

1. 다항식 $f(x) = x^3 + 2x^2 - x + k$ 가 일차식 $x - 1$ 을 인수로 가질 때, 이 다항식 $f(x)$ 를 인수분해 하면?

① $(x - 2)(x - 1)(x + 1)$

② $(x - 1)x(x + 2)$

③ $(x + 1)(x - 1)(x + 2)$

④ $(x - 2)(x - 1)(x + 2)$

⑤ $(x - 2)(x + 1)(x + 2)$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x - 1)Q(x) \Rightarrow f(1) = 0 \\ \therefore f(1) &= 2 + k = 0, \quad \therefore k = -2 \\ \text{즉, } f(x) &= x^3 + 2x^2 - x - 2 \\ &= (x - 1)(x + 1)(x + 2) \end{aligned}$$

2. $x^2 + y^2 + 2xy - x - y$ 을 인수분해 하면?

① $(x - y)(x + y + 1)$

② $(x + y)(x - y - 1)$

③ $(x - y)(x - y - 1)$

④ $(x + y)(x + y - 1)$

⑤ $(x + y)(x + y + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 + 2xy - x - y \\ &= (x + y)^2 - (x + y) = (x + y)(x + y - 1) \end{aligned}$$

3. 등식 $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x + a)(x + b)(x + c)$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

해설

조립제법을 사용한다

1	1	4	1	-6
		1	5	6
-2	1	5	6	0
		-2	-6	
-3	1	3	0	
		-3		
	1	0		

$$x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x - 1)(x + 2)(x + 3)$$
$$\therefore a + b + c = 4$$

4. $(1+i)^{10}$ 의 값은?

① $10-i$

② $4i$

③ $8i$

④ $16i$

⑤ $32i$

해설

$$\begin{aligned}(1+i)^{10} &= \{(1+i)^2\}^5 = (1+2i+i^2)^5 \\ &= (2i)^5 = 2^5 \cdot i^5 = 32i\end{aligned}$$

5. $x = \sqrt{3} + 2i$, $y = \sqrt{3} - 2i$ 일 때, $x^2 + xy + y^2$ 의 값을 구하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 5

② 7

③ $2\sqrt{3} + 4i$

④ 12

⑤ $12 + 2\sqrt{3}i$

해설

$$x + y = 2\sqrt{3},$$

$$xy = (\sqrt{3} + 2i)(\sqrt{3} - 2i) = 3 - 4i^2 = 7 \text{ 이므로}$$

$$x^2 + xy + y^2 = (x + y)^2 - xy = 12 - 7 = 5 \text{ 이다.}$$

6. α, β 가 복소수일 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{\beta}$ 는 β 의 켤레복소수이다.)

- ㉠ $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ 이면 $\alpha = 0, \beta = 0$ 이다.

㉡ $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 또는 $\beta = 0$ 이다.

㉢ $\alpha = \bar{\beta}$ 일 때, $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 이다.

- ① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 반례 : $\alpha = 1, \beta = i$

㉡ (생략)

㉢ $\alpha = x + yi$ 라 하면
 $\alpha\beta = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2(x, y \text{는 실수})$
 $x^2 + y^2 = 0$ 이려면 $x = 0, y = 0$
즉, $\alpha = 0$

7. 복소수 z 의 켤레복소수 $\bar{z}$ 라 할 때 $(1+2i)z+3(2-\bar{z})=0$ 을 만족하는 복소수 z 를 구하면?

① $z=2-3i$

② $z=4-3i$

③ $z=6-3i$

④ $z=2+3i$

⑤ $z=4+3i$

해설

$z=a+bi, \bar{z}=a-bi$ 라 하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (1+2i)(a+bi) + 3(2-a+bi) \\ &= (6-2a-2b) + (2a+4b)i\end{aligned}$$

$$\therefore 6-2a-2b=0, 2a+4b=0$$

$$\therefore a=6, b=-3$$

$$\therefore z=6-3i$$

8. 사차식 $3x^4 - 5x^2 + 4x - 7$ 을 이차식 A 로 나누었더니 몫이 $x^2 - 2$ 이고 나머지가 $4x - 5$ 일 때, 이차식 A 를 구하면?

① $3x^2 - 2$

② $3x^2 - 1$

③ $3x^2$

④ $3x^2 + 1$

⑤ $3x^2 + 2$

해설

$$\text{검산식 : } 3x^4 - 5x^2 + 4x - 7 = A(x^2 - 2) + 4x - 5$$

$$A = \frac{3x^4 - 5x^2 - 2}{x^2 - 2} = 3x^2 + 1$$

9. 다항식 $A = 2x^3 - 7x^2 - 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x - 1$, 나머지가 $-7x - 2$ 이다. 다항식 $B = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은?

① 3

② 6

③ 9

④ 14

⑤ 17

해설

$A = 2x^3 - 7x^2 - 4 = B(2x - 1) - 7x - 2$ 이다.

$$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = B(2x - 1)$$

좌변을 $2x - 1$ 로 나누면

$$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = (2x - 1)(x^2 - 3x + 2)$$

$$\therefore B = x^2 - 3x + 2$$

10. 다음 중 식의 전개가 바르지 않은 것을 고르면?

- ① $(1-x)(1+x+x^2)=1-x^3$
- ② $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)=x^4+x^2y^2+y^4$
- ③ $(x-3)(x-2)(x+1)(x+2)=x^4-8x^2+12$
- ④ $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)=a^8-b^8$
- ⑤ $(a+b-c)(a-b+c)=a^2-b^2-c^2+2bc$

해설

$$\begin{aligned} &(x-3)(x-2)(x+1)(x+2) \\ &= (x^2-x-6)(x^2-x-2) \\ &x^2-x=Y \text{라 놓자.} \\ &(Y-6)(Y-2)=Y^2-8Y+12 \\ &\qquad\qquad\qquad= (x^2-x)^2-8(x^2-x)+12 \\ &\qquad\qquad\qquad= x^4-2x^3-7x^2+8x+12 \end{aligned}$$

11. $a + b + c = 0$, $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ 일 때, $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ 1 ⑤ 4

해설

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$ 에 대입하면

$$ab + bc + ca = -\frac{1}{2}$$

$$(ab + bc + ca)^2 = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(a + b + c)$$

$$\frac{1}{4} = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(a + b + c)$$

$$\text{따라서 } a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 = \frac{1}{4}$$

12. $\frac{2x+3a}{4x+2}$ 가 x 에 관계없이 일정한 값을 가질 때, a 의 값을 구하면?
(단, $x \neq -\frac{1}{2}$)

① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

해설

$$\frac{2x+3a}{4x+2} = k \text{ (일정)라 놓으면}$$

$$2x+3a = k(4x+2) \text{ 에서 } (2-4k)x + (3a-2k) = 0$$

이 식은 x 에 대한 항등식이므로

$$2-4k = 0, 3a-2k = 0$$

$$\therefore k = \frac{1}{2} \text{ 이므로 } a = \frac{1}{3}$$

13. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 3$ 이 $x^2 + 1$ 로 나누어떨어질 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

$x^3 + ax^2 + bx + 3 = (x^2 + 1)(x + k)$ 라 할 수 있다.
여기에서 상수항을 비교하면 $k = 3$
 $x^3 + ax^2 + bx + 3 = (x^2 + 1)(x + 3)$
 $= x^3 + 3x^2 + x + 3$
 $\therefore a = 3, b = 1$ 이므로 $a + b = 4$

해설

$x^3 + ax^2 + bx + 3 = (x^2 + 1)Q(x)$
 $x^2 = -1$ 을 대입하면
 $-x - a + bx + 3 = 0, (b - 1)x + (3 - a) = 0$
 x 에 대한 항등식이므로
 $a = 3, b = 1$
 $\therefore a + b = 4$

14. x 의 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누면 -3 이 남고, $x+3$ 으로 나누면 27 이 남는다. 이 $f(x)$ 를 $(x-2)(x+3)$ 으로 나눌 때, 그 나머지는?

① $6x-9$

② $-6x+9$

③ $2x+3$

④ $-2x-3$

⑤ $2x-3$

해설

$f(x)$ 를 $(x-2)(x+3)$ 으로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ 라 하면

$$f(x) = (x-2)(x+3)Q(x) + ax + b$$

문제의 조건으로부터

$$f(2) = -3, f(-3) = 27 \text{이므로}$$

$$2a + b = -3, -3a + b = 27$$

$$\therefore a = -6, b = 9$$

따라서 구하는 나머지는 $-6x+9$ 이다.

15. $16a^4 - 250ab^3$ 의 인수가 아닌 것은?

① a

② $2a - 5b$

③ $2a(2a - 5b)$

④ $4a^2 + 10ab + 25b^2$

⑤ $2a(2a + 5b)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2a(8a^3 - 125b^3) \\ &= 2a\{(2a)^3 - (5b)^3\} \\ &= 2a(2a - 5b)(4a^2 + 10ab + 25b^2)\end{aligned}$$

16. x^2 항의 계수가 1인 두 이차식의 최대공약수가 $x+3$, 최소공배수가 x^3+4x^2+x-6 일 때 두 이차식의 합은?

- ㉠ $2x^2+7x+3$ ㉡ $2x^2-3x-9$ ㉢ $2x^2+3x+9$
㉣ $2x^2+6x+4$ ㉤ $2x^2-x-1$

해설

두 다항식을 각각 $(x+3)(x-\alpha)$, $(x+3)(x-\beta)$ 라면,
최소공배수 $x^3+4x^2+x-6=(x+3)(x-\alpha)(x-\beta)$
 $x^3+4x^2+x-6=(x+3)(x^2+x-2)$
 $= (x+3)(x+2)(x-1)$
따라서 두 다항식은 $(x+3)(x+2)$, $(x+3)(x-1)$
 $\therefore$ 두 다항식의 합은 $2x^2+7x+3$

17. 다음은 다항식 A 를 다항식 B 로 나누었을 때, 몫을 Q , 나머지를 R 라 하면 A 와 B 의 최대공약수는 B 와 R 의 최대공약수와 같음을 보인 것이다.

A 와 B 의 최대공약수를 G 라 하고,
 $A = Ga, B = Gb$ (a, b 는 서로소)를
 $A = BQ + R$ 에 대입하면
 $Ga = GbQ + R \quad \therefore R = G(a - bQ)$
그러므로 (G)는 B 와 R 의 공약수이다.
그런데, a, b 는 서로소이므로 b 와 $a - bQ$ 사이에는 상수 이외의
($나$)가 없다.
따라서 G 는 B 와 R 의 최대공약수이다.

(가), (나)에 알맞은 것을 차례로 쓰면?

- ① $a - bQ$, 공약수

② G , 공약수
- ③ G , 공배수

④ $a - bQ$, 공배수
- ⑤ G , 서로소

해설

$A = Ga, B = Gb$ 를 $A = BQ + R$ 에 대입하면 $Ga = GbQ + R$
 $\therefore R = G(a - bQ)$ 그러므로 (G)는 B 와 R 의 공약수이다.
그런데 a, b 는 서로소이므로 b 와 $a - bQ$ 사이에는 상수 이외의
(공약수)가 없다.