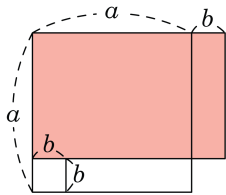


1. 다음 그림에서 색칠한 부분이 나타내고 있는 곱셈공식은 무엇인가?



① $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

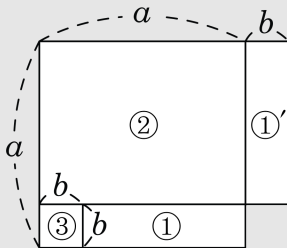
② $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

④ $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

해설



$$(a + b)(a - b) = ①' + ②$$

①' = ③ 이므로

$$(a + b)(a - b) = ① + ② = a^2 - b^2$$

$$\therefore (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

2. $a^2 + b^2 + c^2 = 9$, $ab + bc + ca = 9$, $a + b + c$ 의 값은?

① $-3\sqrt{2}$

② $-2\sqrt{3}$

③ $\pm 3\sqrt{3}$

④ $\pm 3\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\ &= 9 + 18 = 27\end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c = \pm 3\sqrt{3}$$

3. 다음 등식이 x 에 대한 항등식일 때, $a - b + c$ 의 값은?

$$x^2 - 2x + 4 = a(x - 1)(x - 2) + bx(x - 2) + cx(x - 1)$$

① 8

② 7

③ 3

④ 0

⑤ -3

해설

주어진 등식이 x 에 대한 항등식이므로 x 에 어떤 값을 대입하여도 성립한다.

$x = 0$ 을 대입하면

$$4 = 2a \quad \therefore a = 2$$

$x = 1$ 을 대입하면

$$3 = -b \quad \therefore b = -3$$

$x = 2$ 을 대입하면

$$4 = 2c \quad \therefore c = 2$$

$$\therefore a - b + c = 2 - (-3) + 2 = 7$$

4. x 에 관한 삼차식 $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을 $x+1$ 로 나누면 나머지가 5이고, $x-2$ 로 나누면 나누어떨어진다고 한다. 이 때, $-3(m+n)$ 의 값은?

① 4

② 8

③ 12

④ 14

⑤ 18

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 + mx^2 + nx + 1 \\ &= (x+1)Q(x) + 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 + mx^2 + nx + 1 \\ &= (x-2)Q'(x) \end{aligned}$$

$$\therefore f(-1) = -1 + m - n + 1 = 5$$

$$f(2) = 8 + 4m + 2n + 1 = 0$$

$$\therefore m = \frac{1}{6}, n = -\frac{29}{6}$$

$$\therefore m+n = -\frac{14}{3}, -3(m+n) = 14$$

5. 등식 $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x+a)(x+b)(x+c)$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

조립제법을 사용한다

1	1	4	1	-6
		1	5	6
-2	1	5	6	0
		-2	-6	
-3	1	3	0	
		-3		
	1	0		

$$x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x-1)(x+2)(x+3)$$

$$\therefore a+b+c = 4$$

6. 두 다항식 $x^3 + 1$, $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ 의 최대공약수를 구하면?

① x

② $x + 1$

③ $x + 2$

④ $x - 1$

⑤ $x - 2$

해설

$$x^3 + 1 = (x + 1)(x^2 - x + 1)$$

$$x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = (x - 2)(x + 1)(x + 3)$$

따라서 최대공약수는 $x + 1$

7. 이차방정식 $x^2 + 2(k-1)x + 4 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 상수 k 값들의 합은?

① 1

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 2

해설

중근을 가지려면 판별식 $D = 0$

$$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - 4 = 0$$

$$k^2 - 2k - 3 = 0, (k-3)(k+1) = 0$$

$$\therefore k = 3, -1$$

8. 이차방정식 $x^2 + (a + 1)x + a - 5 = 0$ 의 두 실근을 β, β^2 이라 할 때,
 $a + \beta + \beta^2$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

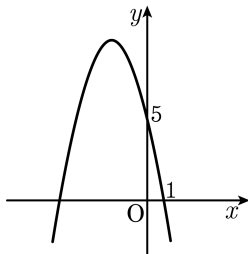
해설

두 근의 합은 $\beta + \beta^2 = -a - 1$ 이므로

$$a + \beta + \beta^2 = a - a - 1 = -1$$

9. 이차함수 $y = -x^2 + ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프의 최댓값을 구하면?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9



해설

$y = -x^2 + ax + b$ 가 점 $(1, 0)$, $(0, 5)$ 를 지나므로 $b = 5$,

$$0 = -1 + a + b, a = -4$$

$$y = -x^2 - 4x + 5$$

$$= -(x + 2)^2 + 9$$

$x = -2$ 일 때, 최댓값은 9 이다.

10. x 의 범위가 $1 \leq x \leq 2$ 일 때, 함수 $y = x^2 - x - 1$ 의 최댓값과 최솟값의 곱은?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$$y = x^2 - x - 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} \text{ 이므로}$$

꼭짓점의 x 좌표 $\frac{1}{2}$ 이 x 의 범위에 포함되지 않는다.

$x = 1$ 일 때, $y = -1$ (최솟값),

$x = 2$ 일 때, $y = 1$ (최댓값)

따라서 최댓값과 최솟값의 곱은 -1 이다.

11. k 의 값에 관계없이 $(3k^2 + 2k)x - (k + 1)y - (k^2 - 1)z$ 의 값이 항상 1 일 때, $x + y + z$ 의 값은?

① -3

② 0

③ 3

④ 6

⑤ 8

해설

주어진 식을 k 에 대하여 정리하면

$$k^2(3x - z) + k(2x - y) - (y - z) = 1$$

위 식이 k 의 값에 관계없이 성립하므로 k 에 대한 항등식이다.

$$\begin{cases} 3x - z = 0 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 2x - y = 0 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \\ z - y = 1 & \sim \cdots \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$$x = 1, y = 2, z = 3$$

$$\therefore x + y + z = 6$$

12. 다음 식 $(3x^2 - x + 2)(4x^3 - 5x^2 + x + 1)^5$ 을 전개했을 때, 계수들의 총합은?

① 4

② -32

③ -64

④ 32

⑤ 64

해설

다항식의 계수들의 총합을 구할 경우
 $x = 1$ 을 대입한다.

$$(3 - 1 + 2)(4 - 5 + 1 + 1)^5 = 4 \times 1 = 4$$

13. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$, $x+3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 각각 1, -4 이다. $f(x)$ 를 x^2+x-6 으로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(5)$ 의 값을 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$f(2) = 1, f(-3) = -4$$

$$R(x) = ax + b \text{라 하면}$$

$$f(x) = (x+3)(x-2)Q(x) + ax + b$$

$$2a + b = 1, -3a + b = -4$$

$$\therefore a = 1, b = -1$$

$$R(x) = x - 1$$

$$R(5) = 5 - 1 = 4$$

14. $(2^{48} - 1)$ 은 60 과 70 사이의 어떤 두 수로 나누어 떨어진다. 이 두 수는?

① 61, 63

② 61, 65

③ 63, 65

④ 63, 67

⑤ 67, 69

해설

$$\begin{aligned}2^{48} - 1 &= (2^6 - 1)(2^6 + 1)(2^{12} + 1)(2^{24} + 1) \\ &= 63 \cdot 65 \cdot (2^{12} + 1)(2^{24} + 1)\end{aligned}$$

따라서 $2^{48} - 1$ 은 63과 65로 나누어 떨어진다.

15. 최소공배수가 $x^3 - 3x + 2$ 이고, 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, 이차항의 계수가 1인 두 다항식의 합을 구하면?

① $2x^2 + x - 1$

② $2x^2 - x - 1$

③ $2x^2 - x + 1$

④ $x^2 - x - 2$

⑤ $x^2 - x + 2$

해설

$$L = abG, G = x - 1 \text{ 에서}$$

$$L = (x - 1)^2(x + 2)$$

$$A = (x - 1)^2, B = (x - 1)(x + 2)$$

$$\begin{aligned} A + B &= (x^2 - 2x + 1) + (x^2 + x - 2) \\ &= 2x^2 - x - 1 \end{aligned}$$

16. 두 이차식의 합이 $2x^2 - x - 6$ 이고, 최소공배수가 $x^3 + x^2 - 4x - 4$ 일 때, 두 이차식의 최대공약수는?

① $x - 1$

② $x + 1$

③ $x - 2$

④ $x + 2$

⑤ $x + 3$

해설

최대공약수는 합과 최소공배수의 공통인수

$$2x^2 - x - 6 = (x - 2)(2x + 3)$$

$$x^3 + x^2 - 4x - 4 = (x - 2)(x + 2)(x + 1)$$

17. 두 다항식 A, B 의 최대공약수 G 를 $A \circ B$, 최소공배수 L 을 $A \star B$ 로 나타내기로 할 때, 다음 계산 과정의 (가), (나), (다) 에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

$$A = aG, B = bG \quad (a, b \text{ 는 서로소})$$

$$A^2 \circ AB = [\text{가}], A^2 \circ B^2 = [\text{나}]$$

$$\therefore (A^2 \circ AB) \star (A^2 \circ B^2) = [\text{다}]$$

① A, G^2, A

② aG^2, G, A

③ A, AB, AG

④ aG^2, G^2, AG

⑤ G, G, AB

해설

$$\begin{aligned} (\text{가}) &= A^2 \circ AB = (G^2a^2 \text{ 과 } G^2ab \text{ 의 최대공약수}) \\ &= aG^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\text{나}) &= A^2 \circ B^2 = (G^2a^2 \text{ 과 } G^2b^2 \text{ 의 최대공약수}) \\ &= G^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\text{다}) &= (A^2 \circ AB) \star (A^2 \circ B^2) \\ &= ((\text{가}) \text{ 와 } (\text{나}) \text{ 의 최소공배수}) = aG^2 = AG \end{aligned}$$

18. 실수 x, y 대하여 $\frac{x}{1+i} + \frac{y}{1-i} = 2-i$ 가 성립할 때, $2x+y$ 의 값은?

① 8

② 7

③ 5

④ 4

⑤ $\frac{9}{5}$

해설

$$\frac{(1-i)x + (1+i)y}{(1+i)(1-i)} = 2-i$$

$$\frac{(x+y) - (x-y)i}{2} = 2-i$$

$$(x+y) - (x-y)i = 4-2i$$

복소수의 상등에 의해서

$$x+y = 4 \cdots \textcircled{㉠}, \quad x-y = 2 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } x=3, y=1 \quad \therefore 2x+y=7$$

19. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 가 두 직선 $y = -2x + 1$, $y = 4x - 2$ 에 동시에 접할 때, 상수 a, b 의 합은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$y = x^2 + ax + b \cdots \textcircled{㉠}$$

$$y = -2x + 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$y = 4x - 2 \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠과 ㉡이 접하므로 $x^2 + ax + b = -2x + 1$

즉, $x^2 + (a + 2)x + b - 1 = 0$ 에서

$$D = (a + 2)^2 - 4(b - 1) = 0$$

$$\therefore a^2 + 4a - 4b + 8 = 0 \cdots \textcircled{㉣}$$

㉠과 ㉢이 접하므로 $x^2 + ax + b = 4x - 2$

즉, $x^2 + (a - 4)x + b + 2 = 0$ 에서

$$D = (a - 4)^2 - 4(b + 2) = 0$$

$$\therefore a^2 - 8a - 4b + 8 = 0 \cdots \textcircled{㉤}$$

㉣과 ㉤을 연립하여 풀면 $a = 0, b = 2$

$$\therefore a + b = 2$$

20. 함수 $f(x) = (x^2 - 2x + 2)(x^2 - 2x + 3) + 3x^2 - 6x$ 의 최솟값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x^2 - 2x + 2 = t$ 로 놓으면

$t = (x - 1)^2 + 1 \geq 1$ 이고

$$f(x) = g(t) = t(t + 1) + 3t - 6$$

$$= t^2 + 4t - 6$$

$$= (t + 2)^2 - 10 \quad (t \geq 1)$$

따라서 구하는 최솟값은

$$g(1) = (1 + 2)^2 - 10 = -1$$