1. $1\times2\times3\times4\times5\times6\times7\times8\times9\times10 = 2^a\times3^b\times5^c\times7^d$ 일 때, $a+b-c-d$ 의 값을 구하여라.

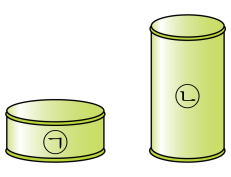
▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$1\times2\times3\times4\times5\times6\times7\times8\times9\times10$
$= 1\times2\times3\times2^2\times5\times(2\times3)\times7\times2^3\times3^2\times(2\times5)$
$= 2^8\times3^4\times5^2\times7^1$
$a=8,\ b=4,\ c=2,\ d=1$
$\therefore\ a+b-c-d=9$

2. 다음 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 $4a$, 높이가 $3b$ 인 통조림 ㉠과 밑면인 원의 반지름의 길이가 $3a$ 인 통조림 ㉡의 부피가 서로 같을 때, 통조림 ㉡의 높이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{16b}{3}$

해설

그림은 원기둥의 모양을 하고 있다. 원기둥의 부피는 (밑넓이)×(높이) 이므로

(㉠의 부피) $= \pi(4a)^2 \times 3b = 48a^2b\pi$

(㉡의 부피) $= \pi(3a)^2 \times (h) = 9a^2\pi \times h$

$\therefore 48a^2b\pi = 9a^2\pi \times h$

$\therefore h = \frac{16b}{3}$

3. 다음 $\square$ 안에 알맞은 식을 써넣으면?

$(-2x^2y)^3 \times \square = -4x^7y^6$

① $-\frac{1}{4}xy^3$ ② $-\frac{1}{2}x^2y^3$ ③ $\frac{1}{2}x^2y^3$

④ $\frac{1}{2}xy^3$ ⑤ $\frac{1}{4}x^2y^6$

해설

$(-2x^2y)^3 \times \square = -4x^7y^6$

$\square = -4x^7y^6 \div (-8x^6y^3) = \frac{1}{2}xy^3$

4. $(5x-y+6)-(\quad)=-2x+y-2$ 에서 ( ) 안에 알맞은 식은?

① $-7x-2y-8$ ② $-7x-2y+8$ ③ $7x+4$

④ $7x-2y+8$ ⑤ $7x+8$

해설

$(5x-y+6)-(-2x+y-2)=(\quad)$ 이므로

$(\quad)=5x-y+6+2x-y+2$

$=7x-2y+8$

5. 등식 $Ax-\left(x^2-3x-2\right)=6x^2-3x+2$ 이 성립하도록 다항식 A 을 바르게 구한 것을 고르면?

① $5x$　② $5x+6$　③ $7x+6$

④ $7x-6$　⑤ $7x$

해설

$$\begin{aligned} Ax &= 6x^2-3x+2+\left(x^2-3x-2\right) \\ &= 7x^2-6x \end{aligned}$$

$$\therefore\ A=\frac{7x^2-6x}{x}=7x-6$$

6. 한 변의 길이가 $(x+2)\,\mathrm{m}$ 인 정사각형의 모양의 화단을 가로는 3m 만큼 줄이고, 세로는 5m 만큼 줄일 때, 화단의 넓이는?

① $(x^2-4x+3)\mathrm{m}^2$ ② $(x^2-4x-3)\mathrm{m}^2$

③ $(x^2-2x+3)\mathrm{m}^2$ ④ $(x^2-9)\mathrm{m}^2$

⑤ $(x^2-8x+15)\mathrm{m}^2$

해설

가로의 길이는 $(x-1)\,\mathrm{m}$, 세로의 길이는 $(x-3)\,\mathrm{m}$ 이다.
$(x-1)(x-3)=(x^2-4x+3)\,\mathrm{m}^2$

7. $\frac{1}{3}(2x-y)(3x+2y)-\frac{3}{2}(x-2y)(4x+3y)$ 의 전개식에서 xy 의 계수는?

① $\frac{22}{3}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{23}{3}$ ④ $\frac{47}{6}$ ⑤ 8

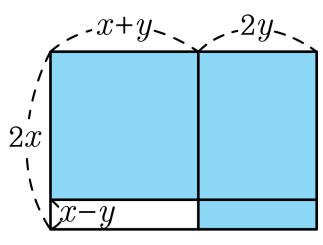
해설

$\frac{1}{3}(2x-y)(3x+2y)$ 의 $(xy$ 의 계수$)=\frac{1}{3}\{(-1)\times3+2\times2\}=\frac{1}{3}$ 이고,

$-\frac{3}{2}(x-2y)(4x+3y)$ 의 $(xy$ 의 계수$)=-\frac{3}{2}\{(-2)\times4+1\times3\}=\frac{15}{2}$ 이다.

따라서 주어진 식의 xy 의 계수는 $\frac{1}{3}+\frac{15}{2}=\frac{47}{6}$ 이다.

8. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때, xy의 계수는?



① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

(색칠한 부분의 넓이)
= (전체의 넓이) – (색칠이 안 된 부분의 넓이)
$= 2x(x+y+2y) - (x+y)(x-y)$
$= 2x(x+3y) - (x^2-y^2)$
$= 2x^2+6xy-x^2+y^2$
$= x^2+6xy+y^2$
따라서 xy 의 계수는 6이다.

9. $(a+b+c)^2$을 전개하면?

① $a^2+b^2+c^2$

② $a^2+b^2+c^2+ab+bc+ca$

③ $a^2+b^2+c^2+a+b+c$

④ $a^2+b^2+c^2+2a+2b+2c$

⑤ $a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

해설

$a+b=t$라 하면

$(a+b+c)^2=(t+c)^2$

$=t^2+2ct+c^2$

$=(a+b)^2+2c(a+b)+c^2$

$=a^2+2ab+b^2+2ca+2bc+c^2$

$=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

10. 다음중 곱셈 공식 $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ 를 이용하면 계산하기에 가장 편리한 것은?

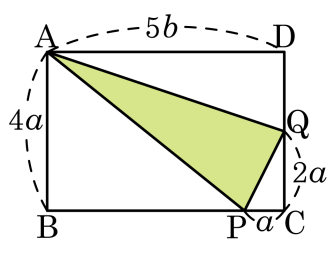
① 87^2 ② 51×52 ③ 13×7

④ 37×43 ⑤ 51^2

해설

$$\begin{aligned} 51 \times 52 &= (50+1)(50+2) \\ &= 50^2 + (1+2) \times 50 + 1 \times 2 \end{aligned}$$

11. 다음 그림과 같이 직사각형의 두 변 위에 각각 점 P , Q를 잡을 때, △APQ의 넓이는?



① a^2+ab ② a^2+2ab ③ a^2+3ab

④ a^2+4ab ⑤ a^2+5ab

해설

$\triangle ABP = \frac{1}{2} \times (5b-a) \times 4a = 2a(5b-a) = 10ab - 2a^2$

$\triangle ADQ = \frac{1}{2} \times 5b \times (4a-2a) = \frac{1}{2} \times 5b \times 2a = 5ab$

$\triangle PCQ = \frac{1}{2} \times a \times 2a = a^2$

$\therefore \triangle APQ = \square ABCD - (\triangle ABP + \triangle ADQ + \triangle PCQ)$

$= 5b \times 4a - \{(10ab - 2a^2) + 5ab + a^2\}$

$= 20ab - (15ab - a^2)$

$= 20ab - 15ab + a^2$

$= 5ab + a^2$

12. $(3x^2y-2xy^2)\div xy+3x-4y+1$ 의 값을 구하여라. $\left(\text{단, } x=2, y=-\frac{1}{2}\right)$

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$3x-2y+3x-4y+1=6x-6y+1$

$x=2, y=-\frac{1}{2}$을 대입

$12+3+1=16$

13. $7x-3y-2=4x-2y-5$ 일 때, $4x-\frac{1}{3}y-7$ 을 x 에 관한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3x-8$

해설

$7x-3y-2=4x-2y-5,\ y=3x+3$ 를 대입한다.

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 4x-\frac{1}{3}(3x+3)-7 \\ &= 4x-x-1-7=3x-8\end{aligned}$$

14. n이 자연수일 때, $(-1)^{2n+1} \times (-1)^{2n} \times (-1)^{2n-1}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$2n+1$, $2n-1$은 홀수, $2n$은 짝수 이다.

$\therefore$ (준식) $= (-1)^{2n+1+2n+2n-1}$

$= (-1)^{6n} = 1 (\because n$은 자연수)

15. $180^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$ 일 때, $x+y+z$ 값을 구하면?

① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

해설

$180^3 = (2^2 \times 3^2 \times 5)^3 = 2^6 \times 3^6 \times 5^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$

$x = 6, y = 6, z = 3$

$\therefore x+y+z = 15$

16. 다음 $\square$ 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.

$3^{19} = 27^{\square+1} \div 9$

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

지수끼리의 비교를 위하여 밑을 3으로 맞추어 주면 $3^{19} = 3^{3(\square+1)} \div 3^2$ 이 되므로 지수만을 가지고 계산하면, $19 = 3(\square + 1) - 2$ 이므로

$19 = 3\square + 1$, $\square = 6$ 이다.

17. 3^3 을 B 라고 할 때, $9^2 \times \frac{1}{81^2} \div \left(\frac{1}{27}\right)^3$ 을 B 를 써서 나타내면?

① $3B$ ② $3B^2$ ③ $9B^2$ ④ $9B$ ⑤ $\frac{B}{9}$

해설

(준식) $= 3^4 \times \frac{1}{3^8} \div \left(\frac{1}{3^3}\right)^3$

$= 3^4 \times \frac{1}{3^8} \times 3^9$

$= 3^5 = 3^2 \times 3^3 = 9B$

18. $\dfrac{3^x}{9^{-x+y}} = 27$, $\dfrac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 625$ 일 때, $64^x \times 625^y$ 의 자리의 수를 구하면?

① 10 자리 ② 12 자리 ③ 17 자리

④ 20 자리 ⑤ 26 자리

해설

$3^x = 27 \times 9^{-x+y} = 3^3 \times 3^{-2x+2y} = 3^{-2x+2y+3}$

$\therefore\ x = -2x + 2y + 3$

$25^{x+y} = 625 \times 5^{3y} = 5^4 \times 5^{3y} = 5^{3y+4}$

$\therefore\ 2x + 2y = 3y + 4$

두 식을 연립하면

$x = 5,\ y = 6$

$64^x \times 625^y = (2^6)^5 \times (5^4)^6 = 2^{30} \times 5^{24}$

$= (10)^{24} \times 2^6 = 64 \times 10^{24}$

따라서 26 자리의 수이다.

19. 두 다항식 A, B에 대하여 $A*B = A-3B$라 정의 하자. $A = x^2+2x-4$, $B = x^2 - 3x + 5$에 대하여 $(A * B) * B$를 간단히 하면?

① $-5x^2 - 20x - 22$
② $-5x^2 + 20x - 34$
③ $2x^2 - x + 1$
④ $2x^2 + 5x + 9$
⑤ $5x^2 + 22x - 4$

해설

$(A * B) * B = (A - 3B) - 3B = A - 6B$이므로

$(x^2 + 2x - 4) - 6(x^2 - 3x + 5)$

$= x^2 + 2x - 4 - 6x^2 + 18x - 30$

$= -5x^2 + 20x - 34$

20. $-4a-\{3a+5b-2(a-2b-\square)\}=-a-11b$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 식은?

① $-3b-2a$ ② $-b-4a$ ③ $b-2a$

④ $2a+3b$ ⑤ $3a+3b$

해설

$-4a-\{3a+5b-2(a-2b-\square)\}$

$=-4a-(3a+5b-2a+4b+2\square)$

$=-4a-3a-5b+2a-4b-2\square$

$=-5a-9b-2\square=-a-11b$

$\therefore \square=b-2a$

21. 어떤 수 a 에 $-\frac{3}{4}$ 을 곱해야 할 것을 잘못해서 나누었더니 $\frac{1}{3}$ 이 되었다. 이때, 바르게 계산된 값을 구하면?

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{3}{16}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

$a \div \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{1}{3} \therefore a = \frac{1}{3} \times \left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{1}{4}$

바르게 계산된 값은 $-\frac{1}{4} \times \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{3}{16}$

$\therefore \frac{3}{16}$

22. $2\,(4+2)\left(4^2+2^2\right)\left(4^4+2^4\right)\left(4^8+2^8\right)=4^a-2^b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 2 ② 4 ③ 16 ④ 32 ⑤ 64

해설

$2=4-2$ 이므로

$(4-2)(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)$

$=(4^2-2^2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)$

$=(4^4-2^4)(4^4+2^4)(4^8+2^8)$

$=(4^8-2^8)(4^8+2^8)$

$=4^{16}-2^{16}$

$\therefore a+b=16+16=32$

23. 어떤 다항식을 $2x^2$ 으로 나누었더니, 몫은 $2x^2-4x+3$ 이고, 나머지가 $2x-5$ 이었다. 이 다항식의 x^2 항의 계수를 구하면?

① -5 ② -3 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

해설

어떤 다항식을 A 라 하면

$A = 2x^2 \times (2x^2-4x+3) + 2x - 5$

$= 4x^4 - 8x^3 + 6x^2 + 2x - 5$

$\therefore x^2$ 의 계수는 6

24. $\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 3$ 일 때, $\frac{x^2 - 2y^2}{xy}$ 의 값은?

① $-\frac{13}{3}$ ② $-\frac{12}{5}$ ③ $\frac{7}{3}$ ④ $-\frac{16}{3}$ ⑤ $-\frac{17}{3}$

해설

$\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 3$, $\frac{3}{x} = \frac{1}{y}$ 이므로 $x = 3y$이다.

$\frac{x^2 - 2y^2}{xy} = \frac{x}{y} - \frac{2y}{x} = \frac{3y}{y} - \frac{2y}{3y} = 3 - \frac{2}{3} = \frac{7}{3}$

25. $xyz \neq 0$, $xy = a$, $yz = b$, $zx = c$일 때, $x^2 + y^2 + z^2$의 값을 a, b, c에 관하여 바르게 나타낸 것은?

① $\dfrac{bc}{c} + \dfrac{ac}{a} + \dfrac{ab}{b}$ ② $\dfrac{bc}{b} + \dfrac{ac}{c} + \dfrac{ab}{a}$ ③ $\dfrac{bc}{c} + \dfrac{ac}{b} + \dfrac{ab}{a}$

④ $\dfrac{bc}{b} + \dfrac{ac}{a} + \dfrac{ab}{c}$ ⑤ $\dfrac{bc}{a} + \dfrac{ac}{b} + \dfrac{ab}{c}$

해설

$x^2y^2z^2 = abc$이고

$$x^2 = \frac{abc}{y^2z^2} = \frac{abc}{b^2} = \frac{ac}{b}$$

$$y^2 = \frac{abc}{x^2z^2} = \frac{abc}{c^2} = \frac{ab}{c}$$

$$z^2 = \frac{abc}{x^2y^2} = \frac{abc}{a^2} = \frac{bc}{a}$$

$$\therefore\ x^2 + y^2 + z^2 = \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c} + \frac{bc}{a}$$

26. $25^{2x+2} = 5^{x-3}$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{3}$

해설

$(5^2)^{2x+2} = 5^{4x+4}$ 이므로

$4x + 4 = x - 3,\ 3x = -7$

$\therefore x = -\frac{7}{3}$

27. $27^5 \div 3^{5n} = 3^5$ 일 때, n의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(3^3)^5 \div 3^{5n} = 3^5$ 이므로 $15 - 5n = 5$

$\therefore\ n = 2$

28. 음이 아닌 수 a, b에 대하여 $2^a+2^b \le 1+2^{a+b}$ (단, 등호는 $a=0$ 또는 $b=0$일 때 성립)이 성립한다. $a+b+c=4$일 때, $2^a+2^b+2^c$의 최댓값을 구하여라. (단, $c \ge 0$)

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$2^a+2^b+2^c \le 1+2^{a+b}+2^c$ (단, 등호는 $a=0$ 또는 $b=0$일 때 성립)
$2^a+2^b+2^c \le 1+(1+2^{a+b+c})$ (단, 등호는 $a+b=0$ 또는 $c=0$ 일 때 성립)
$2^a+2^b+2^c \le 1+(1+2^4)$
$2^a+2^b+2^c \le 18$
따라서 최댓값은 18 ($a=0$, $b=0$ 또는 $b=0$, $c=0$ 또는 $c=0$, $a=0$ 일 때)

29. 다음 $(x^3y)^a \times (x^3y^2)^b \div (x^3y)^2 = x^3y^2$ 에서 자연수 a, b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$(x^3y)^a \times (x^3y^2)^b \div (x^3y)^2$

$= x^{3a}y^a \times x^{3b}y^{2b} \times \dfrac{1}{x^6y^2}$

$x^{3a+3b-6}y^{a+2b-2} = x^3y^2$

$3a + 3b - 6 = 3$

$\therefore a + b = 3$

$a + 2b - 2 = 2$

$\therefore a + 2b = 4$

$\therefore a = 2,\ b = 1$

30. 밑면의 반지름의 길이가 r 이고, 높이가 h 인 원뿔이 있다. 이 원뿔의 밑면의 반지름은 10% 늘리고, 높이는 10% 줄이면 부피는 원래 부피보다 몇 % 변화하는지 구하여라.

▶ 답 : ______ %

▷ 정답 : 8.9 %

해설

(처음 원뿔의 부피) $= \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times h = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

(변화된 원뿔의 부피)

$= \frac{1}{3} \times \pi \left(\frac{110}{100} \times r\right)^2 \times \left(\frac{90}{100} \times h\right)$

$= \frac{1}{3} \times \frac{11^2}{10^2} \times \frac{9}{10} \times \pi r^2 h$

$= \frac{1089}{1000} \times \left(\frac{1}{3}\pi r^2 h\right)$

변화된 원뿔의 부피는 처음 원뿔의 부피의 $\frac{1089}{1000}$ 배이므로 변화된 부피는

$\left(\frac{1089}{1000} - 1\right) \times 100 = 8.9(\%)$ 이다.

31. 다음 식을 전개하여라.

$(a+b+1)^2+(-a-b+1)^2-(a-b-1)^2-(a-b+1)^2$

▶ 답:

▷ 정답: $8ab$

해설

(준식)

$=(a+b+1)^2+(a+b-1)^2-(a-b-1)^2-(a-b+1)^2$

$=\{a+(b+1)\}^2-\{a-(b+1)\}^2+$

$\{a+(b-1)\}^2-\{a-(b-1)\}^2$

$=4a(b+1)+4a(b-1)$

$=4ab+4a+4ab-4a$

$=8ab$

32. $x+y=2,\ x^2+y^2=3$ 일 때, x^6+y^6 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{99}{4}$

해설

$x+y=2,\ x^2+y^2=3$

$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$

$2^2=3+2xy$

$\therefore\ xy=\dfrac{1}{2}$

$x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$

$=2^3-3\times\dfrac{1}{2}\times 2=5$

$\therefore x^6+y^6=(x^3)^2+(y^3)^2$

$=(x^3+y^3)^2-2(xy)^3$

$=5^2-2\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^3=\dfrac{99}{4}$

33. $a\%$ 의 설탕물 xg 에 yg 의 물을 더 부어 $b\%$ 의 설탕물이 되었다. y 를 a, b, x 에 관한 식으로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $y = \frac{ax}{b} - x$

해설

$\frac{a \times x}{100} = \frac{b \times (x+y)}{100}$

$ax = b(x+y)$

$x + y = \frac{ax}{b}$

$\therefore y = \frac{ax}{b} - x$