

1. 두 점 $A(1, 5)$, $B(-3, -1)$ 을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식은?

① $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 13$ ② $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 52$

③ $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 13$ ④ $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 13$

⑤ $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 52$

해설

원의 중심은 두 점 A , B 의 중점이므로,

$$\left(\frac{1-3}{2}, \frac{5-1}{2}\right) = (-1, 2) \text{ 이다.}$$

또, 원의 반지름의 길이는

$$\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{(-3-1)^2 + (-1-5)^2} = \sqrt{13}$$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 13$$

2. 방정식 $x^2 + y^2 - 4x + 2y + c = 0$ 의 그래프가 원이 되도록 상수 c 의 값의 범위를 정하면?

① $c < 1$ ② $c < 2$ ③ $c < 3$ ④ $c < 4$ ⑤ $c < 5$

해설

주어진 방정식을 변형하면

$$(x^2 - 4x + 4) + (y^2 + 2y + 1) = 5 - c$$

$$\therefore (x-2)^2 + (y+1)^2 = 5 - c \leftarrow 5 - c = r^2$$

이 방정식의 그래프가 원이 되려면

$$5 - c > 0 \leftarrow r^2 > 0$$

$$\therefore c < 5$$

3. 직선 $ax + by = 1$ 을 x 축의 방향으로 -2 , y 축의 방향으로 3 만큼 평행 이동한 직선이 $2x - 3y + 12 = 0$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

직선 $ax + by = 1$ 을 x 축의 방향으로 -2 ,
 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면
 $a(x+2) + b(y-3) = 1$, $ax + by + 2a - 3b - 1 = 0$
이 직선이 $2x - 3y + 12 = 0$ 과 같으므로
 $\frac{a}{2} = \frac{b}{-3} = \frac{2a - 3b - 1}{12}$
이 식을 풀면 $a = 2$, $b = -3$ 이다.
 $\therefore a + b = -1$

4. 원 $x^2 + y^2 = 5$ 와 직선 $y = 2x + k$ 가 만나지 않도록 k 의 값의 범위를 구하면?

① $-5 < k < 5$ ② $k > 5, k < -5$ ③ $-5 \leq k \leq 5$

④ $k \geq 5, k \geq -5$ ⑤ $0 < k \leq 5$

해설

원과 직선이 만나지 않으려면, 원 중심과 직선사이 거리가 원 반지름보다 커야 한다.

$$\therefore \frac{|k|}{\sqrt{2^2 + 1}} > \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow k > 5 \text{ 또는 } k < -5$$

5. 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 직선 $y = 2x + k$ 과 서로 다른 두 점에서 만날 때, k 의 값의 범위를 구하면?

① $k = \sqrt{5}$

② $k = -\sqrt{5}$

③ $k = 2\sqrt{5}$

④ $-\sqrt{5} < k < \sqrt{5}$

⑤ $k > \sqrt{5}, k < \sqrt{5}$

해설

원과 직선이 두 점에서 만나려면 직선과 원의 중심 사이의 거리가 반지름보다 작아야 한다.

⇒ 직선과 중심 사이의 거리는

$$\frac{|2 \cdot 0 - 1 \cdot 0 + k|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} < 1$$

⇒ $|k| < \sqrt{5}$

⇒ $-\sqrt{5} < k < \sqrt{5}$

6. 원 $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0$ 위의 점에서 직선 $x - y + 3 = 0$ 에 이르는 거리의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{2}$

해설

원 $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0$ 을
표준형으로 고치면 $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 8$ 이므로
중심이 $(1, -2)$ 이고 반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$ 인 원이다.
원의 중심 $(1, -2)$ 에서 직선 $x - y + 3 = 0$ 에 이르는 거리 d 는

$$\frac{|1 - (-2) + 3|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

따라서 원 위의 점에서 직선 $x - y + 3 = 0$ 에
이르는 거리의 최솟값은

$$d - (\text{반지름의 길이}) = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

7. 직선 $x-y+2=0$ 에 대하여 점 $A(3, 4)$ 와 대칭인 점의 좌표를 (x', y') 이라 할 때, $x'+y'$ 을 구하면?

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$y = x + 2$ 이므로 $A(3, 4)$ 를 직선에 대해 대칭시킨 점을 (x', y') 라 하면,
 $x' = y - 2$ $y' = x + 2$, $(x, y) = (3, 4)$ 이므로
 $x' = 2$ $y' = 5$, $\therefore x' + y' = 7$

8. 방정식 $x^2 + y^2 - 7y = 0$ 이 나타내는 도형을 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하면?

- ① $x^2 + y^2 + x - x + 2 = 0$
- ② $x^2 + y^2 - 2x - 3y + 5 = 0$
- ③ $x^2 + y^2 - 8x - 3y + 6 = 0$
- ④ $2x^2 + y^2 - 9x + 4y + 3 = 0$
- ⑤ $4x^2 + y^2 + 2x - y + 9 = 0$

해설

$$(x-4)^2 + (y+2)^2 - 7(y+2) = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 8x - 3y + 6 = 0$$

9. 직선 $y = 2x - 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동 하였더니 다시 $y = 2x - 3$ 의 그래프가 되었다. 이 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은? (단, $a \neq 0$)

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

직선 $y = 2x - 3$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한
직선의 방정식은
 $y - b = 2(x - a) - 3$
직선의 방정식을 정리하면
 $y = 2x - 2a - 3 + b$
원래 직선과 같아졌으므로
 $-2a + b - 3 = -3, 2a = b,$
 $\therefore \frac{b}{a} = 2$

10. 점 $(2, 3)$ 을 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 점 $(2, 3)$ 을 x 축 방향으로 m 만큼, y 축 방향으로 n 만큼 평행이동한 점의 좌표와 같다. 이 때, $m+n$ 의 값을 구하면?

① -10 ② -11 ③ -12 ④ -13 ⑤ -14

해설

점 $(2, 3)$ 을 원점 대칭 이동시킨 점은 $(-2, -3)$
이 점은 x 축으로 -4 , y 축으로 -6 만큼 평행이동 시킨 것과 같다
 $\therefore m+n = -4-6 = -10$

11. 점 $(-1, 2)$ 를 x 축에 대하여 대칭이동시킨 후, 다시 y 축에 대하여 대칭이동시켰다. 이것을 x 축으로 a , y 축으로 b 만큼 평행이동시킨 후 다시 원점에 대하여 대칭이동시켰더니 점 $(1, 2)$ 가 되었다. $a + b$ 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

점 $(-1, 2)$ 를 x 축에 대하여
대칭이동하면 $(-1, -2)$
이것을 y 축에 대하여 대칭이동하면 $(1, -2)$
이것을 다시 x 축으로 a ,
 y 축으로 b 만큼 평행이동하면
 $(1+a, -2+b)$
원점에 대하여 대칭이동하면 $(-1-a, 2-b)$
이것이 점 $(1, 2)$ 가 되려면 $a = -2, b = 0$
 $\therefore a + b = -2$

12. 포물선 $y = -x^2 - 2x$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 후 y 축의 양의 방향으로 3 만큼 평행이동한 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

- ① $(-1, 2)$ ② $(-1, -1)$ ③ $(-1, 1)$
④ $(1, 2)$ ⑤ $(1, 1)$

해설

포물선 $y = -x^2 - 2x$ 의 꼭짓점은 $(-1, 1)$ 이다.
포물선 $y = -x^2 - 2x$ 을
 x 축에 대하여 대칭이동한 후
 y 축의 양의 방향으로 3 만큼 평행이동시켰으므로
꼭짓점은 $(-1, 1) \rightarrow (-1, -1) \rightarrow (-1, 2)$ 로 이동한다.

13. 점 (2, 4) 를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 다음 직선 $x = 3$ 에 대하여 대칭이동 점의 좌표를 구하면?

① (1, 3)

② (2, 4)

③ (3, 5)

④ (4, 6)

⑤ (5, 7)

해설

점 (2, 4) 를 다시 x 축의 방향으로
2 만큼 평행이동한 점의 좌표는

(2 + 2, 4), 즉 (4, 4)

점 (4, 4) 를 다시 직선 $x = 3$ 에 대하여

대칭이동한 점의 좌표는

(2 · 3 - 4, 4), 즉 (2, 4)

14. 좌표평면 위의 점 $(-1, 3)$ 을 점 (a, b) 에 대하여 대칭이동 시킨 점이 $(3, 5)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$(-1, 3), (3, 5)$ 의 중점이 (a, b) 이다.

$$\Rightarrow \left(\frac{-1+3}{2}, \frac{3+5}{2} \right) = (a, b)$$

$$\Rightarrow a + b = 5$$

15. 직선 $y = 3x - 3$ 의 그래프를 직선 $y = x$ 에 대칭이동한 직선의 방정식은?

- ① $y = 3x + 1$ ② $y = \frac{1}{3}x + 1$ ③ $y = -\frac{1}{3} + 1$
④ $y = \frac{1}{3}x - 1$ ⑤ $y = 3x - 1$

해설

$y = x$ 대칭은 $x \rightarrow y$ 좌표로, $y \rightarrow x$ 를 대입한다.

16. 중심이 원점이고, 직선 $2x - y + 5 = 0$ 에 접하는 원의 반지름의 길이는?

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

해설

원의 반지름의 길이 r 는 원의 중심 $(0,0)$ 과 직선 $2x - y + 5 = 0$ 사이의 거리와 같으므로

$$r = \frac{|0 + 0 + 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \sqrt{5}$$

17. 직선 $y = -3x + 2$ 을 다음과 같이 대칭 이동 할 때, 옳은 것을 모두 고르면?

① (x 축) : $y = 3x - 2$

② (y 축) : $y = -3x - 2$

③ (원점) : $y = 3x + 2$

④ ($y = x$) : $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

⑤ ($y = -x$) : $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

해설

① x 축 : $y = -3x + 2 \rightarrow (-y) = -3x + 2$

$\rightarrow y = 3x - 2$ (O)

② y 축 : $y = -3x + 2 \rightarrow y = -3(-x) + 2$

$\rightarrow y = 3x + 2$ (X)

③ 원점 : $y = -3x + 2 \rightarrow (-y) = -3(-x) + 2$

$\rightarrow y = -3x - 2$ (X)

④ $y = x$: $y = -3x + 2 \rightarrow x = -3y + 2$

$\rightarrow y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ (O)

⑤ $y = -x$: $y = -3x + 2 \rightarrow (-x) = -3(-y) + 2$

$\rightarrow y = -\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$ (X)

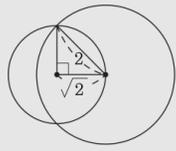
18. 두 원 $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 + 2x + 2y = 0$ 의 공통현의 길이는?

- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$$x^2 + y^2 = 4, (x+1)^2 + (y+1)^2 = 2$$

다음 그림과 같이 현의 길이의 $\frac{1}{2}$ 과
작은 원의 반지름 길이가 같다.



$$\therefore \text{현의 길이} : 2 \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

19. 두 원 $x^2 - 2x + y^2 + 3 = 0$ 과 $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 3 = 0$ 에 대하여 공통현의 방정식을 구하면?

① $2x - y - 3 = 0$

② $2x - 2y + 3 = 0$

③ $2x - 2y - 3 = 0$

④ $2x + 2y - 3 = 0$

⑤ $2x + 2y + 3 = 0$

해설

$$\begin{aligned}(x^2 - 2x + y^2 + 3) - (x^2 + y^2 + 2x - 4y - 3) &= 0 \\ -4x + 4y + 6 &= 0 \\ \therefore 2x - 2y - 3 &= 0\end{aligned}$$

20. 직선 $2x + ay + b = 0$ 에 대하여 점 A (3, 2) 와 대칭인 점을 B (-1, 0) 이라고 할 때, 상수 a, b 에 대하여 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

두 점 A (3, 2) , B (-1, 0) 에 대하여
 \overline{AB} 의 중점 (1, 1) 이
직선 $2x + ay + b = 0$ 위에 있으므로
 $2 + a + b = 0 \cdots \textcircled{1}$
직선 AB 와 직선 $2x + ay + b = 0$,
즉 $y = -\frac{2}{a}x - \frac{b}{a}$ 가 수직이므로
 $\frac{2-0}{3-(-1)} = \frac{a}{2}$
 $\therefore a = 1$
이 값을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $b = -3$
 $\therefore ab = -3$