

1. 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = c, \overline{BC} = a, \overline{CA} = b$ (단, c 가 가장 긴 변) 이라 하자. $c^2 - a^2 > b^2$ 이 성립한다고 할 때, 다음 중 옳은 것은?
- ① $\angle C < 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.
 - ② $\angle C > 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.
 - ③ $\angle C < 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.
 - ④ $\angle C > 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.
 - ⑤ $\angle C = 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다.

해설

삼각형의 가장 긴 변의 대각의 크기에 따라 둔각삼각형, 직각삼각형, 예각삼각형인지 결정된다.
변 c 의 대각은 $\angle C$ 이고,
 c 가 가장 긴 변이므로
 $c^2 > a^2 + b^2$ 이 성립하게 되면
삼각형 ABC 는 둔각삼각형이고
이때, $\angle C > 90^\circ$ 이다.

2. $\triangle ABC$ 의 세변의 길이는 각각 $8, 6, a$ 이다. a 가 8보다 작은 수라고 할 때, $\triangle ABC$ 가 둔각 삼각형이 되기 위한 a 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2 < a < 2\sqrt{7}$

해설

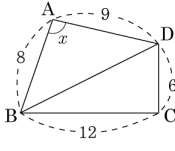
$$8^2 > 6^2 + a^2, \quad 64 > 36 + a^2$$

$$a^2 < 28, \quad a < 2\sqrt{7}$$

$$8 < 6 + a, \quad a > 2$$

$$\therefore 2 < a < 2\sqrt{7}$$

3. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\overline{AB} = 8$, $\overline{BC} = 12$, $\overline{CD} = 6$, $\overline{AD} = 9$ 이고 $\angle C = 90^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 범위를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $90^\circ < x < 180^\circ$

해설

$$\overline{BD} = \sqrt{6^2 + 12^2} = \sqrt{36 + 144} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$$

$$\overline{AB}^2 + \overline{AD}^2 < \overline{BD}^2 \text{ 이므로}$$

△ABD 는 둔각삼각형

따라서 $90^\circ < x < 180^\circ$

4. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = a$, $\overline{CA} = b$, $\overline{AB} = c$ 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 $\angle A > 90^\circ$ 이다.
 - ② $a - b < c < a + b$
 - ③ $c^2 > a^2 + b^2$ 이면 둔각삼각형이다.
 - ④ $b^2 < a^2 + c^2$ 이면 예각삼각형이다.
 - ⑤ $a^2 = b^2 + c^2$ 이면 직각삼각형이다.

해설

- ④ $\angle B$ 는 예각이라 할 수 있지만 예각삼각형은 세 각이 모두 예각이어야 한다. 즉 b 가 가장 긴 변이라는 조건이 있어야한다.

5. 길이가 5, 6, 7, 8, 9 인 다섯 개의 선분 중, 3 개를 선택하여 삼각형을 만들 때, 만들어진 삼각형이 예각삼각형일 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{10}$

해설

다섯 개의 선분 중 세 개를 선택하는 경우의 수는 $\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$ (가지)이다.

이 중 예각삼각형이 되는 경우는 가장 긴 변의 길이의 제곱이 나머지 두 변의 제곱의 합보다 작아야 하므로 (5, 6, 7), (5, 7, 8), (5, 8, 9), (6, 7, 8), (6, 7, 9), (6, 8, 9), (7, 8, 9) 의 7 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{7}{10}$ 이다.

6. 세 변의 길이가 3, x , 7 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 정수 x 는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 4개

해설

i) 7 이 가장 긴 변일 때($x \leq 7$)

삼각형이 될 조건에 의하여 $x+3>7$
 $x>4$ ㉠
$$\therefore x > 4 \cdots \textcircled{7}$$
$$\therefore x \leq \sqrt{40} \dots \textcircled{1}$$

그러므로 ㉠ ㉡

그러므로, ㉠, ㉡에 의하여 $4 < x < \sqrt{40}$ 따라서 x 는 5, 6이다.

따라서 x 는 5, 6이다.
 $\therefore$ k_1, k_2, k_3 각각 5, 6, 7이다.

ii) x 가 가장 긴 변일 때($x > 7$)

삼각형이 될 조건에 의하여 $x < 3 + 7$
$$\therefore x < 10 \dots \textcircled{7}$$

둔각삼각형이라면 $x^2 > 3^2 + 7^2$

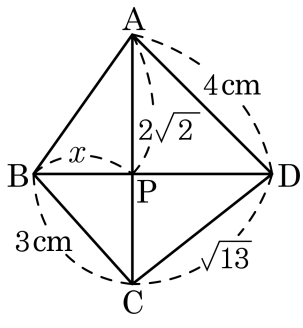
$$\therefore x > \sqrt{58} \dots \textcircled{\text{L}}$$

그러므로, ㉠, ㉡에 의하여 $\sqrt{58} < x < 10$

따라서 x 는 8 9이다

i) ii)에 의해 x 의 값은 4개이다.

7. 다음 그림의 □ABCD에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{BP}$ 의 길이는?

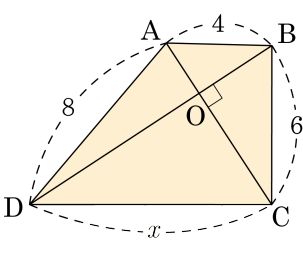


- ① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm ④ 4 cm ⑤ 5 cm

해설

$(\overline{AB})^2 + 13 = 16 + 9$, $\overline{AB} = 2\sqrt{3}$ cm
 $x^2 + (2\sqrt{2})^2 = (2\sqrt{3})^2 \quad \therefore x = 2$ cm

8. 사각형 ABCD 에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이고
 $\overline{AB} = 4$, $\overline{BC} = 6$, $\overline{AD} = 8$ 일 때,
 x 의 값을 구하여라.



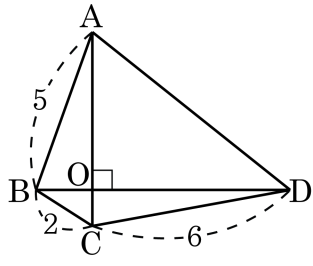
▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{21}$

해설

$$\begin{aligned} \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 &= \overline{AO}^2 + \overline{BO}^2 + \overline{CO}^2 + \overline{DO}^2 = \overline{BO}^2 + \overline{CO}^2 + \\ \overline{AO}^2 + \overline{DO}^2 &= \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2 \\ 4^2 + x^2 &= 6^2 + 8^2 \\ x^2 &= 36 + 64 - 16 = 84 \\ \therefore x &= 2\sqrt{21} (\because x > 0) \end{aligned}$$

9. 다음 그림과 같이 □ABCD의 대각선이 직교하고 $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 2$, $\overline{CD} = 6$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하면?

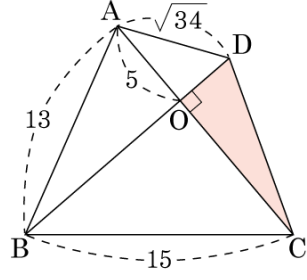


- ① $\sqrt{55}$ ② $2\sqrt{14}$ ③ $\sqrt{57}$ ④ $\sqrt{58}$ ⑤ $\sqrt{59}$

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 &= \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 \\ 5^2 + 6^2 &= \overline{AD}^2 + 2^2 \\ \overline{AD}^2 &= 61 - 4 = 57 \\ \text{따라서 } \overline{AD} &> 0 \text{ 이므로} \\ \overline{AD} &= \sqrt{57} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

10. 다음 그림과 같이 □ABCD 의 두 대각선이 직교할 때, △COD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{27}{2}$

해설

△OAD 에서 $\overline{OD} = \sqrt{34 - 25} = 3$

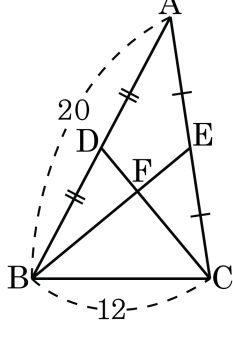
대각선이 직교하는 사각형에서 두 쌍의 대변의 제곱의 합이 서로 같으므로

$$13^2 + \overline{CD}^2 = 34 + 15^2$$

$$\therefore \overline{CD} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}, \overline{OC} = \sqrt{90 - 9} = 9$$

구하고자 하는 삼각형의 넓이는 $3 \times 9 \times \frac{1}{2} = \frac{27}{2}$ 이다.

11. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 의 중점을 각각 D, E 라고 하고 $\overline{BE} \perp \overline{CD}$, $\overline{AB} = 20$, $\overline{BC} = 12$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{5}$

해설

$\overline{DE}$ 를 그으면 중점연결 정리에 의하여

$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 6$ 이다.

$\square DBCE$ 는 대각선이 직교하는 사각형이므로

$$\overline{BD}^2 + \overline{EC}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{BC}^2$$

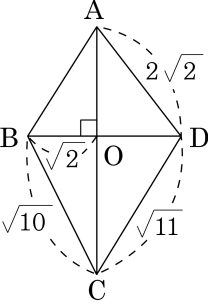
$$100 + \overline{EC}^2 = 36 + 144$$

$$\therefore \overline{EC} = 4\sqrt{5} (\because \overline{EC} > 0)$$

$$\therefore \overline{AC} = 2 \times 4\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$$

12. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\overline{AO}$ 의 길이를 구하여라.

(단, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 &= \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2 \\ \overline{AB}^2 + 11 &= 10 + 8 \\ \overline{AB}^2 &= 7\overline{AB}^2 = \overline{BO}^2 + \overline{AO}^2 \\ 7 &= 2 + \overline{AO}^2, \overline{AO}^2 = 5 \\ \therefore \overline{AO} &= \sqrt{5} (\because \overline{AO} > 0) \end{aligned}$$