

1. 함수 $y = \frac{bx+2}{ax-1}$ 의 정의역은 $x \neq 1$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq 2$ 인 모든 실수이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

정의역은 $x \neq 1$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq 2$ 인 모든 실수이므로,

$a = 1, b = 2$ 이다.

$\therefore a + b = 1 + 2 = 3$

2. 유리함수 $y = \frac{4x+3}{x+2}$ 의 그래프는 함수 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 b 만큼, y 축의 방향으로 c 만큼 평행 이동한 것이다. 이 때 $a+b+c$ 의 값은?

① -4

② -3

③ -2

④ -1

⑤ 0

해설

$$y = \frac{4x+3}{x+2} = \frac{4(x+2)-5}{x+2} = 4 + \frac{-5}{x+2} \text{ 이므로}$$

$$y = \frac{-5}{x} \text{ 의 그래프를 } x\text{축 방향으로 } -2,$$

y 축 방향으로 4만큼 평행이동한 것이므로

$$a+b+c = (-5) + (-2) + 4 = -3$$

3. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + m, y + n)$ 에 의하여 분수함수 $y = \frac{x+1}{x}$ 의 그래프가 분수함수 $y = \frac{-x+3}{x-2}$ 의 그래프로 옮겨질 때, $m - n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

분수함수 $y = \frac{x+1}{x} = \frac{1}{x} + 1$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = \frac{1}{x-m} + 1 + n \text{ 이 식이}$$

$$y = \frac{-x+3}{x-2} = \frac{-(x-2)+1}{x-2} = \frac{1}{x-2} - 1 \text{ 과 같으므로}$$

$$m = 2, 1 + n = -1 \text{ 에서 } n = -2$$

$$\therefore m - n = 4$$

4. 점 $(0, 1)$ 을 지나고 점근선이 $x = -2$, $y = 2$ 인 함수 $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ 의 그래프는 다음 중 어느 것을 평행이동한 것인가?

① $y = -\frac{1}{x}$

② $y = -\frac{2}{x}$

③ $y = -\frac{3}{x}$

④ $y = \frac{1}{x}$

⑤ $y = \frac{2}{x}$

해설

$y = \frac{ax+b}{cx+d}$ 의 점근선이 $x = -2$, $y = 2$ 이므로

$y = \frac{k}{(x+2)} + 2$ 로 놓을 수 있고

이것이 점 $(0, 1)$ 를 지나므로

$$1 = \frac{k}{2} + 2$$

$$\therefore k = -2$$

따라서 $y = \frac{-2}{x+2} + 2$ 이므로

이 그래프는 $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로

-2 만큼 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프이다.

5. 함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 점 $(1, 0)$ 을 지나고, 점근선의 방정식이 $x = 2, y = 1$ 일 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

점근선이 $x = 2, y = 1$ 이므로

$$y = \frac{k}{x-2} + 1 \cdots \textcircled{1}$$

①이 $(1, 0)$ 을 지나므로

$$0 = -k + 1 \therefore k = 1$$

$$y = \frac{1+x-2}{x-2} = \frac{x-1}{x-2}$$

$$\therefore a = 1, b = -1, c = -2$$

따라서 $abc = 2$

6. 다음 중 함수 $y = \frac{3x}{x-3}$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제1사분면

② 제2사분면

③ 제3사분면

④ 제4사분면

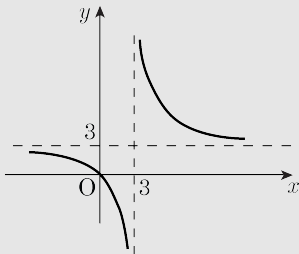
⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$$y = \frac{3x}{x-3}$$

$$y = \frac{3(x-3) + 9}{x-3}$$

$$y = \frac{9}{x-3} + 3$$



따라서 제3사분면을 지나지 않는다.

7. 분수함수 $y = \frac{x+2}{x+1}$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축으로 -1 , y 축으로 1 만큼 평행이동한 그래프이다.
 ㉡ 두 점근선의 교점은 $(-1, 1)$ 이다.
 ㉢ 두 직선 $y = -x - 2$, $y = x + 2$ 에 대해 대칭인 곡선이다.

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$y = \frac{x+2}{x+1} = \frac{1}{x+1} + 1$$

㉠ 이 분수함수는 $y = \frac{1}{x}$ 을 x 축으로 -1 ,

y 축으로 1 만큼 평행이동 시킨 것이다.

㉡ 점근선이 $x = -1$, $y = 1$ 이므로 교점은 $(-1, 1)$

㉢ 대칭되는 직선은 기울기가 ± 1 이고 $(-1, 1)$ 을 지나는 직선이다.

$$\Rightarrow y = -x, y = x + 2$$

8. 함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 다음과 같을 때,
 $a+b+c$ 의 값은?

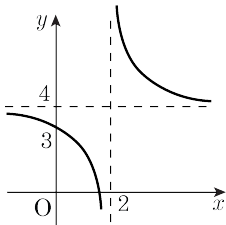
① -6

② -5

③ -4

④ -3

⑤ -2



해설

$y = 4 + \frac{k}{x-2}$, ($k \neq 0$)가 점 $(0, 3)$ 을 지나므로

$$3 = 4 + \frac{k}{0-2}, \quad k = 2$$

$$\text{따라서 } y = 4 + \frac{2}{x-2} = \frac{4x-6}{x-2}$$

$$\therefore a = 4, b = -6, c = -2$$

$$\therefore a + b + c = -4$$

9. $2 < x \leq 4$ 에서, 유리함수 $y = \frac{4}{x-2} + a$ 의 최솟값이 4이다. a 의 값은?

① 1

② 2

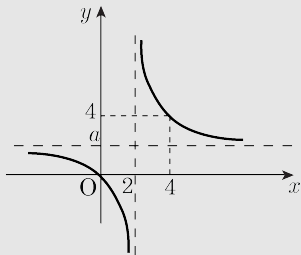
③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

점근선이 $x = 2, y = a$ 이고,
 $2 < x \leq 4$ 일 때 최솟값이 4이므로
점 (4, 4)를 지난다.



$$4 = \frac{4}{4-2} + a \therefore a = 2$$

10. 분수함수 $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{1+x}}$ 에 대하여 $f(x) + g(x) = 1$ 을 만족하는

$g(x)$ 는?

- ① $x+2$ ② $x+1$ ③ $\frac{1}{x+2}$ ④ $\frac{1}{x+1}$ ⑤ $\frac{1}{x}$

해설

$$f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{1+x}}$$

$$= \frac{1}{\frac{1+x+1}{1+x}}$$

$$= \frac{x+1}{x+2}$$

$$= 1 - \frac{1}{x+2}$$

$$\therefore g(x) = 1 - f(x)$$

$$= 1 - \left(1 - \frac{1}{x+2}\right)$$

$$= \frac{1}{x+2}$$

11. 유리함수 $f(x) = \frac{kx}{x+3}$ 의 그래프가 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭일 때, 실수 k 의 값은?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$f(x) = \frac{kx}{x+3}$ 가 직선 $y = x$ 에 대해 대칭이므로

$$f(x) = f^{-1}(x), f^{-1}(x) = \frac{-3x}{x-k}$$

$$\frac{kx}{x+3} = \frac{-3x}{x-k}$$

$$\therefore k = -3$$

12. 분수함수 $y = \frac{x-4}{x-1}$ 의 정의역이 $\{x \mid -2 \leq x \leq 0\}$ 일 때, 다음 중 치역을 바르게 구한 것은?

① $\{y \mid -2 \leq y \leq 0\}$

② $\{y \mid -2 \leq y \leq 2\}$

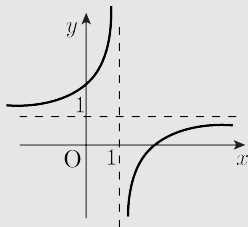
③ $\{y \mid -2 \leq y \leq 4\}$

④ $\{y \mid 0 \leq y \leq 2\}$

⑤ $\{y \mid 2 \leq y \leq 4\}$

해설

$$y = \frac{x-4}{x-1} = \frac{(x-1)-3}{x-1} = 1 + \frac{-3}{x-1}$$



$x = -2$ 일 때, $y = \frac{-2-4}{-2-1} = 2$ 이고,

$x = 0$ 일 때, $y = \frac{-4}{-1} = 4$ 이므로,

치역은 $\{y \mid 2 \leq y \leq 4\}$

13. 함수 $y = \frac{1}{x+2} + 2$ 의 그래프가 $y = ax + b$, $y = cx + d$ 에 대하여 대칭이 될 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

점근선의 교점이 $(-2, 2)$ 이므로

두 직선 $y = ax + b$ 와 $y = cx + d$ 에 대하여

대칭이 되려면 $a = 1$, $c = -1$

따라서 $y - 2 = x + 2$ 또는 $y - 2 = -(x + 2)$

$\therefore y = x + 4$ 또는 $y = -x$

$\therefore b = 4$, $d = 0$

$\therefore a + b + c + d = 4$

14. 분수함수 $y = \frac{x-1}{x-2}$ 의 그래프가 직선 $y = -x + k$ 에 대하여 대칭일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

① -1

② 1

③ 3

④ 5

⑤ 7

해설

$$\begin{aligned}y &= \frac{x-1}{x-2} \\&= \frac{(x-2)+1}{x-2} \\&= \frac{1}{x-2} + 1\end{aligned}$$

따라서, 점근선이

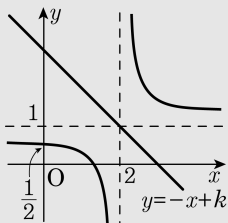
$x = 2$, $y = 1$ 인 분수함수이므로 그래프는 다음과 같다.

다음 그래프가 직선 $y = -x + k$ 에 대하여 대칭하려면

직선이 두 점근선의 교점인 $(2, 1)$ 을 지나야 하므로

$$1 = -2 + k$$

$$\therefore k = 3$$



15. 다음 중 지나지 않는 사분면이 같은 것끼리 짝지은 것은?

$$\textcircled{\text{㉠}} y = \frac{1}{x-2} - 1$$

$$\textcircled{\text{㉡}} y = \frac{4}{x+2} - 1$$

$$\textcircled{\text{㉢}} y = \frac{2}{x-3} - 1$$

$$\textcircled{\text{㉣}} y = \frac{-2}{x-1} + 1$$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉣

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉣

해설

㉠, ㉢는 제2사분면을 지나지 않는다.

㉡는 모든 사분면을 지난다.

㉣는 제3사분면을 지나지 않는다.

16. 분수함수 $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ 의 그래프와 $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ 의 그래프에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

I. $f(0) = g(0) = -1$

II. $y = f(x)$ 의 그래프와 $y = g(x)$ 의 그래프는 서로 y 축에 대하여 대칭이다.

III. $y = f(x-1)$ 의 그래프와 $y = g(x+1)$ 의 그래프의 점근선은 같다.

① I

② I, II

③ I, III

④ II, III

⑤ I, II, III

해설

I. $f(0) = -1, g(0) = \frac{1}{f(0)} = -1$

$\therefore f(0) = g(0) = -1$ -<참>

II. $y = f(x)$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 것은 $y = f(-x)$ 이므로

$$y = f(-x) = \frac{-x-1}{-x+1}$$

$$= \frac{x+1}{x-1}$$

$$= \frac{1}{f(x)}$$

$= g(x)$ -<참>

III. $y = f(x-1) = \frac{x-2}{x} = 1 - \frac{2}{x}$

따라서, 점근선은 $x=0, y=1$

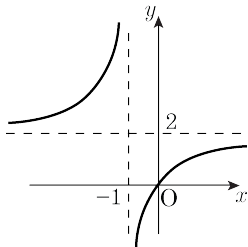
$$y = g(x+1) = \frac{x+2}{x} = 1 + \frac{2}{x}$$

따라서 점근선은 $x=0, y=1$ -<참>

따라서 옳은 것은 (I), (II), (III) 이다.

17. 함수 $y = \frac{cx+b}{x+a}$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



해설

점근선이 $x = -1, y = 2$ 이므로 $y = 2 + \frac{k}{x+1}, (k \neq 0)$

점 $(0, 0)$ 을 지나므로 $k = -2$

따라서 $y = 2 + \frac{-2}{x+1} = \frac{2x}{x+1}$

$\therefore a = 1, b = 0, c = 2$

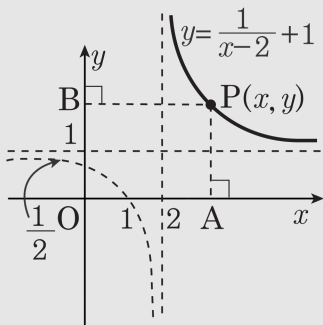
$\therefore a + b + c = 3$

18. 분수함수 $y = \frac{1}{x-2} + 1$ ($x > 2$) 의 그래프 위의 한 점 $P(x, y)$ 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라 하자. 이 때, $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설



위 그림에서 $\overline{PA} = y = \frac{1}{x-2} + 1$ $\overline{PB} = x$ ($x > 2$)

$$\therefore \overline{PA} + \overline{PB} = x + \frac{1}{x-2} + 1 = x - 2 + \frac{1}{x-2} + 3$$

$$\geq 2\sqrt{(x-2) \cdot \frac{1}{x-2}} + 3 = 5$$

(단, 등호는 $x-2 = \frac{1}{x-2}$ 일 때 성립)

19. 함수 $y = -\frac{2}{x} + 2$ 의 그래프와 직선 $y = 2x + k$ 가 서로 만나지 않을 때, 정수 k 의 개수는?

① 3 개

② 4 개

③ 5 개

④ 6 개

⑤ 7 개

해설

$$-\frac{2}{x} + 2 = 2x + k \text{ 에서 } -2 + 2x = 2x^2 + kx$$

$2x^2 + (k-2)x + 2 = 0$ 이 이차방정식의 판별식을

D 라 하면 $D = (k-2)^2 - 16 < 0$ 에서

$$k^2 - 4k - 12 < 0, (k+2)(k-6) < 0$$

$$\therefore -2 < k < 6$$

따라서 이를 만족하는 정수 k 의 값은
 $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 의 7개이다.

20. $2 \leq x \leq 3$ 에서 부등식 $ax + 1 \leq \frac{x+1}{x-1} \leq bx + 1$ 이 항상 성립할 때, a 의 최댓값과 b 의 최솟값의 합을 구하면?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{2}{3}$

③ 1

④ $\frac{4}{3}$

⑤ $\frac{5}{3}$

해설

$$y = \frac{x+1}{x-1} = \frac{x-1+2}{x-1} = \frac{2}{x-1} + 1$$

따라서, 분수함수 $y = \frac{x+1}{x-1}$ 의 그래프는

$y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로

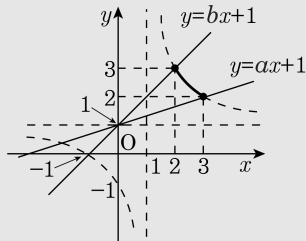
1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

두 직선 $y = ax + 1$, $y = bx + 1$ 은 a , b 의 값에

관계없이 점 $(0, 1)$ 을 지나는 직선이므로

$2 \leq x \leq 3$ 에서 $ax + 1 \leq \frac{x+1}{x-1} \leq bx + 1$ 이 항상 성립하려면 다음
그림에서 $a \leq \frac{1}{3}$, $b \geq 1$

따라서, a 의 최댓값은 $\frac{1}{3}$, b 의
최솟값은 1 이므로 그 합은 $\frac{4}{3}$



21. $x^2 \neq 1$ 이고 $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ 이라 할 때 $f(-x)$ 는?

① $\frac{1}{f(x)}$

② $-f(x)$

③ $\frac{1}{f(-x)}$

④ $-f(-x)$

⑤ $f(x)$

해설

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1} \text{ 에서}$$

$$f(-x) = \frac{-x+1}{-x-1} = \frac{x-1}{x+1} = \frac{1}{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)} = \frac{1}{f(x)}$$

22. 분수함수 $f(x) = \frac{ax+5}{bx+c}$ 의 그래프는 점 $(1,1)$ 을 지나고 점근선의 방정식이 $x = \frac{1}{2}, y = -\frac{1}{3}$ 이다. $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때 $g(0)$ 은?

① $-\frac{1}{2}$

② $\frac{5}{2}$

③ 3

④ 4

⑤ $\frac{22}{5}$

해설

$$y = \frac{ax+5}{bx+c} \text{ 에서}$$

$$\text{점근선 } x = -\frac{c}{b} = \frac{1}{2}, y = \frac{a}{b} = -\frac{1}{3}$$

$(1, 1)$ 을 지나므로

$$1 = \frac{a+5}{b+c}$$

$$2c = -b, 3a = -b, c = -3$$

$$\therefore y = \frac{-2x+5}{6x-3}$$

$$y^{-1} = \frac{3x+5}{6x+2}$$

$$g(x) = \frac{3x+5}{6x+2}$$

$$\therefore g(0) = \frac{5}{2}$$