**1.** 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = c, \overline{BC} = a, \overline{CA} = b$ (단, $c$ 가 가장 긴 변)이라 하자. $c^2 - a^2 > b^2$ 이 성립한다고 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $\angle C < 90°$ 이고 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.

② $\angle C > 90°$ 이고 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.

③ $\angle C < 90°$ 이고 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.

④ $\angle C > 90°$ 이고 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.

⑤ $\angle C = 90°$ 이고 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다.

**해설**

삼각형의 가장 긴 변의 대각의 크기에 따라 둔각삼각형, 직각삼각형, 예각삼각형인지 결정된다.
변 $c$ 의 대각은 $\angle C$ 이고,
$c$ 가 가장 긴 변이므로
$c^2 > a^2 + b^2$ 이 성립하게 되면
삼각형ABC 는 둔각삼각형이고
이때, $\angle C > 90°$ 이다.

**2.** $\triangle ABC$ 의 세변의 길이는 각각 $8, 6, a$ 이다. $a$ 가 8 보다 작은 수라고 할 때, $\triangle ABC$ 가 둔각 삼각형이 되기 위한 $a$ 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2 < a < 2\sqrt{7}$

해설

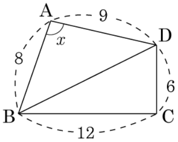
$8^2 > 6^2 + a^2,\ 64 > 36 + a^2$

$a^2 < 28,\ a < 2\sqrt{7}$

$8 < 6 + a,\ a > 2$

$\therefore 2 < a < 2\sqrt{7}$

**3.** 다음 그림의 □ABCD 에서 $\overline{AB} = 8$ ,$\overline{BC} = 12$ , $\overline{CD} = 6$ , $\overline{AD} = 9$ 이고 $\angle C = 90°$ 일 때,$\angle x$ 의 범위를 구하여라.




▶ 답 :

▷ 정답 : $90° < x < 180°$

해설

$\overline{BD} = \sqrt{6^2 + 12^2} = \sqrt{36 + 144} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$

$\overline{AB}^2 + \overline{AD}^2 < \overline{BD}^2$ 이므로

$\triangle ABD$는 둔각삼각형

따라서 $90° < x < 180°$

**4.** $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = a$ , $\overline{CA} = b$ , $\overline{AB} = c$ 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 $\angle A > 90°$ 이다.

② $a - b < c < a + b$

③ $c^2 > a^2 + b^2$ 이면 둔각삼각형이다.

④ $b^2 < a^2 + c^2$ 이면 예각삼각형이다.

⑤ $a^2 = b^2 + c^2$ 이면 직각삼각형이다.

해설

④ $\angle B$ 는 예각이라 할 수 있지만 예각삼각형은 세 각이 모두 예각이어야 한다. 즉 $b$가 가장 긴 변이라는 조건이 있어야한다.

**5.** 길이가 5, 6, 7, 8, 9 인 다섯 개의 선분 중, 3 개를 선택하여 삼각형을 만들 때, 만들어진 삼각형이 예각삼각형일 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{10}$

해설

다섯 개의 선분 중 세 개를 선택하는 경우의 수는 $\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$ (가지) 이다.

이 중 예각삼각형이 되는 경우는 가장 긴 변의 길이의 제곱이 나머지 두 변의 제곱의 합보다 작아야 하므로 (5, 6, 7), (5, 7, 8), (5, 8, 9), (6, 7, 8), (6, 7, 9), (6, 8, 9), (7, 8, 9) 의 7 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{7}{10}$ 이다.

**6.** 세 변의 길이가 $3, x, 7$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 정수 $x$ 는 모두 몇 개인지 구하여라.

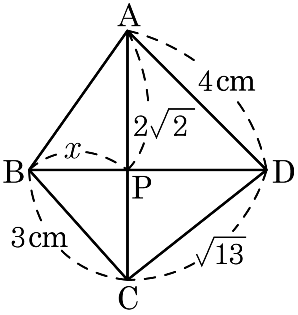
▶ 답: ＿＿＿개

▷ 정답: 4개

해설

i) 7 이 가장 긴 변일 때$(x \le 7)$
삼각형이 될 조건에 의하여 $x + 3 > 7$
$\therefore x > 4 \cdots$ ㉠
둔각삼각형이려면 $7^2 > 3^2 + x^2$
$\therefore x < \sqrt{40} \cdots$ ㉡
그러므로, ㉠, ㉡에 의하여 $4 < x < \sqrt{40}$
따라서 $x$는 5, 6이다.
ii) $x$ 가 가장 긴 변일 때$(x > 7)$
삼각형이 될 조건에 의하여 $x < 3 + 7$
$\therefore x < 10 \cdots$ ㉠
둔각삼각형이려면 $x^2 > 3^2 + 7^2$
$\therefore x > \sqrt{58} \cdots$ ㉡
그러므로, ㉠, ㉡에 의하여 $\sqrt{58} < x < 10$
따라서 $x$는 8, 9이다.
i), ii) 에 의해 $x$의 값은 4개이다.

**7.** 다음 그림의 □ABCD 에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{BP}$ 의 길이는?



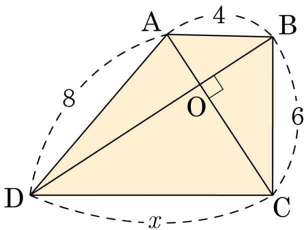

① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm ④ 4 cm ⑤ 5 cm

해설

$(\overline{AB})^2 + 13 = 16 + 9$ , $\overline{AB} = 2\sqrt{3}\,\text{cm}$

$x^2 + (2\sqrt{2})^2 = (2\sqrt{3})^2$ $\quad\therefore\ x = 2\,\text{cm}$

**8.** 사각형 ABCD 에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이고 $\overline{AB} = 4$ , $\overline{BC} = 6$ , $\overline{AD} = 8$ 일 때, $x$의 값을 구하여라.




▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{21}$

해설

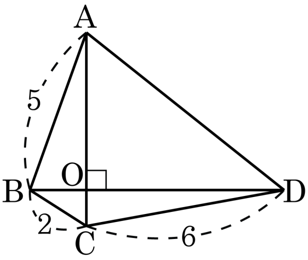
$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AO}^2 + \overline{BO}^2 + \overline{CO}^2 + \overline{DO}^2 = \overline{BO}^2 + \overline{CO}^2 + \overline{AO}^2 + \overline{DO}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$

$4^2 + x^2 = 6^2 + 8^2$

$x^2 = 36 + 64 - 16 = 84$

$\therefore x = 2\sqrt{21} (\because x > 0)$

**9.** 다음 그림과 같이 □ABCD 의 대각선이 직교하고 $\overline{AB}=5$ , $\overline{BC}=2$ , $\overline{CD}=6$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하면?




① $\sqrt{55}$ ② $2\sqrt{14}$ ③ $\sqrt{57}$ ④ $\sqrt{58}$ ⑤ $\sqrt{59}$

해설

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$

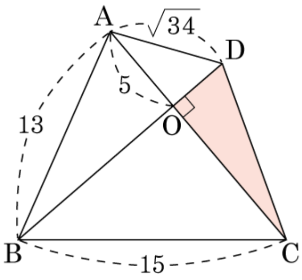
$5^2+6^2=\overline{AD}^2+2^2$

$\overline{AD}^2=61-4=57$

따라서 $\overline{AD}>0$ 이므로

$\overline{AD}=\sqrt{57}$ 이다.

**10.** 다음 그림과 같이 □ABCD 의 두 대각선이 직교할 때, △COD 의 넓이를 구하여라.




▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{27}{2}$

해설

△OAD 에서 $\overline{\mathrm{OD}} = \sqrt{34-25} = 3$

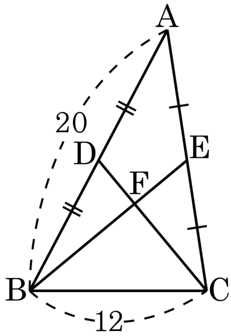
대각선이 직교하는 사각형에서 두 쌍의 대변의 제곱의 합이 서로 같으므로

$13^2 + \overline{\mathrm{CD}}^2 = 34 + 15^2$

$\therefore\ \overline{\mathrm{CD}} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10},\ \overline{\mathrm{OC}} = \sqrt{90-9} = 9$

구하고자 하는 삼각형의 넓이는 $3\times 9\times\dfrac{1}{2} = \dfrac{27}{2}$ 이다.

**11.** 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 의 중점을 각각 D, E 라고 하고 $\overline{BE}\perp\overline{CD}$, $\overline{AB}=20$, $\overline{BC}=12$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.




▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{5}$

해설

$\overline{DE}$ 를 그으면 중점연결 정리에 의하여

$\overline{DE}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=6$ 이다.

□DBCE 는 대각선이 직교하는 사각형이므로

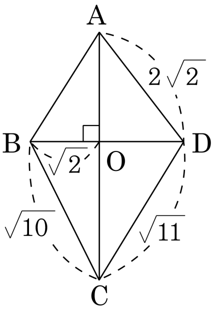
$\overline{BD}^2+\overline{EC}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$

$100+\overline{EC}^2=36+144$

$\therefore \overline{EC}=4\sqrt{5}(\because \overline{EC}>0)$

$\therefore \overline{AC}=2\times4\sqrt{5}=8\sqrt{5}$

**12.** 다음 그림의 □ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AO}}$ 의 길이를 구하여라.
(단, $\overline{\mathrm{AC}} \perp \overline{\mathrm{BD}}$ )




▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{5}$

해설

$\overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{CD}}^2 = \overline{\mathrm{BC}}^2 + \overline{\mathrm{AD}}^2$

$\overline{\mathrm{AB}}^2 + 11 = 10 + 8$

$\overline{\mathrm{AB}}^2 = 7\overline{\mathrm{AB}}^2 = \overline{\mathrm{BO}}^2 + \overline{\mathrm{AO}}^2$

$7 = 2 + \overline{\mathrm{AO}}^2, \ \overline{\mathrm{AO}}^2 = 5$

$\therefore \overline{\mathrm{AO}} = \sqrt{5} (\because \overline{\mathrm{AO}} > 0)$