

1. $2^5 \times 3^2 \times 5^2$, 108 의 최대공약수는?

① $2 \times 3 \times 5$

② $2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $2^2 \times 3 \times 5^2$

④ $2^3 \times 3^2$

⑤ $2^2 \times 3^2$

해설

공통인 소인수를 모두 곱하는데 지수가 같으면 그대로, 다른 작은 쪽을 택하여 곱한다.

$\therefore 2^5 \times 3^2 \times 5^2$, $108 = 2^2 \times 3^3$ 의 최대공약수 : $2^2 \times 3^2$

2. 두 수 A 와 B 의 최대공약수가 12 일 때, 다음 중 A 와 B 의 공약수가 아닌 것은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

공약수는 최대공약수의 약수인데 ⑤ 5 는 12 의 약수가 아니다.

3. 두 수 $2^2 \times 3 \times 5$, $2^3 \times 3^2 \times 7$ 의 공약수의 개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

두 수 $2^2 \times 3 \times 5$, $2^3 \times 3^2 \times 7$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이므로
공약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$

4. 54와 72의 공약수 중에서 3의 배수인 약수를 a 개라 할 때 a 의 약수의 개수는?

① 2 ② 3 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

최대공약수 : 18

18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18 이므로 3의 배수인 약수는 4개이다.

4를 a 라 할 때 a 의 약수의 개수는 $2^2 = (2 + 1) = 3$

5. 진희는 어머니 심부름으로 인터넷으로 과일의 가격을 알아보고 주문하려고 한다. 인터넷 검색 결과 아래 과일의 가격이 다음과 같았다. 과일의 가격은 주어진 수의 최소공배수라고 할 때, 가장 싼 과일을 말하여라.

거봉 1박스
 $2^2 \times 5^2 \times 7 \times 11$, $2^2 \times 3 \times 5 \times 7$

키위 1박스
 $2^2 \times 5^2$, $3^3 \times 5^2 \times 7$, 3^2

오렌지 1박스
 $2^3 \times 5^2 \times 7$, $2 \times 3 \times 5^3$, 2×3

바나나 1박스
 $2^2 \times 5^2 \times 7$, $2^3 \times 3 \times 5$, $3^2 \times 5 \times 7$

오렌지 1박스
 $2^3 \times 5^2 \times 7$, $2 \times 3 \times 5^3$, 2×3

▶ 답 :

▷ 정답 : 바나나

해설

$2^2 \times 5^2 \times 7 \times 11$, $2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 의 최소공배수 : $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7 \times 11 = 23100$
→ 거봉 1 박스의 가격 23100 원
 $2^2 \times 5^2$, $3^3 \times 5^2 \times 7$, 3^2 의 최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7 = 18900$
→ 키위 1 박스의 가격 18900 원
 $2^3 \times 5^2 \times 7$, $2 \times 3 \times 5^3$, 2×3 의 최소공배수 : $2^3 \times 3 \times 5^3 \times 7 = 21000$
→ 오렌지 1 박스의 가격 21000 원
 $2^2 \times 5^2 \times 7$, $2^3 \times 3 \times 5$, $3^2 \times 5 \times 7$ 의 최소공배수 : $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 = 12600$
→ 바나나 1 박스의 가격 12600 원

6. 세 수 $16, 6, 2 \times 3^2$ 의 공배수 중 300 에 가장 가까운 수는?

- ① 308 ② 302 ③ 295 ④ 291 ⑤ 288

해설

세 수의 최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이므로 세 수의 공배수는 144 의 배수가 된다.
따라서 144, 288, 432, ... 중 300 에 가장 가까운 수를 찾는다.

7. $2^2 \times 3 \times 5$, $2 \times 3^2 \times 5$ 의 공배수가 아닌 것은?

- ① $2^3 \times 3^2 \times 5$ ② $2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7$ ③ $2^3 \times 3 \times 5$
④ $2^2 \times 3^2 \times 5$ ⑤ $2^3 \times 3^3 \times 5^3$

해설

$2^2 \times 3 \times 5, 2 \times 3^2 \times 5$ 의 공배수는 두 수의 최소공배수인 $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 배수이다.

8. 100 과 서로소인 두 자리 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 36 개

해설

$100 = 2^2 \times 5^2$
→ 100 과 서로소인 수는 2 의 배수가 아니고, 5 의 배수가 아니어야 한다.
두 자리 자연수의 개수는 90 개이고,
두 자리 자연수 중 2 의 배수는 45 개이고,
두 자리 자연수 중 5 의 배수는 18 개이고,
두 자리 자연수 중 10 의 배수는 9 개이다.
100 과 서로소인 두 자리 자연수의 개수= $90 - 45 - 18 + 9 = 36$

9. 네 수 14, 42, 56, A 의 최소공배수가 336 일 때, A 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 336

해설

$14 = 2 \times 7$, $42 = 2 \times 3 \times 7$, $56 = 2^3 \times 7$, $336 = 2^4 \times 3 \times 7$ 이므로,
 A 값이 될 수 있는 수는 $2^4 \times 3^x \times 7^y$ (x, y 는 0 또는 1)이며,
최댓값을 가질 때는 $x, y = 1$ 일 때이므로 A 의 최댓값은 336 이다.

10. 서로 다른 두 자연수 a, b 의 최소공배수는 60 이고, $9a - b = 6$ 일 때, 두 수의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

a, b 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라고 하면 $a = xG$, $b = yG$, $L = xyG$ (단, x 와 y 는 서로소)로 놓을 수 있다.
최소공배수가 60 이므로 $xyG = 60 \cdots \textcircled{1}$
또 $9a - b = 6$ 이므로
 $9xG - yG = 6 \cdots \textcircled{2}$
각 변끼리 $\frac{\textcircled{2}}{\textcircled{1}}$ 을 계산하면
 $\frac{9xG - yG}{xyG} = \frac{6}{60}$ 에서 $\frac{9x - y}{xy} = \frac{1}{10}$,
 $90x - 10y = xy$, $x(90 - y) = 10y$,
 $y > 0$, $90 - y > 0$ 이므로 $1 \leq y \leq 89$ 이고
 $xyG = 60$ 이므로 $1 \leq y \leq 60$ 을 만족하는 (x, y) 의 순서쌍은 $(2, 15)$,
 $(5, 30)$, $(10, 45)$, $(15, 54)$
 x, y 는 서로소인 자연수이므로
 $x = 2, y = 15$
따라서 두 수의 최대공약수는
 $xyG = 60$ 에서 $G = 2$