1. 실수 a, b에 대하여 $a > b$일 때, 다음 <보기> 중 항상 성립하는 것을 모두 골라라.

보기

ㄱ $|a| > |b|$

ㄴ $a^3 > b^3$

ㄷ $a^2 > b^2$

ㄹ $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄱ, ㄴ, ㄷ

⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

해설

ㄱ $a > 0 > b$인 경우에서는 b의 절댓값이 더 클 수도 있다.

ㄷ ㄱ과 같은 맥락에서 생각해 볼 수 있다.

ㄹ 역시 $a > 0 > b$인 경우 역수를 취하여도 부등호 방향은 변하지 않는다.

2. $-6 < a \leq 12,\ 3 < b \leq 4$ 일 때, ab 값의 범위를 구하면?

① $-3 < ab \leq 16$ ② $-10 \leq ab \leq 9$ ③ $-10 < ab < 9$

④ $-24 < ab \leq 48$ ⑤ $-2 \leq ab \leq 4$

해설

$-6 < a \leq 12 \cdots\cdots$ ㉠

$3 < b \leq 4 \cdots\cdots$ ㉡

㉠ $\times$ ㉡

$-6 \times 4 < ab \leq 12 \times 4$

3. 연립부등식 $\begin{cases} x + 3 < 4 \\ 5x - 8 < 17 \end{cases}$ 의 해를 구하면?

① $x < 1$ ② $x > 5$ ③ $1 < x \leq 5$

④ $1 \leq x < 5$ ⑤ 해가 없다.

해설

$x + 3 < 4, x < 1$

$5x - 8 < 17, x < 5$

따라서 구하는 해는 $x < 1$

4. 부등식 $-1 < -2x + 1 < 3$ 의 해를 구하면?

① $-2 < x < 2$ ② $-2 < x < -1$ ③ $-1 < x < 1$

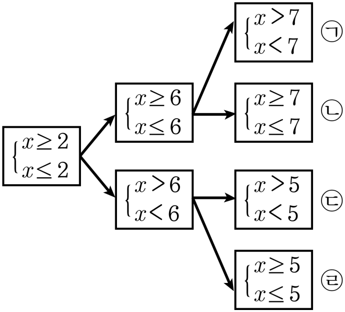
④ $-1 < x < 2$ ⑤ $1 < x < 2$

해설

$$-1 < -2x + 1 < 3 \rightarrow \begin{cases} -1 < -2x + 1 \\ -2x + 1 < 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > -1 \end{cases}$$

$\therefore \; -1 < x < 1$

5. 다음은 해가 각각 다른 연립부등식이다. 출발점의 연립부등식과 같은 해의 개수를 가지는 방향으로 갈 때, 도착하는 곳은 어디인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

$\begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 2 \end{cases}$ 는 해가 한 개이므로 한 개 있는

$\begin{cases} x \geq 6 \\ x \leq 6 \end{cases}$ 쪽으로 간다.

같은 방법으로 $\begin{cases} x \geq 7 \\ x \leq 7 \end{cases}$ 쪽으로 가게 된다.

그러므로 도착하는 곳은 ㉡ 이다.

6. 어떤 정수에서 10 을 빼고 5 배 하면 20 보다 크고, 어떤 정수에 2 배를 하고 4 를 빼면 28 보다 작다고 한다. 어떤 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

어떤 정수를 x 라고 하고 문제의 조건을 이용하여 두 개의 식을 만들어 본다. '어떤 정수에서 10 을 빼고 5 배하면 20 보다 크고' 를 식으로 표현하면, $5(x-10) > 20$ 이고, '어떤 정수에 2 배를 하고 4 를 빼면 28 보다 작다' 를 식으로 표현하면, $2x-4 < 28$ 이다.

두 개의 부등식을 연립부등식으로 표현하면, $\begin{cases} 5(x-10) > 20 \\ 2x-4 < 28 \end{cases}$

이다. 이를 간단히 하면, $\begin{cases} x > 14 \\ x < 16 \end{cases}$ 따라서 $14 < x < 16$ 이다.

x 는 정수이므로 15 이다.

7. 부등식 $|x-1|+|x+2|<9$를 만족하는 정수 x의 개수는?

① 4개　　② 5개　　③ 6개　　④ 7개　　⑤ 8개

해설

(ⅰ) $x<-2$일 때

$-(x-1)-(x+2)<9$

$-x+1-x-2<9,\ \ x>-5$

$\therefore -5<x<2$

(ⅱ) $-2\le x<1$일 때

$-(x+1)+x+2<9,\ \ -x+1+x+2<9$

$0\cdot x<6$이므로 $-2\le x<1$인 범위의 모든 x는 주어진 부등식의 해가 된다.

$\therefore -2\le x<1$

(ⅲ) $x\ge 1$일 때,

$(x-1)+(x+2)<9,\ \ x<4$

$\therefore 1\le x<4$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 해는 $-5<x<4$

따라서 정수는 8개

8. 다음 부등식의 해가 없을 때, 상수 m의 값의 합은?

$$m^2x-1>m(x-1)$$

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$m^2x-1>m(x-1)$에서

$m^{2x}-1>mx-m$

$\therefore (m^2-m)x>1-m \cdots$ ㉠

㉠의 해가 없어야 하므로

$m^2-m=0,\ 1-m\geq 0$

$m^2-m=0$에서 $m(m-1)-0$

$\therefore m=0$ 또는 $1 \cdots$ ㉡

$1-m\geq 0$에서 $m\leq 1 \cdots$ ㉢

따라서 ㉡, ㉢에서 $m=0$ 또는 $m=1$

9. $ax+b>0$의 해가 $x<2$일 때, $(a+b)x<5b$의 해는?

① $x>5$　② $x>10$　③ $x<1$

④ $x<5$　⑤ $x<10$

해설

$ax+b>0$에서 $ax>-b$

해가 $x<2$ 이므로

$a<0$ ⋯⋯㉠

$-\frac{b}{a}=2$ ⋯⋯㉡

㉡을 정리하면 $b=-2a$ ⋯⋯㉢

㉢에서 $b=-2a$를 $(a+b)x<5b$에 대입하면

$(a-2a)x<5\cdot(-2a)$, $-ax<-10a$

㉠에서 $a<0$이므로 $x<10$

10. 다음 연립부등식을 만족하는 가장 큰 정수는?

$$\begin{cases} \frac{2}{5}(4x-1) > \frac{1}{3}(2x+3) \\ 0.5(x-9) < 0.2(x-3) \end{cases}$$

① 6　　② 8　　③ 10　　④ 12　　⑤ 13

해설

i) $\frac{2}{5}(4x-1) > \frac{1}{3}(2x+3)$ 의 양변에 15 를 곱해 주면,

$\Rightarrow 6(4x-1) > 5(2x+3)$

$\Rightarrow x > \frac{3}{2}$

ii) $0.5(x-9) < 0.2(x-3)$ 의 양변에 10 을 곱해 주면,

$\Rightarrow 5(x-9) < 2(x-3)$

$\Rightarrow x < 13$

$\therefore \frac{3}{2} < x < 13$

11. 부등식 $4x-1 \leq 3x+1 < 2x+5$ 를 만족하는 x 의 값 중 가장 큰 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$4x-1 \leq 3x+1 < 2x+5$ 는 $4x-1 \leq 3x+1$, $3x+1 < 2x+5$ 두 식으로 나뉜다.

각각을 정리하면 $x \leq 2$, $x < 4$ 이다.

$\therefore \ x \leq 2$

따라서 범위 안의 가장 큰 정수는 2 이다.

12. 이차부등식 $x^2-6x+9 \geq 0$의 해를 구하면?

① 해가 없다　　② $x=3$

③ $x \neq 3$인 모든실수　　④ $-3 < x < 3$

⑤ 모든 실수

해설

$(x-3)^2 \geq 0$,　(실수)$^2 \geq 0$이므로

$\therefore$ ⑤ 모든실수

13. 모든 실수 x에 대하여 x^2+ax+a가 -3보다 항상 크기 위한 상수 a의 값의 범위는?

① $-4<a<3$ ② $-2<a<4$ ③ $-2<a<6$

④ $2<a<4$ ⑤ $2<a<6$

해설

$x^2+ax+a>-3, x^2+ax+(a+3)>0$
모든 실수 x에 대하여 성립하려면
이차방정식 $x^2+ax+(a+3)=0$의 판별식을
D라 할 때,
$D<0$이어야 하므로
$D=a^2-4(a+3)<0$
$a^2-4a-12<0, (a-6)(a+2)<0$
$\therefore -2<a<6$

14. 모든 실수 x에 대하여 부등식 $ax^2+2ax+3>0$이 성립하도록 하는 정수 a의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

x의 계수가 미지수이므로

ⅰ) $a=0$일 때,

$3>0$이므로 모든 실수 x에 대하여 항상 성립한다.

ⅱ) $a\neq0$일 때,

$ax^2+2ax+3>0$의 해가 모든 실수이려면

$a>0\cdots$ ㉠

$\frac{D}{4}=a^2-3a<0,\ a(a-3)<0$

$\therefore 0<a<3\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $0<a<3$

ⅰ), ⅱ)에서 $0\le a<3$

따라서 정수 a는 0, 1, 2의 3개이다.

15. 모든 실수 x 에 대하여 $x^2+2(a-5)x+2(3a-19)$ 가 양이 되기 위한 a 값의 범위는?

① $a<7$ ② $a>9$ ③ $6<a\le 9$

④ $6\le a<9$ ⑤ $7<a<9$

해설

$x^2+2(a-5)x+2(3a-19)>0$ 이므로

이 부등식의 $D<0$ 이다.

$D=(a-5)^2-2(3a-19)=a^2-16a+63<0$

$\therefore 7<a<9$

16. 이차부등식 $ax^2+bx+c>0$ 의 해가 $\frac{1}{14}<x<\frac{1}{10}$ 일 때, 이차부등식 $4cx^2-2bx+a<0$ 의 해는?

① $x<-7$ 또는 $x>-5$　② $-7<x<-5$

③ $-7<x<5$　④ $5<x<7$

⑤ $x<5$ 또는 $x>7$

해설

$ax^2+bx+c>0$ 의 해가 $\frac{1}{14}<x<\frac{1}{10}$ 이므로

$(14x-1)(10x-1)<0,\ 140x^2-24x+1<0$

$-140x^2+24x-1>0 \Leftrightarrow ax^2+bx+c>0$

$\therefore a=-140, b=24, c=-1 \cdots$ (가)

(가)를 $4cx^2-2bx+a<0$ 에 대입하면

$-4x^2-48x-140<0$

$x^2+12x+35>0,\ (x+7)(x+5)>0$

$\therefore x<-7$ 또는 $x>-5$

17. 양의 실수 a에 대하여 $-x^2+7x-10 \geq 0$의 모든 해가 $x^2-4ax+3a^2 \leq 0$을 만족할 때, a의 값의 범위는?

① $\frac{1}{3} \leq a \leq 2$ ② $\frac{2}{3} \leq a \leq 2$ ③ $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$
④ $\frac{5}{3} \leq a \leq 5$ ⑤ $2 \leq a \leq 5$

해설

$-x^2 + 7x - 10 \geq 0$

$x^2 - 7x + 10 \leq 0$

$(x-2)(x-5) \leq 0$

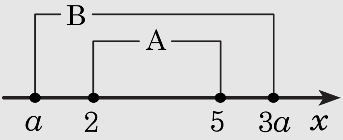
$2 \leq x \leq 5$

$x^2 - 4ax + 3a^2 \leq 0$

$(x-a)(x-3a) \leq 0$

$a \leq x \leq 3a (\because a > 0)$

㉠의 모든 해가 ㉡에 포함되므로



따라서 $a \leq 2,\ 3a \geq 5$이므로 $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

18. 다음 이차부등식 중 해가 존재하지 않는 것은?

① $2x^2-6x+1\le 0$

② $x^2-2x-3<0$

③ $x^2-x+1>0$

④ $x^2-6x+9>0$

⑤ $4x^2-4x+1<0$

해설

① $(x-\frac{3-\sqrt{7}}{2})(x-\frac{3+\sqrt{7}}{2})\le 0$

$\Rightarrow \frac{3-\sqrt{7}}{2}\le x\le\frac{3+\sqrt{7}}{2}$

② $(x+1)(x-3)<0 \Rightarrow -1<x<3$

③ $(x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}>0 \Rightarrow x$ 는 모든 실수

④ $(x-3)^2>0 \Rightarrow x\ne 3$ 인 모든 실수

⑤ $(2x-1)^2<0 \Rightarrow$ 해는 없다

19. 연립부등식 $\begin{cases} x^2+3x-4<0 \\ (x-a)(x+2)>0 \end{cases}$ 의 해가 $-2<x<1$이 될 때, 실수 a의 최댓값은?

① 0 ② -2 ③ -4 ④ -6 ⑤ -8

해설

$x^2+3x-4<0$의 해가
$-4<x<1$이므로
연립부등식의 해가 $-2<x<1$가 되려면
$(x-a)(x+2)>0$의 해는
$x<a, x>-2$이고, $a \le -4$이다.

20. x에 관한 이차부등식 $ax^2-2ax-3a \geq bx^2-2bx-3b$에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $a<b$일 때, $-1 \leq x \leq 3$이다.

② $a<b$일 때, $x \leq -1,\ x \leq 3$이다.

③ $a<0$일 때, $-1 \leq x \leq 3$이다.

④ $b<0$일 때, $x \leq -1,\ x \geq 3$이다.

⑤ $a \geq b$ 일 때, 부등식은 모든 실수 x에 대하여 성립한다.

해설

$ax^2-2ax-3a \geq bx^2-2bx-3b$을 이항하여 정리하면

$(a-b)x^2-2(a-b)x-3(a-b) \geq 0$(이차부등식이므로 $a \neq b$)

i) $a<b$이면 $x^2-2x-3=(x-3)(x+1) \leq 0$

$\therefore -1 \leq x \leq 3$

ii) $a>b$이면

$x^2-2x-3=(x-3)(x+1) \geq 0$

$\therefore x \leq -1,\ x \geq 3$

21. 이차방정식 $f(x)=0$의 두 근의 합이 10일 때, 방정식 $f(4x-3)=0$의 두 근의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(x)=0$의 두 근을 $\alpha,\ \beta$라 하면 $\alpha+\beta=10$

$f(x)=a(x-\alpha)(x-\beta)=0$로 놓으면

$f(4x-3)=a(4x-3-\alpha)(4x-3-\beta)=0$

$x=\dfrac{3+\alpha}{4},\quad \dfrac{3+\beta}{4}$

$\therefore$두 근의 합은 $\dfrac{6+\alpha+\beta}{4}=4$

22. 이차함수 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 그래프가 이차함수 $y = 2x^2 - 2mx + 1$ 의 그래프보다 항상 아래쪽에 존재하도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $-3 < m < 3$

② $-3\ m < 1$

③ $-1 < m < 3$

④ $m < -1$또는$m > 1$

⑤ $m < -1$또는$m > 3$

해설

$x^2 - 2x - 3 < 2x^2 - 2mx + 1$ 에서

$x^2 - 2(m-1)x + 4 > 0$

이 부등식이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립해야 하므로 이차방정식 $x^2 - 2(m-1)x + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (m-1)^2 - 4 < 0 \text{ 에서}$$

$(m+1)(m-3) < 0$

$\therefore -1 < m < 3$

23. 부등식 $0 \le x \le 2$의 영역이 부등식 $x^2 - ax + a^2 - 4 \le 0$의 영역에 포함되도록 하는 실수 a 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

부등식 $0 \le x \le 2$의 영역이 부등식 $x^2 - ax + a^2 - 4 \le 0$의 영역에 포함되어야하므로

$0 \le x \le 2$ 에서

$x^2 - ax + a^2 - 4 \le 0$ 이어야 한다.

$f(x) = x^2 - ax + a^2 - 4$ 라 하면

$0 \le x \le 2$ 에서

$f(x) \le 0$ 이어야 하므로

$y = f(x)$ 의 그래프는 아래 그림과 같아야 한다.

$f(0) = a^2 - 4 \le 0$ 에서

$-2 \le a \le 2 \cdots$ ㉠

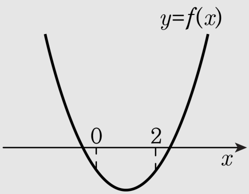
$f(2) = a^2 - 2a \le 0$ 에서

$0 \le a \le 2 \quad \cdots$ ㉡

㉠, ㉡ 의 공통 범위를 구하면 $0 \le a \le 2$

따라서, 최댓값은 $M = 2$, 최솟값은 $m = 0$ 이므로

$M - m = 2$

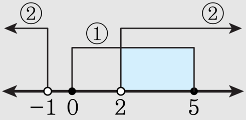


24. 연립이차부등식 $\begin{cases} x^2 - 5x \le 0 \\ (x+1)(x-a) > 0 \end{cases}$ 의 해가 $2 < x \le 5$이 되도록 a의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 2

해설



첫 번째 부등식을 풀면 $x^2 - 5x = x(x-5) \le 0$

$\therefore 0 \le x \le 5 \cdots\cdots$ ①

또, 두 번째 부등식은 조건을 만족하기 위해서 $a > -1$ 이어야 한다.

$\therefore x < -1, x > a \cdots\cdots$ ②

①, ②를 동시에 만족하는 해가 $2 < x \le 5$ 이므로 a의 값은 2이다.

25. 두 부등식 $-x^2-3x+4\le 0$,
$x^2+ax+b<0$에 대하여
두 부등식 중 적어도 하나를 만족하는 x의 값은 실수 전체이고, 두 부등식을 동시에 만족하는 x의 값은 $1\le x<3$일 때, 실수 a, b 의 합 $a+b$ 를 구하면?

① -12 ② -11 ③ -10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$-x^2-3x+4\le 0$, $x^2+3x-4\ge 0$

$\Rightarrow x\le -4$ 또는 $x\ge 1$

$\therefore\ a=1,\ b=-12 \ \Rightarrow\ a+b=-11$

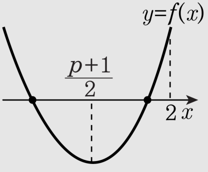
26. x에 대한 이차방정식 $x^2-(p+1)x+2-p=0$의 서로 다른 두 근이 모두 2보다 작을 때, 양수 p의 값의 범위는?

① $0<p<1$　　② $\frac{1}{2}<p<1$　　③ $1\le p<2$

④ $1<p<\frac{4}{3}$　　⑤ $p>1$

해설

$f(x)=x^2-(p+1)x+2-p$ 라 하면 $y=f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) 이차방정식 $f(x)=0$ 의 판별식을 D라 하면

$\mathrm{D}=(\mathrm{p}+1)^2-4(2-\mathrm{p})>0$

$p^2+6p-7>0,\ (p+7)(p-1)>0$

$\therefore p<-7$ 또는 $p>1$

(ii) $f(2)>0$ 에서 $2^2-(p+1)\cdot 2+2-p>0$

$3p<4$

$\therefore p<\frac{4}{3}$

(iii) $y=f(x)$ 의 그래프의 축의 방정식이 $x=\frac{p+1}{2}$ 이므로

$\frac{p+1}{2}<2$

$\therefore p<3$

(i), (ii), (iii) 에서 $p<-7$ 또는 $1<p<\frac{4}{3}$

그런데 $p>0$ 이므로 $1<p<\frac{4}{3}$

27. 이차방정식 $x^2+ax-2=0$ 의 두 실근 α, β에 대하여 $-2<\alpha<0$, $1<\beta<3$ 이 성립하도록 하는 실수 a의 값의 범위는?

① $-\frac{13}{3}<a<-1$ ② $-\frac{10}{3}<a<0$ ③ $-\frac{7}{3}<a<1$
④ $-\frac{5}{3}<a<2$ ⑤ $-\frac{2}{3}<a<3$

해설

$f(x)=x^2+ax-2$ 로 놓으면 $-2<\alpha<0$, $1<\beta<3$ 이므로
$f(-2)>0$, $f(0)<0$, $f(1)<0$, $f(3)>0$ 이어야 한다.
$f(-2)=-2a+2>0$ 에서 $a<1$
$f(0)=-2<0$
$f(1)=a-1<0$ 에서 $a<1$
$f(3)=3a+7>0$ 에서 $a>-\frac{7}{3}$
$\therefore\ -\frac{7}{3}<a<1$

28. $A : 5(x+1) > 2x-1$, $B : \dfrac{x-4}{3} + \dfrac{3x+1}{2} > 1$ 에 대하여 A에서 B를 제외한 수들의 갯수는? (단, x는 정수)

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$A : x > -2$, $B : x > 1$ 이므로
A에서 B를 제외한 수는 $-1,\ 0,\ 1$
따라서 3개이다.

29. 연립부등식 $\begin{cases} \dfrac{x}{2} - \dfrac{a}{4} \geq \dfrac{x}{4} - \dfrac{1}{8} \\ 3x - 1 \geq 5x - 7 \end{cases}$ 을 만족하는 정수 x가 3개일 때, 상수 a의 값의 범위는?

① $-\dfrac{1}{2} < a \leq \dfrac{1}{2}$ ② $-\dfrac{1}{2} \leq a < \dfrac{1}{2}$ ③ $0 \leq a < 1$

④ $\dfrac{1}{2} < a \leq \dfrac{3}{2}$ ⑤ $\dfrac{1}{2} \leq a < \dfrac{3}{2}$

해설

$\dfrac{x}{2} - \dfrac{a}{4} \geq \dfrac{x}{4} - \dfrac{1}{8}$ 에서 $x \geq a - \dfrac{1}{2}$

$3x - 1 \geq 5x - 7$ 에서 $x \leq 3$

$\therefore\ a - \dfrac{1}{2} \leq x \leq 3$

연립부등식을 만족하는 정수 x가 3개이려면

$0 < a - \dfrac{1}{2} \leq 1$

$\therefore\ \dfrac{1}{2} < a \leq \dfrac{3}{2}$

30. 연립부등식 $-1.2 < \frac{2x-a}{6} < -x$ 의 해가 $\frac{2}{5} < x < b$ 일때, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$-1.2 < \frac{2x-a}{6} < -x$

$\rightarrow \begin{cases} -7.2 < 2x - a \\ 2x - a < -6x \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} x > \frac{a-7.2}{2} \\ x < \frac{a}{8} \end{cases}$

$\frac{a-7.2}{2} < x < \frac{a}{8}$ 가 $\frac{2}{5} < x < b$ 이므로

$$\begin{aligned} \frac{a-7.2}{2} &= \frac{2}{5} \\ 5a - 36 &= 4 \end{aligned}$$

$\therefore \ a = 8$

$\therefore \ b = \frac{a}{8} = \frac{8}{8} = 1$

31. 연립부등식

$$\begin{cases} 12 - x < 2(x+1) + 1 < 4x - 1 \\ -a < x < a \end{cases}$$

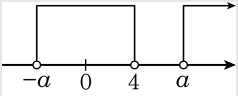
의 해가 없을 때, 양수 a 의 값의 범위는?

① $0 < a < 2$ ② $0 < a \le 2$ ③ $0 < a < 3$
④ $0 < a \le 3$ ⑤ $2 < a < 3$

해설

$$\begin{cases} 12 - x < 2(x+1) + 1 < 4x - 1 \cdots ㉠ \\ -a < x < a \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ : $12 - x < 2(x+1) + 1$ 의 해는 $x > 3$
$2(x+1) + 1 < 4x - 1$ 의 해는 $x > 2$
$\therefore\ x > 3$
㉡ : $-a < x < a$
연립부등식의 해가 없으려면 다음 그림과 같아야 하므로 양수 a 의 값의 범위는 $0 < a \le 3$ 이다.



32. 정수기 판매 사원인 A 는 기본급 80 만 원과 한 달 동안 판매한 정수기 금액의 20% 를 월급으로 받는다. 정수기 한 대의 가격이 30 만 원이라 할 때, A 가 다음 달 월급을 200 만 원 이상 받으려면 최소한 몇 대의 정수기를 팔아야 하는가?

① 17대 ② 18대 ③ 19대 ④ 20대 ⑤ 21대

해설

$$80\text{만} + x \times 30\text{만} \times \frac{20}{100} \geq 200\text{만}$$

$$80\text{만} + 6\text{만} \times x \geq 200\text{만}$$

$$6\text{만} \times x \geq 120\text{만}$$

$$x \geq \frac{120\text{만}}{6\text{만}}$$

$$x \geq 20\text{만}$$

x의 최솟값 : 20

33. 모든 실수 x에 대하여 $(|a|+a)x \geq a^2+a-20$이 성립할 때, 정수 a의 개수를 구하면?

① 9개　② 6개　③ 5개　④ 4개　⑤ 3개

해설

$(|a|+a)x \geq a^2+a-20$에서
a의 부호에 따라 범위를 나누면,
① $a<0 : |a|=-a$
$0 \cdot x \geq a^2+a-20$, $(a+5)(a-4) \leq 0$에서
$-5 \leq a \leq 4$
$\therefore \ -5 \leq a < 0$
② $a=0 : 0 \cdot x \geq -20$이므로, 항상 성립한다.
$\therefore \ a=0$
③ $a>0 : |a|=a$
$2a \cdot x \geq a^2+a-20$, $x \geq \dfrac{1}{2a}(a^2+a-20)$
모든 x에 대해서 위 부등식이 성립할 수 없다.
$\therefore$ ①과 ②를 동시에 만족하는 a의 범위는$-5 \leq a \leq 0$,
따라서 정수 a의 개수는 6개