④ 62985 ⑤ 125970

해설

20 개의 의자에 1 번부터 20 번까지 번호를 부여했다고 하자.
만약 공 하나가 홀수번호인 의자에 놓였다면 홀수개의 빈 의자를 지나 다음 공이 놓이게 되므로 이 의자의 번호도 홀수이다.
마찬가지로 하나의 공이 짝수번호인 의자에 놓였다면 다음 공이 놓인 의자의 번호도 짝수이다.
즉 8 개의 공은 모두 홀수 번호의 의자에 놓이거나 모두 짝수 번호의 의자에 놓이게 된다.
따라서, 구하는 경우의 수는 10 개의 홀수 번 의자중 8 개를 택하거나, 10 개의 짝수번 의자 중 8 개를 택하는 경우의 수이다.
$\therefore {}_{10}C_8 + {}_{10}C_8 = {}_{10}C_2 + {}_{10}C_2 = 90$

10. 다음 그림은 2008 년 9 월 달력의 일부분이다.

S	*M*	*T*	*W*	*T*	*F*	*S*
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20

대원이는 9 월 1 일부터 9 월 20 일까지 일주일에 2회씩 모두 6 번을 학교에서 보충학습을 하려고 한다. 보충학습을 하는 6 일의 요일을 모두 다르게 정하는 방법의 수는? (단, 일요일에는 보충학습을 하지 않는다.)

① 30 ② 45 ③ 60 ④ 90 ⑤ 120

해설

9 월 셋째 주의 월, 화, 수, 목, 금, 토의 6 일 중에서 이틀을 정하는 방법의 수는

$${}_6C_2 = \frac{6\times 5}{2\times 1} = 15 \text{ (가지)}$$

둘째 주에는 셋째 주에서 정한 요일을 제외하고 이틀을 정하는 방법의 수는

$${}_4C_2 = \frac{4\times 3}{2\times 1} = 6 \text{ (가지)}$$

첫째 주에는 남은 요일로 결정되므로 이틀을 정하는 방법의 수는 1가지이다.

따라서 구하는 방법의 수는 $15\times 6\times 1 = 90$ (가지)

11. 퓨전식당의 메뉴에는 4 가지 종류의 한식, 4 가지 종류의 중식, 3 가지 종류의 일식이 있다. 중식의 특정한 음식 2 가지를 포함하면서 한식과 일식이 각각 적어도 한 종류는 포함되도록 6 가지 종류의 음식을 주문하는 방법의 수는?

① 84 ② 94 ③ 102 ④ 106 ⑤ 118

해설

중식의 특정한 음식 2 가지를 포함하므로 한식 4 종류, 중식 2 종류, 일식 3 종류에서 모두 4 가지 종류의 음식을 주문하면 된다.

$\therefore {}_9C_4 = \dfrac{9\times8\times7\times6}{4\times3\times2\times1} = 126$ (가지)

그런데 한식과 일식이 각각 적어도 한 종류는 포함되는 사건의 여사건은 한식만 주문하거나 한식과 중식만 주문하거나 중식과 일식만 주문하는 경우이다. 따라서 여사건의 종류와 그 경우의 수는 다음 표와 같다.

④한식	②중식	③일식	경우의수
4			${}_4C_4 = 1$
3	1		${}_4C_3 \times {}_2C_1 = 8$
2	2		${}_4C_2 \times {}_2C_2 = 6$
	1	3	${}_2C_1 \times {}_3C_3 = 2$
	2	2	${}_2C_2 \times {}_3C_2 = 3$

따라서 구하는 경우의 수는 $126 - (1 + 8 + 6 + 2 + 3) = 106$ (가지)

12. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 모두 만족시키는 A 에서 A 로의 함수 f 의 개수는?

㉠ 함수 f 는 일대일대응이다.
㉡ $f(1) = 5$ 이다.
㉢ $a \geq 2$ 이면 $f(a) \leq a$ 이다.

① 4 ② 8 ③ 16 ④ 32 ⑤ 64

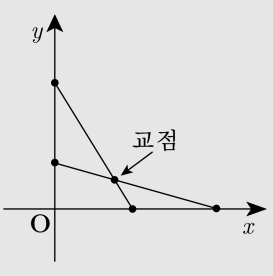
해설

조건 ㉢에 의해 $f(2) \leq 2$ 이므로 $f(2)$ 를 정하는 방법의 수는 ${}_2C_1$
조건 ㉠, ㉢에 의해 $f(3) \leq 3$, $f(3) \neq f(2)$ 이므로 $f(3)$ 를 정하는 방법의 수는 ${}_2C_1$
같은 방법으로 $f(4)$ 를 정하는 방법의 수도 ${}_2C_1$ 이고, $f(5)$ 를 정하는 방법의 수는 1
$\therefore {}_2C_1 \times {}_2C_1 \times {}_2C_1 = 8$

13. 양의 x 축에서 10 개의 점, 양의 y 축에서 5 개의 점을 잡으면, 이 15 개의 점을 끝점으로 하는 제 1 사분면의 선분 50 개가 만들어진다. 이 50 개의 선분이 만드는 교점의 최대수는?

① 250 ② 450 ③ 500 ④ 1250 ⑤ 2500

해설



교점은 그림과 같이 두 선분이 X 자로
교차했을 때 1 개씩 생기고, 이와 같이 교차하는
선분은 x 축, y 축에서 각각 2 개씩의 점을
택하면 1 개씩 생긴다. 따라서 교점의 최대 개수는
어느 세 선분도 한 점에서 만나지 않는 경우이므로
${}_{10}C_2 \cdot {}_5C_2 = 45 \cdot 10 = 450$ 이다.

14. 평면 위에 11 개의 서로 다른 점이 있다. 이들 점 중에서 서로 다른 두 개의 점을 이어 만든 직선이 53개일 때, 11 개의 점 중에서 서로 다른 3개의 점으로 만들 수 있는 삼각형의 개수를 구하면?

① 161 ② 162 ③ 163 ④ 164 ⑤ 165

해설

${}_{11}C_2 = 55$ 이므로 3개의 점 이상이 한 직선위에 존재하는 경우가 있다.
3개의 점이 한 직선위에 있다면 ${}_3C_2 = 3$에서 실제 존재하는 한개의 직선 외로 2 개가 중복으로 세어졌다.
즉, $55 - 2 = 53$ 이다.
그러므로 11 개의 점 중에서
한 직선인 점이 3 개 있으므로, 이들 3 점이 뽑힌 경우는 삼각형이 아니다. 따라서 전체 삼각형의 개수는 ${}_{11}C_3 - 1 = 164$

15. 좌표평면 위의 6 개의 평행한 직선 $x = m$ $(m = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$ 와 5 개의 평행한 직선 $y = n$ $(n = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4)$ 로 만들어지는 직사각형 중에서 점 $A\left(\frac{3}{2},\ \frac{5}{2}\right)$ 를 포함하지 않는직사각형의 개수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 102 개

해설

6 개의 평행한 직선 $x = m$ $(m = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$ 와
5 개의 평행한 직선 $y = n$ $(n = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4)$ 로
만들어지는 직사각형의 총 개수는

$${}_6C_2 \times {}_5C_2 = \frac{6\times5}{2} \times \frac{5\times4}{2} = 150 \text{ (개)}$$

이 중에서 점 $A\left(\frac{3}{2},\ \frac{5}{2}\right)$ 를 포함하는 직사각형의

개수는 $({}_2C_1 \times {}_4C_1) \times ({}_2C_1 \times {}_3C_1) = 8 \times 6 = 48$ (개)

따라서, 구하는 직사각형의 개수는 150 – 48 = 102 (개)