

1. 등식 $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)$ 이 x 에 관한 항등식이 되도록 할 때, $2ab$ 의 값은?

① -6 ② -4 ③ -2 ④ 2 ⑤ 4

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면, $-2 = 2a \quad \therefore a = -1$
양변에 $x = 1$ 을 대입하면, $-3 = -b \quad \therefore b = 3$
 $\therefore 2ab = -6$

2. 두 다항식 $3x^4 - 2x^3 - 9x^2 + 4$, $3x^3 - 3x^2 - 6x$ 의 최대공약수를 구하면?

- ① $(x-1)(x-2)$ ② $(x+1)(x+2)$ ③ $(x+1)(x-2)$
④ $(x-1)(x-2)$ ⑤ $(x+1)(x-1)$

해설

$$\begin{aligned} & 3x^4 - 2x^3 - 9x^2 + 4 \\ &= (x+1)(x-2)(x+1)(3x-2) \\ & 3x^3 - 3x^2 - 6x = 3x(x-2)(x+1) \\ & \therefore \text{최대공약수} : (x-2)(x+1) \end{aligned}$$

3. 이차방정식 $x^2 + 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2$ 의 값은?

- ① -5 ② -4 ③ -1 ④ 1 ⑤ 4

해설

근과 계수와의 관계를 이용하면,

$$\alpha + \beta = -3 \quad \alpha\beta = 1$$

$$\begin{aligned} \therefore (\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 &= \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta} \\ &= -3 + 2 = -1 \end{aligned}$$

4. 이차함수 $y = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$ 의 최댓값은?

- ① 3 ② 4 ③ -1 ④ 0 ⑤ 5

해설

꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ 이므로 $x = -\frac{1}{2}$ 일 때, 최댓값을 갖는다.

5. $(m^2 - 4)x - 1 = m(3x + 1)$ 를 만족하는 x 가 없도록 하는 상수 m 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -4 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(m^2 - 3m - 4)x - 1 - m = 0$ 의 해가 없으므로
 $m^2 - 3m - 4 = 0$ 이고 $-m - 1 \neq 0$
 $\therefore m = 4$

6. 임의의 실수 x 에 대하여 등식 $2x^3 - 3x^2 - x + 1 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 가 성립할 때, $a+b+c+d$ 의 값은? (단, a, b, c, d 는 상수)

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 3 ⑤ 5

해설

계수의 합 $a+b+c+d$ 를 구할 때는 우변의 문자부분을 모두 1이 되게 하는 x 값을 양변에 대입하면 간단하게 그 값을 구할 수 있다.

이 문제에서는 $x=2$ 를 양변에 대입하면

$$16 - 12 - 2 + 1 = a + b + c + d$$

$$\therefore a + b + c + d = 3$$

해설

a, b, c, d 의 값을 각각 구하기 위해서는 아래와 같이 조립제법을 사용할 수 있다.

$$a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$$

$$= (x-1)[(x-1)(a(x-1) + b) + c] + d$$

즉, $x-1$ 로 연속으로 나눌 때 나오는 나머지가 순서대로 d, c, b 가 되고 마지막 몫이 a 이다.

1	2	-3	-1	1	
	2	-1	-2		
1	2	-1	-2	-1	← d
	2	1			
1	2	1	-1	-1	← c
	2				
	2	3			← b
	↑				
	a				

$$\therefore a + b + c + d = 3$$

7. x 에 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누면 나머지가 5이고, $x-3$ 으로 나누면 나머지가 9이다. 이 다항식을 $(x-2)(x-3)$ 으로 나눌 때의 나머지를 구하면?

① $x-1$

② $2x+3$

③ $4x-3$

④ $4x+3$

⑤ $3x-1$

해설

나머지 정리에서 $f(2) = 5, f(3) = 9$
 $f(x) = (x-2)(x-3)Q(x) + ax + b$ 라 놓으면,
 $f(2) = 2a + b = 5, f(3) = 3a + b = 9$ 을
연립하여 풀면 $a = 4, b = -3$
 \therefore 나머지는 $4x - 3$

8. 이차항의 계수가 1인 두 다항식의 최대공약수가 $x-1$ 이고, 최소공배수가 $x^3 + x^2 - 2x$ 일 때, 두 이차식의 합을 구하면?

① $2x^2 - 1$

② $2x^2 - 2$

③ $2x^2 - 3$

④ $2x^2 + 1$

⑤ $2x^2 + 2$

해설

두 다항식은 $(x-1)a, (x-1)b$ (a, b 는 서로소)

$$x^3 + x^2 - 2x = (x-1)ab = x(x+2)(x-1)$$

두 다항식은 $x(x-1), (x+2)(x-1)$

\therefore 두식의 합은 $2x^2 - 2$

9. 이차항의 계수가 1인 두 이차 다항식의 최소공배수가 x^3+6x^2-x-30 이고, 최대공약수가 $x-2$ 일 때, 두 다항식의 합을 바르게 구한 것은?

- ① $2x^2+4x-16$ ② $2x^2+3x-8$ ③ x^2-5x-1
④ $2x^2+x+4$ ⑤ x^2+2x+5

해설

두 이차 다항식을 $A = a(x-2)$, $B = b(x-2)$ (a, b 는 서로소) 라고 하면

$$L = x^3 + 6x^2 - x - 30 = abG = ab(x-2) \text{ 이고,}$$

L 을 인수분해하면

$$L = (x-2)(x^2+8x+15) =$$

$$\frac{(x-2)}{G} \frac{(x+3)(x+5)}{ab}$$

따라서, 두 다항식은

$$(x-2)(x+3) = x^2+x-6$$

$$(x-2)(x+5) = x^2+3x-10 \text{ 이므로}$$

두 다항식의 합은

$$(x^2+x-6) + (x^2+3x-10) = 2x^2+4x-16$$

10. 두 다항식 A, B 의 최대공약수 G 를 $A \cdot B$, 최소공배수 L 을 $A \star B$ 로 나타내기로 한다. 다음 중 $(A^2 \cdot B^2) \star (A^2 \cdot AB)$ 와 같은 것은?

- ① 1 ② A ③ AB ④ AL ⑤ AG

해설

$$\begin{aligned} A &= aG, B = bG \quad (a, b \text{는 서로소}) \text{라 하면} \\ A^2 \cdot B^2 &= a^2G^2 \cdot b^2G^2 = G^2 \\ A^2 \cdot AB &= a^2G^2 \cdot abG^2 = aG^2 \\ \therefore (A^2 \cdot B^2) \star (A^2 \cdot AB) &= G^2 \star aG^2 = aG^2 = AG \end{aligned}$$

11. $\sqrt{(y-x)^2} + (y-1)i = -2x - 3i$ 를 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x}{y}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

$$|y-x| + (y-1)i = -2x - 3i$$

$$|y-x| = -2x$$

$$y-1 = -3 \quad \therefore y = -2$$

(i) $y \geq x$ 일 때

$$y-x = -2x, y = -x, x = 2 \text{ (모순)}$$

(ii) $y < x$ 일 때

$$x-y = -2x, y = 3x$$

$$\therefore x = -\frac{2}{3} \text{ (성립)}$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{x}{3x} = \frac{1}{3}$$

12. 이차함수 $y = x^2 - px + q$ 의 그래프가 점 $(1, 1)$ 을 지나고, x 축과 단 한 점에서 만나도록 p, q 의 값을 정할 때, $p+q$ 의 값으로 가능한 수는?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$y = x^2 - px + q \cdots \textcircled{1}$ 의 그래프는
점 $(1, 1)$ 을 지나므로 $1 = 1 - p + q$
 $\therefore p = q \cdots \textcircled{2}$
또, $\textcircled{1}$ 의 그래프가 x 축과 단 한 점에서 만나므로,
 $\textcircled{1}$ 에서 $y = 0$ 으로 한 이차방정식
 $x^2 - px + q = 0$ 은 중근을 갖는다.
따라서 판별식을 D 라 하면
 $D = p^2 - 4q = 0 \cdots \textcircled{3}$
 $\textcircled{2}, \textcircled{3}$ 에서 $p^2 - 4p = 0$
 $\therefore p(p-4) = 0 \quad \therefore p = 0, 4$
 $\therefore p = 0, q = 0$ 또는 $p = 4, q = 4$

13. $f(x) = x^2 - x + 1$ 일 때, $0 \leq x \leq 1$ 에서 $f(4 - f(x))$ 의 최솟값은?

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$f(4 - f(x))$ 에서 $4 - f(x) = t$ 라 두면,

$$t = -x^2 + x + 3$$

$$= -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{13}{4} \quad (0 \leq x \leq 1) \text{ 에서}$$

$$3 \leq t \leq \frac{13}{4}$$

따라서

$$\begin{aligned} f(4 - f(x)) &= f(t) = t^2 - t + 1 \\ &= \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \quad \left(3 \leq t \leq \frac{13}{4}\right) \end{aligned}$$

$t = 3$ 일 때, 최솟값 7을 갖는다.