

1. $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 = 2^a \times 3^b \times 5^c \times 7^d$ 일 때, $a + b - c - d$ 의 값을 구하여라.

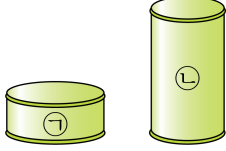
▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} & 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \\ &= 1 \times 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \times (2 \times 5) \\ &= 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7^1 \\ &a = 8, \quad b = 4, \quad c = 2, \quad d = 1 \\ &\therefore a + b - c - d = 9 \end{aligned}$$

2. 다음 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 $4a$, 높이가 $3b$ 인 통조림 ㉠과 밑면인 원의 반지름의 길이가 $3a$ 인 통조림 ㉡의 부피가 서로 같을 때, 통조림 ㉡의 높이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{16b}{3}$

해설

그림은 원기둥의 모양을 하고 있다. 원기둥의 부피는 (밑넓이)×(높이)이므로

$$(\text{㉠의 부피}) = \pi(4a)^2 \times 3b = 48a^2b\pi$$

$$(\text{㉡의 부피}) = \pi(3a)^2 \times (h) = 9a^2\pi \times h$$

$$\therefore 48a^2b\pi = 9a^2\pi \times h$$

$$\therefore h = \frac{16b}{3}$$

3. 다음 $\square$ 안에 알맞은 식을 써넣으면?

$$(-2x^2y)^3 \times \square = -4x^7y^6$$

① $-\frac{1}{4}xy^3$

② $-\frac{1}{2}x^2y^3$

③ $\frac{1}{2}x^2y^3$

④ $\frac{1}{2}xy^3$

⑤ $\frac{1}{4}x^2y^6$

해설

$$(-2x^2y)^3 \times \square = -4x^7y^6$$

$$\square = -4x^7y^6 \div (-8x^6y^3) = \frac{1}{2}xy^3$$

4. $(5x - y + 6) - (\quad) = -2x + y - 2$ 에서 () 안에 알맞은 식은?

① $-7x - 2y - 8$ ② $-7x - 2y + 8$ ③ $7x + 4$

④ $7x - 2y + 8$ ⑤ $7x + 8$

해설

$(5x - y + 6) - (-2x + y - 2) = (\quad)$ 이므로

$(\quad) = 5x - y + 6 + 2x - y + 2$
 $= 7x - 2y + 8$

5. 등식 $Ax - (x^2 - 3x - 2) = 6x^2 - 3x + 2$ 이 성립하도록 다항식 A 을
바르게 구한 것을 고르면?

① $5x$

② $5x + 6$

③ $7x + 6$

④ $7x - 6$

⑤ $7x$

해설

$$Ax = 6x^2 - 3x + 2 + (x^2 - 3x - 2)$$

$$= 7x^2 - 6x$$

$$\therefore A = \frac{7x^2 - 6x}{x} = 7x - 6$$

6. 한 변의 길이가 $(x + 2)$ m 인 정사각형의 모양의 화단을 가로는 3m 만큼 줄이고, 세로는 5m 만큼 줄일 때, 화단의 넓이는?

① $(x^2 - 4x + 3)m^2$

② $(x^2 - 4x - 3)m^2$

③ $(x^2 - 2x + 3)m^2$

④ $(x^2 - 9)m^2$

⑤ $(x^2 - 8x + 15)m^2$

해설

가로의 길이는 $(x - 1)$ m , 세로의 길이는 $(x - 3)$ m 이다.
 $(x - 1)(x - 3) = (x^2 - 4x + 3)m^2$

7. $\frac{1}{3}(2x-y)(3x+2y) - \frac{3}{2}(x-2y)(4x+3y)$ 의 전개식에서 xy 의 계수는?

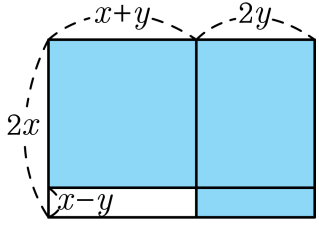
- ① $\frac{22}{3}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{23}{3}$ ④ $\frac{47}{6}$ ⑤ 8

해설

$\frac{1}{3}(2x-y)(3x+2y)$ 의 (xy 의 계수) $= \frac{1}{3}\{(-1) \times 3 + 2 \times 2\} = \frac{1}{3}$ 이고,
 $-\frac{3}{2}(x-2y)(4x+3y)$ 의 (xy 의 계수) $= -\frac{3}{2}\{(-2) \times 4 + 1 \times 3\} = \frac{15}{2}$
이다.

따라서 주어진 식의 xy 의 계수는 $\frac{1}{3} + \frac{15}{2} = \frac{47}{6}$ 이다.

8. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때, xy 의 계수는?



- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

(색칠한 부분의 넓이)
= (전체의 넓이) - (색칠이 안 된 부분의 넓이)
= $2x(x + y + 2y) - (x + y)(x - y)$
= $2x(x + 3y) - (x^2 - y^2)$
= $2x^2 + 6xy - x^2 + y^2$
= $x^2 + 6xy + y^2$
따라서 xy 의 계수는 6이다.

9. $(a + b + c)^2$ 을 전개하면?

① $a^2 + b^2 + c^2$

② $a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ca$

③ $a^2 + b^2 + c^2 + a + b + c$

④ $a^2 + b^2 + c^2 + 2a + 2b + 2c$

⑤ $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

해설

$a + b = t$ 라 하면

$$(a + b + c)^2 = (t + c)^2$$

$$= t^2 + 2ct + c^2$$

$$= (a + b)^2 + 2c(a + b) + c^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2 + 2ca + 2bc + c^2$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

10. 다음중 곱셈 공식 $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ 를 이용하면 계산하기에 가장 편리한 것은?

① 87^2

② 51×52

③ 13×7

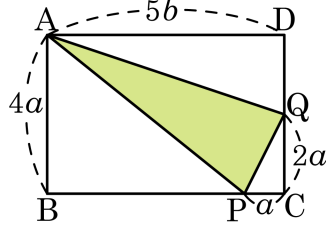
④ 37×43

⑤ 51^2

해설

$$\begin{aligned} 51 \times 52 &= (50 + 1)(50 + 2) \\ &= 50^2 + (1 + 2) \times 50 + 1 \times 2 \end{aligned}$$

11. 다음 그림과 같이 직사각형의 두 변 위에 각각 점 P, Q를 잡을 때, $\triangle APQ$ 의 넓이는?



- ① $a^2 + ab$
- ② $a^2 + 2ab$
- ③ $a^2 + 3ab$
- ④ $a^2 + 4ab$
- ⑤ $a^2 + 5ab$

해설

$$\begin{aligned} \triangle ABP &= \frac{1}{2} \times (5b - a) \times 4a = 2a(5b - a) = 10ab - 2a^2 \\ \triangle ADQ &= \frac{1}{2} \times 5b \times (4a - 2a) = \frac{1}{2} \times 5b \times 2a = 5ab \\ \triangle PCQ &= \frac{1}{2} \times a \times 2a = a^2 \\ \therefore \triangle APQ &= \square ABCD - (\triangle ABP + \triangle ADQ + \triangle PCQ) \\ &= 5b \times 4a - \{ (10ab - 2a^2) + 5ab + a^2 \} \\ &= 20ab - (15ab - a^2) \\ &= 20ab - 15ab + a^2 \\ &= 5ab + a^2 \end{aligned}$$

12. $(3x^2y-2xy^2)\div xy+3x-4y+1$ 의 값을 구하여라. (단, $x=2, y=-\frac{1}{2}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$3x-2y+3x-4y+1=6x-6y+1$$

$$x=2, y=-\frac{1}{2} \text{을 대입}$$

$$12+3+1=16$$

13. $7x - 3y - 2 = 4x - 2y - 5$ 일 때, $4x - \frac{1}{3}y - 7$ 을 x 에 관한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3x - 8$

해설

$7x - 3y - 2 = 4x - 2y - 5$, $y = 3x + 3$ 를 대입한다.

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 4x - \frac{1}{3}(3x + 3) - 7 \\ &= 4x - x - 1 - 7 = 3x - 8\end{aligned}$$

14. n 이 자연수일 때, $(-1)^{2n+1} \times (-1)^{2n} \times (-1)^{2n-1}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$2n+1$, $2n-1$ 은 홀수, $2n$ 은 짝수 이다.

$$\begin{aligned}\therefore (\text{준식}) &= (-1)^{2n+1+2n+2n-1} \\ &= (-1)^{6n} = 1 (\because n \text{은 자연수})\end{aligned}$$

15. $180^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$ 일 때, $x + y + z$ 값을 구하면?

- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

해설

$$180^3 = (2^2 \times 3^2 \times 5)^3 = 2^6 \times 3^6 \times 5^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$$

$$x = 6, y = 6, z = 3$$

$$\therefore x + y + z = 15$$

16. 다음 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.
 $3^{19} = 27^{\square+1} \div 9$

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

지수끼리의 비교를 위하여 밑을 3으로 맞추어 주면 $3^{19} = 3^{3(\square+1)} \div 3^2$ 이 되므로 지수만을 가지고 계산하면, $19 = 3(\square + 1) - 2$ 이므로
 $19 = 3\square + 1$, $\square = 6$ 이다.

17. 3^3 을 B 라고 할 때, $9^2 \times \frac{1}{81^2} \div \left(\frac{1}{27}\right)^3$ 을 B 를 써서 나타내면?

① $3B$

② $3B^2$

③ $9B^2$

④ $9B$

⑤ $\frac{B}{9}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 3^4 \times \frac{1}{3^8} \div \left(\frac{1}{3^3}\right)^3 \\ &= 3^4 \times \frac{1}{3^8} \times 3^9 \\ &= 3^5 = 3^2 \times 3^3 = 9B\end{aligned}$$

18. $\frac{3^x}{9^{-x+y}} = 27$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 625$ 일 때, $64^x \times 625^y$ 의 자리의 수를 구하면?

① 10 자리

② 12 자리

③ 17 자리

④ 20 자리

⑤ 26 자리

해설

$$3^x = 27 \times 9^{-x+y} = 3^3 \times 3^{-2x+2y} = 3^{-2x+2y+3}$$

$$\therefore x = -2x + 2y + 3$$

$$25^{x+y} = 625 \times 5^{3y} = 5^4 \times 5^{3y} = 5^{3y+4}$$

$$\therefore 2x + 2y = 3y + 4$$

두 식을 연립하면

$$x = 5, y = 6$$

$$64^x \times 625^y = (2^6)^5 \times (5^4)^6 = 2^{30} \times 5^{24}$$

$$= (10)^{24} \times 2^6 = 64 \times 10^{24}$$

따라서 26 자리의 수이다.

19. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A * B = A - 3B$ 라 정의 하자. $A = x^2 + 2x - 4$, $B = x^2 - 3x + 5$ 에 대하여 $(A * B) * B$ 를 간단히 하면?

① $-5x^2 - 20x - 22$

② $-5x^2 + 20x - 34$

③ $2x^2 - x + 1$

④ $2x^2 + 5x + 9$

⑤ $5x^2 + 22x - 4$

해설

$$\begin{aligned}(A * B) * B &= (A - 3B) - 3B = A - 6B \text{이므로} \\(x^2 + 2x - 4) - 6(x^2 - 3x + 5) \\&= x^2 + 2x - 4 - 6x^2 + 18x - 30 \\&= -5x^2 + 20x - 34\end{aligned}$$

20. $-4a - \{3a + 5b - 2(a - 2b - \boxed{})\} = -a - 11b$ 일 때, $\boxed{}$

안에 알맞은 식은?

① $-3b - 2a$

② $-b - 4a$

③ $b - 2a$

④ $2a + 3b$

⑤ $3a + 3b$

해설

$$\begin{aligned} & -4a - \{3a + 5b - 2(a - 2b - \boxed{})\} \\ &= -4a - (3a + 5b - 2a + 4b + 2\boxed{}) \\ &= -4a - 3a - 5b + 2a - 4b - 2\boxed{} \\ &= -5a - 9b - 2\boxed{} = -a - 11b \\ \therefore \boxed{} &= b - 2a \end{aligned}$$

21. 어떤 수 a 에 $-\frac{3}{4}$ 을 곱해야 할 것을 잘못해서 나누었더니 $\frac{1}{3}$ 이 되었다.

이때, 바르게 계산된 값을 구하면?

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{3}{16}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

$$a \div \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{1}{3} \therefore a = \frac{1}{3} \times \left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{1}{4}$$

$$\text{바르게 계산된 값은 } -\frac{1}{4} \times \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{3}{16}$$

$$\therefore \frac{3}{16}$$

22. $2(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8) = 4^a - 2^b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 16

④ 32

⑤ 64

해설

$2 = 4 - 2$ 이므로

$$(4-2)(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)$$

$$= (4^2-2^2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)$$

$$= (4^4-2^4)(4^4+2^4)(4^8+2^8)$$

$$= (4^8-2^8)(4^8+2^8)$$

$$= 4^{16} - 2^{16}$$

$$\therefore a+b = 16+16 = 32$$

23. 어떤 다항식을 $2x^2$ 으로 나누었더니, 몫은 $2x^2 - 4x + 3$ 이고, 나머지가 $2x - 5$ 이었다. 이 다항식의 x^2 항의 계수를 구하면?

① -5 ② -3 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

해설

어떤 다항식을 A 라 하면

$$A = 2x^2 \times (2x^2 - 4x + 3) + 2x - 5$$

$$= 4x^4 - 8x^3 + 6x^2 + 2x - 5$$

$\therefore x^2$ 의 계수는 6

24. $\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 3$ 일 때, $\frac{x^2 - 2y^2}{xy}$ 의 값은?

① $-\frac{13}{3}$

② $-\frac{12}{5}$

③ $\frac{7}{3}$

④ $-\frac{16}{3}$

⑤ $-\frac{17}{3}$

해설

$\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 3$, $\frac{3}{x} = \frac{1}{y}$ 이므로 $x = 3y$ 이다.

$$\frac{x^2 - 2y^2}{xy} = \frac{x}{y} - \frac{2y}{x} = \frac{3y}{y} - \frac{2y}{3y} = 3 - \frac{2}{3} = \frac{7}{3}$$

25. $xyz \neq 0$, $xy = a$, $yz = b$, $zx = c$ 일 때, $x^2 + y^2 + z^2$ 의 값을 a, b, c 에 관하여 바르게 나타낸 것은?

- ① $\frac{bc}{c} + \frac{ac}{a} + \frac{ab}{b}$ ② $\frac{bc}{b} + \frac{ac}{c} + \frac{ab}{a}$ ③ $\frac{bc}{c} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{a}$
 ④ $\frac{bc}{b} + \frac{ac}{a} + \frac{ab}{c}$ ⑤ $\frac{bc}{a} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c}$

해설

$x^2y^2z^2 = abc$ 이고

$$x^2 = \frac{abc}{y^2z^2} = \frac{abc}{b^2} = \frac{ac}{b}$$

$$y^2 = \frac{abc}{x^2z^2} = \frac{abc}{c^2} = \frac{ab}{c}$$

$$z^2 = \frac{abc}{x^2y^2} = \frac{abc}{a^2} = \frac{bc}{a}$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c} + \frac{bc}{a}$$

26. $25^{2x+2} = 5^{x-3}$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{3}$

해설

$$(5^2)^{2x+2} = 5^{4x+4} \text{ 이므로}$$

$$4x + 4 = x - 3, 3x = -7$$

$$\therefore x = -\frac{7}{3}$$

27. $27^5 \div 3^{5n} = 3^5$ 일 때, n 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(3^3)^5 \div 3^{5n} = 3^5 \text{ 이므로 } 15 - 5n = 5$$

$$\therefore n = 2$$

28. 음이 아닌 수 a, b 에 대하여 $2^a + 2^b \leq 1 + 2^{a+b}$ (단, 등호는 $a = 0$ 또는 $b = 0$ 일 때 성립)이 성립한다. $a + b + c = 4$ 일 때, $2^a + 2^b + 2^c$ 의 최댓값을 구하여라. (단, $c \geq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$2^a + 2^b + 2^c \leq 1 + 2^{a+b} + 2^c$ (단, 등호는 $a = 0$ 또는 $b = 0$ 일 때 성립)

$2^a + 2^b + 2^c \leq 1 + (1 + 2^{a+b+c})$ (단, 등호는 $a + b = 0$ 또는 $c = 0$ 일 때 성립)

$2^a + 2^b + 2^c \leq 1 + (1 + 2^4)$

$2^a + 2^b + 2^c \leq 18$

따라서 최댓값은 18 ($a = 0, b = 0$ 또는 $b = 0, c = 0$ 또는 $c = 0, a = 0$ 일 때)

29. 다음 $(x^3y)^a \times (x^3y^2)^b \div (x^3y)^2 = x^3y^2$ 에서 자연수 a, b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} & (x^3y)^a \times (x^3y^2)^b \div (x^3y)^2 \\ &= x^{3a}y^a \times x^{3b}y^{2b} \times \frac{1}{x^6y^2} \\ & x^{3a+3b-6}y^{a+2b-2} = x^3y^2 \\ & 3a+3b-6=3 \\ & \therefore a+b=3 \\ & a+2b-2=2 \\ & \therefore a+2b=4 \\ & \therefore a=2, b=1 \end{aligned}$$

30. 밑면의 반지름의 길이가 r 이고, 높이가 h 인 원뿔이 있다. 이 원뿔의 밑면의 반지름은 10% 늘리고, 높이는 10% 줄이면 부피는 원래 부피보다 몇 % 변화하는지 구하여라.

▶ 답 : %

▷ 정답 : 8.9 %

해설

(처음 원뿔의 부피) $= \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
(변화된 원뿔의 부피)
 $= \frac{1}{3} \times \pi \left(\frac{110}{100} \times r \right)^2 \times \left(\frac{90}{100} \times h \right)$
 $= \frac{1}{3} \times \frac{11^2}{10^2} \times \frac{9}{10} \times \pi r^2 h$
 $= \frac{1089}{1000} \times \left(\frac{1}{3} \pi r^2 h \right)$
변화된 원뿔의 부피는 처음 원뿔의 부피의 $\frac{1089}{1000}$ 배이므로 변화된 부피는
 $\left(\frac{1089}{1000} - 1 \right) \times 100 = 8.9(\%)$ 이다.

31. 다음 식을 전개하여라.

$$(a+b+1)^2 + (-a-b+1)^2 - (a-b-1)^2 - (a-b+1)^2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $8ab$

해설

(준식)

$$= (a+b+1)^2 + (a+b-1)^2 - (a-b-1)^2 - (a-b+1)^2$$

$$= \{a+(b+1)\}^2 - \{a-(b+1)\}^2 +$$

$$\{a+(b-1)\}^2 - \{a-(b-1)\}^2$$

$$= 4a(b+1) + 4a(b-1)$$

$$= 4ab + 4a + 4ab - 4a$$

$$= 8ab$$

32. $x + y = 2$, $x^2 + y^2 = 3$ 일 때, $x^6 + y^6$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{99}{4}$

해설

$$\begin{aligned}x + y &= 2, \quad x^2 + y^2 = 3 \\(x + y)^2 &= x^2 + 2xy + y^2 \\2^2 &= 3 + 2xy \\\therefore xy &= \frac{1}{2} \\x^3 + y^3 &= (x + y)^3 - 3xy(x + y) \\&= 2^3 - 3 \times \frac{1}{2} \times 2 = 5 \\\therefore x^6 + y^6 &= (x^3)^2 + (y^3)^2 \\&= (x^3 + y^3)^2 - 2(xy)^3 \\&= 5^2 - 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{99}{4}\end{aligned}$$

33. $a\%$ 의 설탕물 x g에 y g의 물을 더 부어 $b\%$ 의 설탕물이 되었다. y 를 a, b, x 에 관한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = \frac{ax}{b} - x$

해설

$$\frac{a \times x}{100} = \frac{b \times (x + y)}{100}$$

$$ax = b(x + y)$$

$$x + y = \frac{ax}{b}$$

$$\therefore y = \frac{ax}{b} - x$$