1. $2^5 \times 3^2 \times 5^2$, 108 의 최대공약수는?

① $2 \times 3 \times 5$ ② $2^2 \times 3^2 \times 5$ ③ $2^2 \times 3 \times 5^2$

④ $2^3 \times 3^2$ ⑤ $2^2 \times 3^2$

해설

공통인 소인수를 모두 곱하는데 지수가 같으면 그대로, 다르면 작은 쪽을 택하여 곱한다.

$\therefore\ 2^5 \times 3^2 \times 5^2$, $108 = 2^2 \times 3^3$ 의 최대공약수 : $2^2 \times 3^2$

2. 두 수 A 와 B 의 최대공약수가 12 일 때, 다음 중 A 와 B 의 공약수가 아닌 것은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

공약수는 최대공약수의 약수인데 ⑤ 5 는 12 의 약수가 아니다.

3. 두 수 $2^2 \times 3 \times 5,\ 2^3 \times 3^2 \times 7$ 의 공약수의 개수는?

① 1 개 ② 2 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

두 수 $2^2 \times 3 \times 5,\ 2^3 \times 3^2 \times 7$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이므로
공약수의 개수는 $(2+1) \times (1+1) = 6$

4. 54 와 72 의 공약수 중에서 3 의 배수인 약수를 a 개라 할 때 a 의 약수의 개수는?

① 2 ② 3 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

최대공약수 : 18

18 의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18 이므로 3 의 배수인 약수는 4 개이다.

4 를 a 라 할 때 a 의 약수의 개수는 $2^2 = (2+1) = 3$

5. 진희는 어머니 심부름으로 인터넷으로 과일의 가격을 알아보고 주문하려고 한다. 인터넷 검색 결과 아래 과일의 가격이 다음과 같았다. 과일의 가격은 주어진 수의 최소공배수라고 할 때, 가장 싼 과일을 말하여라.

거봉 1박스 $2^2\times5^2\times7\times11,\ 2^2\times3\times5\times7$

키위 1박스 $2^2\times5^2,\ 3^3\times5^2\times7,\ 3^2$

오렌지 1박스 $2^3\times5^2\times7,\ 2\times3\times5^3,\ 2\times3$

바나나 1박스 $2^2\times5^2\times7,\ 2^3\times3\times5,\ 3^2\times5\times7$

오렌지 1박스 $2^3\times5^2\times7,\ 2\times3\times5^3,\ 2\times3$

▶ 답 :

▷ 정답 : 바나나

해설

$2^2\times5^2\times7\times11,\ 2^2\times3\times5\times7$ 의 최소공배수 : $2^2\times3\times5^2\times7\times11$ $=23100$

→ 거봉 1 박스의 가격 23100 원

$2^2\times5^2,\ 3^3\times5^2\times7,\ 3^2$ 의 최소공배수 : $2^2\times3^3\times5^2\times7=18900$

→ 키위 1 박스의 가격 18900 원

$2^3\times5^2\times7,\ 2\times3\times5^3,\ 2\times3$ 의 최소공배수 : $2^3\times3\times5^3\times7$ $=21000$

→ 오렌지 1 박스의 가격 21000 원

$2^2\times5^2\times7,\ 2^3\times3\times5,\ 3^2\times5\times7$ 의 최소공배수 : $2^3\times3^2\times5^2\times7$ $=12600$

→ 바나나 1 박스의 가격 12600 원

6. 세 수 16 , 6 , 2×3^2 의 공배수 중 300 에 가장 가까운 수는?

① 308 ② 302 ③ 295 ④ 291 ⑤ 288

해설

세 수의 최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이므로 세 수의 공배수는 144 의 배수가 된다.
따라서 $144,\ 288,\ 432, \cdots$ 중 300 에 가장 가까운 수를 찾는다.

7. $2^2 \times 3 \times 5,\ 2 \times 3^2 \times 5$ 의 공배수가 아닌 것은?

① $2^3 \times 3^2 \times 5$ ② $2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7$ ③ $2^3 \times 3 \times 5$
④ $2^2 \times 3^2 \times 5$ ⑤ $2^3 \times 3^3 \times 5^3$

해설

$2^2 \times 3 \times 5, 2 \times 3^2 \times 5$ 의 공배수는 두 수의 최소공배수인 $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 배수이다.

8. 100 과 서로소인 두 자리 자연수의 개수를 구하여라.

▶ **답 :** ______ 개

▷ **정답 :** 36 개

해설

$100 = 2^2 \times 5^2$

$\rightarrow$ 100 과 서로소인 수는 2 의 배수가 아니고, 5 의 배수가 아니어야 한다.

두 자리 자연수의 개수는 90 개이고,

두 자리 자연수 중 2 의 배수는 45 개이고,

두 자리 자연수 중 5 의 배수는 18 개이고,

두 자리 자연수 중 10 의 배수는 9 개이다.

100 과 서로소인 두 자리 자연수의 개수 $= 90 - 45 - 18 + 9 = 36$

9. 네 수 14, 42, 56, A 의 최소공배수가 336 일 때, A 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 336

해설

$14 = 2\times7,\ 42 = 2\times3\times7,\ 56 = 2^3\times7,\ 336 = 2^4\times3\times7$ 이므로, A 값이 될 수 있는 수는 $2^4\times3^x\times7^y$ (x, y는 0 또는 1)이며, 최댓값을 가질 때는 $x,\ y = 1$ 일 때이므로 A 의 최댓값은 336 이다.

10. 서로 다른 두 자연수 a, b 의 최소공배수는 60 이고, $9a-b=6$ 일 때, 두 수의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

a, b 의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L 이라고 하면 $a=xG$, $b=yG$, $L=xyG$ (단, x 와 y 는 서로소)로 놓을 수 있다.
최소공배수가 60 이므로 $xyG=60\cdots$ ㉠
또 $9a-b=6$ 이므로
$9xG-yG=6\cdots$ ㉡
각 변끼리 $\dfrac{㉡}{㉠}$ 을 계산하면
$\dfrac{9xG-yG}{xyG}=\dfrac{6}{60}$ 에서 $\dfrac{9x-y}{xy}=\dfrac{1}{10}$,
$90x-10y=xy$, $x(90-y)=10y$,
$y>0$, $90-y>0$ 이므로 $1\le y\le 89$ 이고
$xyG=60$ 이므로 $1\le y\le 60$을 만족하는 $(x,\ y)$ 의 순서쌍은 $(2,\ 15)$, $(5,\ 30)$, $(10,\ 45)$, $(15,\ 54)$
x, y 는 서로소인 자연수이므로
$x=2$, $y=15$
따라서 두 수의 최대공약수는
$xyG=60$ 에서 $G=2$