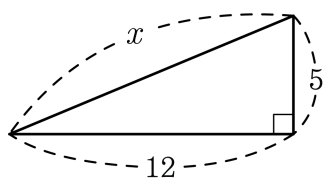


1. 다음 그림에서 x 의 값은?

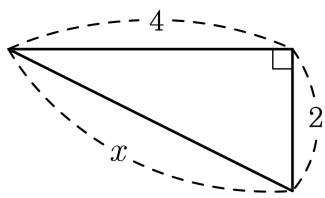


- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

해설

피타고라스 정리에 따라
 $5^2 + 12^2 = x^2$
 $x^2 = 169$
 $x > 0$ 이므로 $x = 13$ 이다.

2. 다음 그림에서 x 의 값은?



- ① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ 4 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{6}$

해설

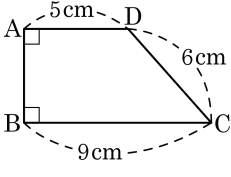
피타고라스 정리에 따라

$$4^2 + 2^2 = x^2$$

$$x^2 = 20$$

$x > 0$ 이므로 $x = 2\sqrt{5}$ 이다.

3. 다음 그림에서 사다리꼴의 높이 $\overline{AB}$ 의 길이는?



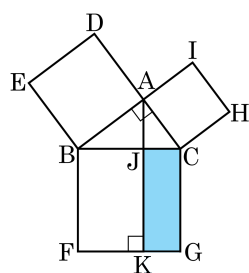
- ① $2\sqrt{5}$ cm ② $5\sqrt{2}$ cm ③ $3\sqrt{5}$ cm
④ $5\sqrt{3}$ cm ⑤ $3\sqrt{5}$ cm

해설

점 D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E라고 하면 $\overline{EC} = 4$ cm 이므로 $\overline{AB} = \sqrt{36 - 16} = 2\sqrt{5}$ (cm) 이다.

4. 다음 그림에서 $\square JKGC$ 와 넓이가 같은 도형은?

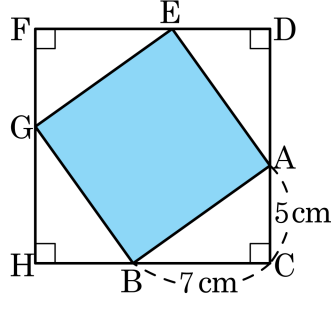
- ① $\square DEBA$ ② $\square BFKJ$
 ③ $\square ACHI$ ④ $\triangle ABC$
 ⑤ $\triangle ABJ$



해설

$\square JKGC$ 의 넓이는 $\overline{AC}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이와 같다.

5. 다음 그림의 □FHCD는 △ABC와 합동인 직각삼각형을 이용하여 만든 사각형이다. □BAEG의 넓이를 구하여라.



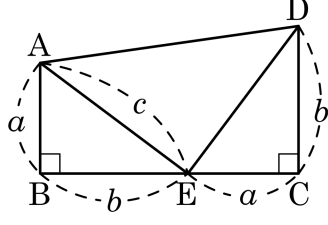
- ① 71 cm² ② 72 cm² ③ 73 cm²
 ④ 74 cm² ⑤ 75 cm²

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{7^2 + 5^2} = \sqrt{49 + 25} = \sqrt{74}$$

$$\square BAEG = (\sqrt{74})^2 = 74 \text{ (cm}^2\text{)}$$

6. 다음은 그림을 이용하여 피타고라스 정리를 설명한 것이다.



(가), (나) 에 알맞은 것을 차례대로 쓴 것을 고르면?

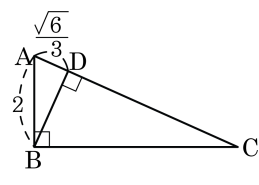
$\triangle ABE + \triangle AED + \triangle ECD = \square ABCD$ 이므로
 $\frac{1}{2}ab + (가) + \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}(a+b)^2$
따라서 (나) 이다.

- ① (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $a^2 + b^2 = c^2$
② (가) c^2 (나) $b^2 + c^2 = a^2$
③ (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $a^2 + b^2 = c$
④ (가) c^2 (나) $b^2 - a^2 = c^2$
⑤ (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $a + b = c$

해설

$\triangle ABE + \triangle AED + \triangle ECD = \square ABCD$ 이므로
 $\frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}(a+b)^2$
따라서 $a^2 + b^2 = c^2$ 이다.

7. 다음은 직각삼각형 ABC 의 점 B 에서 수선을 내린 것이다. $\overline{AC} = x$ 라고 했을 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{6}$

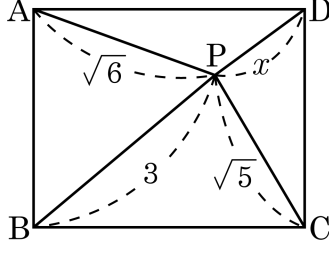
해설

닮은 삼각형의 성질을 이용하면

$$4 = \frac{\sqrt{6}}{3}x$$

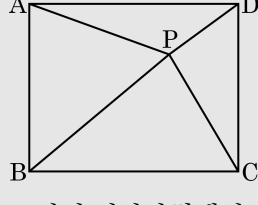
$$\therefore x = 4 \times \frac{3}{\sqrt{6}} = 2\sqrt{6}$$

8. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AP} = \sqrt{6}$, $\overline{BP} = 3$, $\overline{CP} = \sqrt{5}$ 일 때, $\overline{DP}$ 의 길이는?



- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ 8

해설

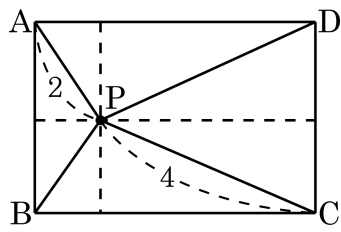


그림의 직사각형에서 다음 관계가 성립한다.

$$\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$$

$$\sqrt{6}^2 + \sqrt{5}^2 = 3^2 + x^2 \quad \therefore x = \sqrt{2}$$

9. 정사각형 ABCD 의 내부의 한 점 P 를 잡아 A, B, C, D 와 연결할 때, $\overline{AP} = 2$, $\overline{CP} = 4$ 이면, $\overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$ 의 값은?

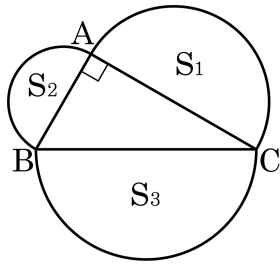


- ① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

해설

$$\overline{BP}^2 + \overline{DP}^2 = 2^2 + 4^2 = 20$$

10. 다음 직각삼각형의 세 변을 지름으로 하는 반원 중 $S_3 = 20\pi \text{ cm}^2$, $S_1 = 15\pi \text{ cm}^2$ 일 때, S_2 의 반지름을 구하여라.



▶ 답 : cm

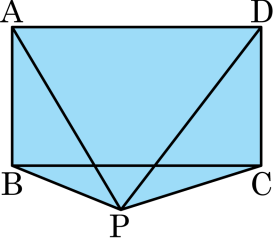
▷ 정답 : $\sqrt{10}$ cm

해설

$S_2 = 5\pi \text{ cm}^2$ 이므로 S_2 의 반지름을 r 라고 할 때, $\frac{1}{2}r^2\pi = 5\pi$ 가 성립한다.
따라서 $r^2 = 10$
그러므로 $r = \sqrt{10}(\text{cm})$

11. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 외부에 잡은 한 점 P 와 사각형의 각 꼭짓점을 연결하였다.

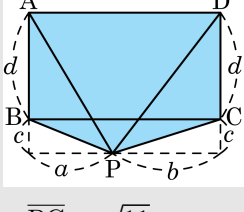
$$\overline{PA}^2 = 23, \overline{PB}^2 = 7, \overline{PD}^2 = 27 \text{ 일 때, } \overline{PC} \text{ 의 길이를 구하여라.}$$



▶ 답 :

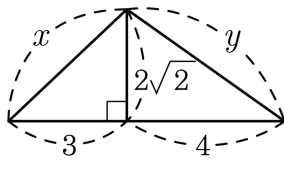
▷ 정답 : $\overline{PC} = \sqrt{11}$

해설



$$\therefore \overline{PC} = \sqrt{11}$$

12. 다음 그림에서 x, y 의 값은?



- ① $x : \sqrt{17}, y : \sqrt{6}$ ② $x : \sqrt{17}, y : 2\sqrt{6}$
③ $x : \sqrt{17}, y : 3\sqrt{2}$ ④ $x : 3\sqrt{2}, y : 2\sqrt{6}$
⑤ $x : 3\sqrt{2}, y : \sqrt{6}$

해설

피타고라스 정리에 따라

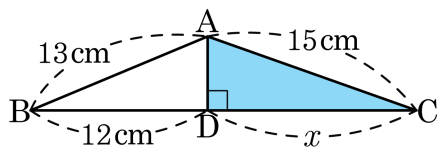
$$x^2 = 3^2 + (2\sqrt{2})^2$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = \sqrt{17}$$

$$y^2 = 4^2 + (2\sqrt{2})^2$$

$$y > 0 \text{ 이므로 } y = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

13. 다음 그림에서 $\triangle ADC$ 의 넓이는?

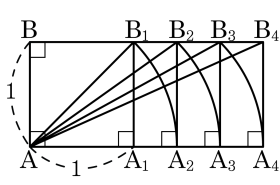


- ① $25\sqrt{2}\text{ cm}^2$ ② 20 cm^2 ③ $10\sqrt{5}\text{ cm}^2$
 ④ 25 cm^2 ⑤ $10\sqrt{10}\text{ cm}^2$

해설

삼각형 ABD 에서 피타고라스 정리에 따라
 $13^2 = 12^2 + \overline{AD}^2$
 $\overline{AD} > 0$ 이므로 $\overline{AD} = 5\text{ cm}$
 삼각형 ADC 에서 피타고라스 정리에 따라
 $5^2 + x^2 = 15^2$
 $x > 0$ 이므로 $x = 10\sqrt{2}\text{ cm}$
 따라서 $\triangle ADC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 5 \times 10\sqrt{2} = 25\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

14. 다음 그림에서 $\overline{AB_1} = \overline{AA_2}$, $\overline{AB_2} = \overline{AA_3}$, $\overline{AB_3} = \overline{AA_4}$ 일 때, $\frac{\overline{AB_4}}{\sqrt{5}}$ 의 값을 구하면?



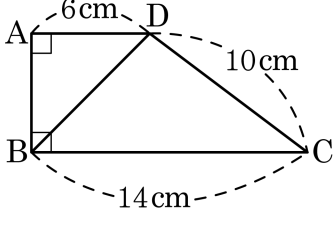
- ① 1
 ② 2
 ③ 3
- ④ 4
 ⑤ $\sqrt{5}$

해설

$$\overline{AB_4} = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{5} \text{이다.}$$

$$\text{따라서 } \frac{\overline{AB_4}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 1 \text{이다.}$$

15. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\angle A = \angle B = 90^\circ$, $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 14\text{cm}$, $\overline{CD} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



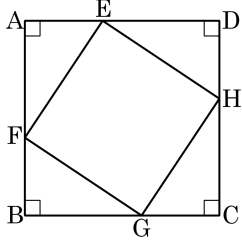
▶ 답 : cm

▶ 정답 : $6\sqrt{2}$ cm

해설

점 D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라고 하자.
 $\overline{EC} = 14 - 6 = 8(\text{cm})$
삼각형 CDE 에서 피타고라스 정리를 이용하면
 $\overline{DE} = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6(\text{cm})$
삼각형 BDE 에서 피타고라스 정리를 이용하면
 $\overline{BD} = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$

16. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 정사각형이고 $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = 4\text{ cm}$ 이다. $\square ABCD$ 의 넓이가 100 cm^2 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?

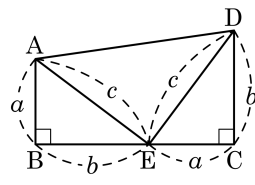


- ① 8 cm ② $3\sqrt{6}\text{ cm}$ ③ 9 cm
 ④ $2\sqrt{13}\text{ cm}$ ⑤ 10 cm

해설

$\triangle AFE$ 에서 $\overline{AE} = 4\text{ cm}$, $\overline{AF} = 6\text{ cm}$ 이므로
 $\overline{EF} = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}\text{ cm}$

17. 다음은 사다리꼴 ABCD 를 이용하여 피타고라스 정리를 설명한 것이다. 옳지 않은 것을 골라 기호로 써라.



사다리꼴의 넓이를 S 라고 할 때,

㉠ 사다리꼴 넓이 공식을 적용하면 $S = (a + b)^2$ 이고,

㉡ 세 개의 삼각형의 넓이의 합을 이용하면

$$S = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2$$

㉢ 따라서 $\frac{1}{2}(a + b)^2 = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2$ 이다.

㉤ 이를 정리하면 $a^2 + b^2 = c^2$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

해설

사다리꼴 넓이 공식을 적용하면 $S = \frac{1}{2}(a + b)^2$

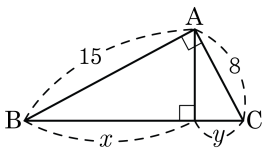
18. 각 변의 길이가 $x-3$, x , $x+4$ 인 직각삼각형이 있다. 빗변의 길이를 옳게 구한 것은?

- ㉠ $11 + 2\sqrt{14}$ ㉡ $15 + \sqrt{14}$ ㉢ $16 + 2\sqrt{14}$
㉣ $16 + \sqrt{14}$ ㉤ $17 + 2\sqrt{14}$

해설

$x+4$ 가 빗변의 길이이므로
 $(x+4)^2 = x^2 + (x-3)^2$
 $x^2 + 8x + 16 = x^2 + x^2 - 6x + 9$
 $x^2 - 14x - 7 = 0$
 $x = 7 \pm 2\sqrt{14}$
 $x-3 > 0$ 이므로 $x = 7 + 2\sqrt{14}$
빗변의 길이는 $x+4$ 이므로
 $x+4 = 7 + 2\sqrt{14} + 4 = 11 + 2\sqrt{14}$

19. 다음은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 이다. $\sqrt{\frac{x}{y}}$ 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{8}$

해설

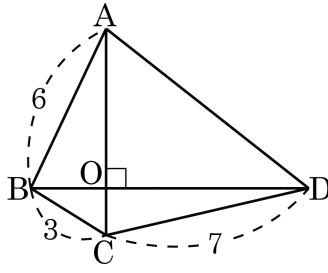
피타고라스 정리를 적용하면

$$x + y = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$$

닮은 삼각형의 성질을 적용하면

$$17x = 15^2, 17y = 8^2 \text{ 이므로 } \sqrt{\frac{x}{y}} = \sqrt{\frac{17x}{17y}} = \frac{15}{8}$$

20. 다음 그림과 같이 □ABCD의 대각선이 직교하고 $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 3$, $\overline{CD} = 7$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{19}$

해설

$$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$$

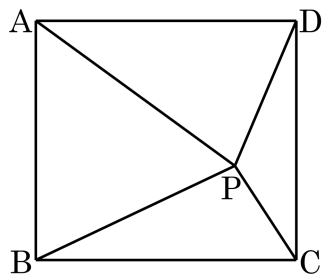
$$6^2 + 7^2 = \overline{AD}^2 + 3^2$$

$$\overline{AD}^2 = 85 - 9 = 76$$

따라서 $\overline{AD} > 0$ 이므로

$$\overline{AD} = \sqrt{76} = 2\sqrt{19} \text{ 이다.}$$

21. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{PA} = 5$, $\overline{PB} = 2\sqrt{5}$, $\overline{PC} = 2\sqrt{2}$ 일 때, $\overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{13}$

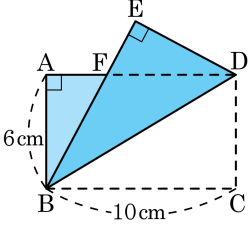
해설

$$\overline{PA}^2 + \overline{PC}^2 = \overline{PB}^2 + \overline{PD}^2 \text{ 이므로}$$

$$5^2 + (2\sqrt{2})^2 = (2\sqrt{5})^2 + \overline{PD}^2$$

$$\therefore \overline{PD} = \sqrt{13}$$

22. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접어서 점 C 가 옮겨진 점을 E , BE 와 변 AD 의 교점을 F 라고 할 때, 옳지 않은 것은 ?

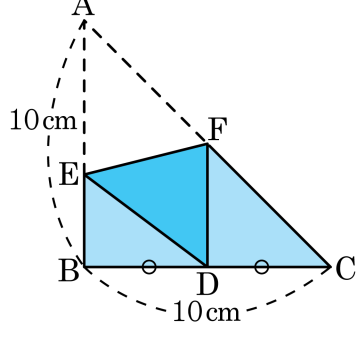


- ① $\overline{BE} = 10\text{cm}$ ② $\overline{AD} = 2\overline{BF}$
 ③ $\overline{DE} = 6\text{cm}$ ④ $\triangle BAF \equiv \triangle DEF$
 ⑤ $\angle EBD = \angle ADB$

해설

④ $\triangle BAF \equiv \triangle DEF$ 이므로 $\overline{BF} = \overline{DF}$
 따라서 ⑤ $\angle EBD = \angle ADB$
 접은 선분의 길이는 같으므로
 ① $BE \equiv BC = 10\text{cm}$, ③ $\overline{DE} = 6\text{cm}$

23. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC} = 10$ 인 직각이등변삼각형 ABC 를 $\overline{EF}$ 를 기준으로 접어서 점 A 가 $\overline{BC}$ 의 중점에 위치하도록 하였다. 이때 $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



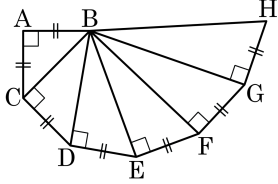
▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{25}{4}$ cm

해설

$\overline{DE} = x$ 라 놓으면 $\overline{AE} = \overline{DE} = x$ 가 되고, $\overline{BE} = 10 - x$ 가 된다.
 $\overline{BD} = 5\text{cm}$ ($\because \overline{BC}$ 의 중점)
삼각형 EBD 에서 피타고라스 정리를 이용하면 $x^2 = 5^2 + (10 - x)^2$
 $\therefore x = \frac{25}{4}$ (cm)

24. 다음 그림에서 $\triangle BGH$ 의 넓이가 $3\sqrt{6}\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?



- ① $2(\sqrt{3} + \sqrt{2})\text{ cm}$
 ② $\sqrt{2}(2 + \sqrt{2})\text{ cm}$
 ③ $2\sqrt{3}(\sqrt{2} + 1)\text{ cm}$
 ④ $2(\sqrt{3} + 1)\text{ cm}$
 ⑤ $\sqrt{3}(1 + \sqrt{3})\text{ cm}$

해설

$\overline{GH} = a$ 라고 하면

$\overline{BG} = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2} = a\sqrt{6}$ 일 때,

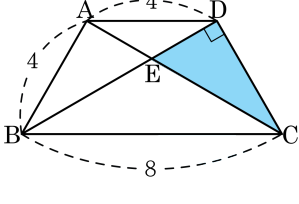
$\triangle BGH$ 의 넓이를 구하면

$$\frac{1}{2} \times a\sqrt{6} \times a = 3\sqrt{6}, a^2 = 6, a = \sqrt{6} \text{이다.}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(\sqrt{6})^2 + (\sqrt{6})^2} = 2\sqrt{3}(\text{cm}) \text{이다.}$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레는 $\sqrt{6} + \sqrt{6} + 2\sqrt{3} = 2\sqrt{6} + 2\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

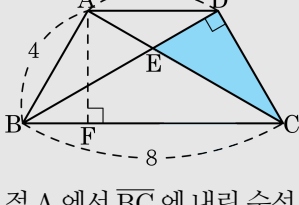
25. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD에서 $\triangle CDE$ 의 넓이는 $\frac{b\sqrt{3}}{a}$ 이다. 이때, $b-a$ 의 값을 구하여라.(단, a, b 는 유리수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설



점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 F라고 하면 $\overline{AF} = \sqrt{16-4} = 2\sqrt{3}$ 이다.

따라서 $\triangle ADC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

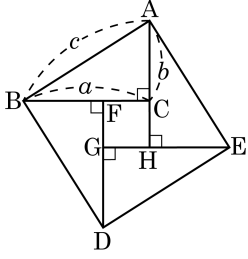
$\triangle ADE$ 와 $\triangle BCE$ 는 닮음이고 $\overline{AE} : \overline{EC} = 4 : 8 = 1 : 2$ 이다.

따라서 $\triangle AED$, $\triangle DEC$ 는 높이가 일정하고, 밑변의 길이가 $1 : 2$ 이므로 넓이의 비가 $1 : 2$ 이다.

$\triangle CDE$ 의 넓이는 $4\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ 이므로 $a = 3$, $b = 8$ 이다.

$\therefore b-a = 8-3 = 5$

26. 다음 그림에서 □ABDE는 한 변의 길이가 c 인 정사각형이다. 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $\triangle ABC \cong \triangle BDF$

㉡ $\overline{CH} = a + b$

㉢ □FGHC는 정사각형

㉣ $\triangle ABC = \frac{1}{4}\square ABDE$

㉤ $a^2 + b^2 = c^2$

㉥ $\overline{CH} = a - b$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

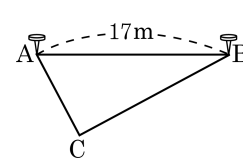
▶ 정답 : ㉤

해설

㉡ $\overline{CH} = \overline{AH} - \overline{AC} = a - b$

㉣ $\triangle ABC = \frac{1}{4}(\square ABDE - \square FGHC)$

27. 17m 거리에 있는 두 못 A, B 에 길이가 40m 인 끈을 걸어서 다음 그림과 같이 $\angle C$ 가 직각 이 되게 하려고 할 때, $\overline{AC}$ 를 몇 m로 하여야 하는가? (단, $\overline{AC} < \overline{BC}$)



▶ 답: m

▶ 정답 : 8m

해설

$$\overline{AC} = x \text{라 하면, } \overline{BC} = 40 - 17 - x = 23 - x$$

$\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로

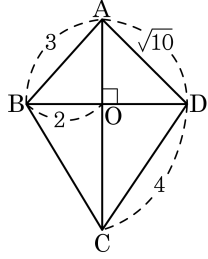
$$x^2 + (23 - x)^2 = 17^2$$

$$x^2 - 23x + 120 = 0$$

$$(x-8)(x-15) = 0$$

$$\therefore x = 8(\text{ m}) \quad (\because \overline{AC} < \overline{BC})$$

28. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{OC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

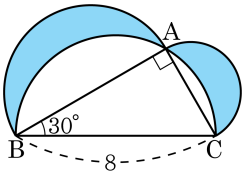
▷ 정답 : $\sqrt{11}$

해설

$$\overline{BC}^2 + (\sqrt{10})^2 = 3^2 + 4^2, \overline{BC}^2 = 15, \overline{OC}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{BO}^2 = 15 - 4 = 11$$

$$\therefore \overline{OC} = \sqrt{11}$$

29. 다음 그림은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 세 변을 지름으로 하는 반원을 각각 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{3}$

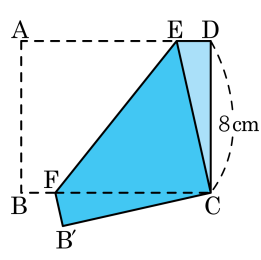
해설

색칠된 부분의 넓이는 $\triangle ABC$ 의 넓이와 같다.

$$\overline{AC} = \frac{\overline{BC}}{2} = 4, \overline{AB} = 4\sqrt{3}$$

$$\therefore \triangle ABC = 4 \times 4\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 8\sqrt{3}$$

30. $\overline{BC} : \overline{CD} = 5 : 4$ 가 성립하는 직사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\triangle CDE$ 의 넓이를 구하여라.



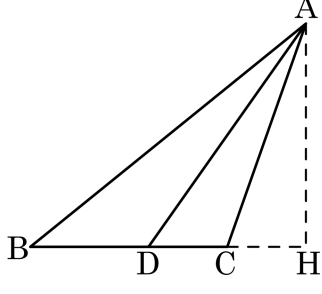
▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 7.2 cm^2

해설

$\overline{BC} : \overline{CD} = 5 : 4$, $\overline{CD} = 8\text{cm}$ 이므로 $\overline{BC} = 10\text{cm}$ 이다.
 $\overline{DE} = x$ 라 하면 접은 선분의 길이는 변함이 없으므로
 $\overline{AE} = \overline{CE} = 10 - x$
따라서 $\triangle CDE$ 에 피타고라스 정리를 적용하면 $(10 - x)^2 = x^2 + 8^2$
이를 정리하면 $x = \frac{9}{5}\text{cm}$ 이므로 $\triangle CDE$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \frac{9}{5} \times 8 = 7.2(\text{cm}^2)$

31. 다음 그림과 같이 $\angle C$ 가 둔각인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 9$, $\overline{AC} = 6$ 이고, $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 하면 $\overline{BD} = 3$ 이다. 이때, 점 A 에서 변 BC 의 연장선에 내린 수선 $\overline{AH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{2}$

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle BAD = \angle CAD$ 이므로

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$$

$$9 : 6 = 3 : \overline{DC} \therefore \overline{DC} = 2$$

직각삼각형 ABH 에서 $\overline{CH} = x$, $\overline{AH} = h$ 라 하면

$$h^2 = 9^2 - (3 + 2 + x)^2 \cdots \textcircled{1}$$

마찬가지로 $\triangle ACH$ 에서

$$h^2 = 6^2 - x^2 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ - $\textcircled{2}$ 에서

$$9^2 - (x + 5)^2 = 6^2 - x^2$$

$$81 - x^2 - 10x - 25 = 36 - x^2$$

$$-10x = -20$$

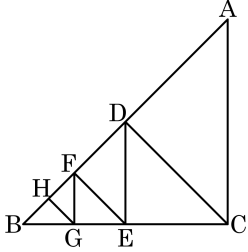
$$\therefore x = 2$$

$x = 2$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$h^2 = 6^2 - 2^2 = 32$$

$$\therefore h = 4\sqrt{2} \quad (\because h > 0)$$

32. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} = \overline{BC} = 4$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 점 C 에서 변 AB 에 내린 수선의 발을 D, 점 D 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 E, 점 E 에서 변 AB 에 내린 수선의 발을 F, 점 F 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 G, 점 G 에서 변 AB 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 삼각형 BHG 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}$

해설

$\triangle ABC$ 가 직각이등변삼각형이므로 $\triangle HBG$, $\triangle HFG$, $\triangle FGE$, $\triangle FED$, $\triangle DEC$, $\triangle DCA$ 도 모두 직각이등변삼각형이다.

$\overline{HB} = a$ 로 놓으면

$$\overline{FG} = \overline{EG} = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a$$

$$\overline{EF} = \sqrt{2a^2 + 2a^2} = 2a$$

$$\overline{DE} = \overline{CE} = \sqrt{4a^2 + 4a^2} = 2\sqrt{2}a$$

$$\overline{DC} = \overline{AD} = \sqrt{8a^2 + 8a^2} = 4a$$

$$\overline{AC} = \sqrt{16a^2 + 16a^2} = 4\sqrt{2}a$$

$\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로

$$\therefore 4\sqrt{2}a = 4, \quad a = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

따라서 삼각형 BHG 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 = \frac{1}{4} \text{ 이다.}$$

33. $\overline{AB} = 12$, $\overline{BC} = 9$ 인 삼각형 ABC 의 변 AB, BC 의 중점을 각각 D, E 이라 할 때, 선분 AE와 선분 CD가 수직이 된다. 이때 삼각형 ABC 의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $21 + 3\sqrt{5}$

해설

$\overline{AC} = x$ 라 하면 삼각형의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{DE} = \frac{1}{2}x$

$\square DECA$ 에서 $\overline{AE} \perp \overline{DC}$ 이므로

$$\overline{AD}^2 + \overline{EC}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{AC}^2$$

$$6^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}x\right)^2 + x^2$$

$$\therefore x = 3\sqrt{5}$$

따라서 삼각형 ABC 의 둘레의 길이는 $12 + 9 + 3\sqrt{5} = 21 + 3\sqrt{5}$ 이다.