

1. 다음은 ‘평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.’를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 것을 차례대로 나열하면?

[가정] □ABCD에서 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$
 [결론] $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$
 [증명] 점 B와 점 D를 이으면 $\triangle ABD$ 와 $\triangle CDB$ 에서
 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\angle ABD = \angle CDB$ (엇각) $\cdots \textcircled{1}$
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \square$ (엇각) $\cdots \textcircled{2}$
 $\square$ 는 공통 $\cdots \textcircled{3}$
 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ 에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ ($\square$ 합동) $\therefore \overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

- ① $\angle CDB$, $\overline{BC}$, SSS ② $\angle CDB$, $\overline{BD}$, SSS
 ③ $\angle BCD$, $\overline{BC}$, ASA ④ $\angle CDB$, $\overline{BD}$, ASA
 ⑤ $\angle DBC$, $\overline{DB}$, ASA

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle CDB$ 에서
 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\angle ABD = \angle CDB$ (엇각),
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle DBC$ (엇각),
 $\overline{DB}$ 는 공통 이므로 $\triangle ABD = \triangle CDB$ (ASA 합동) 이다.

2. 좌표평면 위의 점 A, B(-2, -1), C(5, 1), D(4, 5) 로 이루어지는 □ABCD 가 평행사변형이 되도록 점 A 의 좌표는? (단, 점 A 는 제 2 사분면 위에 있다.)

- ① (-1, 3)
- ② (-1, 2)
- ③ (-3, 3)
- ④ (-3, 2)
- ⑤ (-3, 4)

해설

점 A(a, b) 라고 하면 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 AC 의 중점과 BD 의 중점의 좌표가 같아야 한다.

$$\left(\frac{a+5}{2}, \frac{b+1}{2}\right)$$

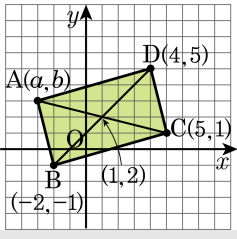
=

$$\left(\frac{-2+4}{2}, \frac{-1+5}{2}\right),$$

$$\left(\frac{a+5}{2}, \frac{b+1}{2}\right) = (1, 2)$$

$$\therefore a = -3, b = 3$$

$$\therefore A(-3, 3)$$

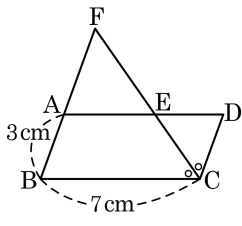


3. 직사각형의 중점을 연결했을 때 나타나는 사각형의 성질을 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① 네 변의 길이가 모두 같다.
 - ② 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.
 - ③ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
 - ④ 네 각의 크기가 모두 직각이다.
 - ⑤ 두 대각선이 내각을 이등분한다.

해설

직사각형의 중점을 연결해 생기는 사각형은 마름모이다. 마름모는 네 각의 크기가 모두 직각이 아니다.

4. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle C$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$ 와 $\overline{BA}$ 의 연장선과 만나는 점을 각각 E, F 라 하자. $\overline{AB} = 3\text{ cm}$, $\overline{BC} = 7\text{ cm}$ 일 때, $\overline{AF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

$\overline{BF} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle AFE = \angle ECD$ (엇각)
 $\triangle FBC$ 에서 $\angle BFC = \angle BCF$ 이므로 $\triangle FBC$ 는 $\overline{BF} = \overline{BC}$ 인
 이등변삼각형이다.
 따라서 $\overline{BF} = \overline{BC} = 7(\text{cm})$ 이므로
 $\overline{AF} = \overline{BF} - \overline{AB} = 7 - 3 = 4(\text{cm})$

5. 다음은 '한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 증명하는 과정이다. 밑줄 친 부분 중 틀린 곳을 모두 고르면?

가정) □ABCD에서 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, ㄱ. $\overline{AD} = \overline{BC}$
 결론) $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$
 증명) 대각선 AC를 그으면
 △ABC와 △CDA에서
 ㄱ. $\overline{AD} = \overline{BC}$ (가정) ...㉠
 ㄴ. $\angle DCA = \angle BAC$ (엇각) ...㉡
 ㄷ. $\overline{AC}$ 는 공통 ...㉢
 ㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ (ㄹ. SAS 합동)
 ㄴ. $\angle DAC = \angle BCA$ 이므로
 ∴ $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$
 따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로
 □ABCD는 평행사변형이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄹ ⑤ ㄴ

해설

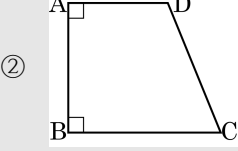
ㄴ, $\angle DCA = \angle BAC \rightarrow \angle DAC = \angle BCA$
 ㄴ, $\angle DAC = \angle BCA \rightarrow \angle DCA = \angle BAC$

6. 다음 중 평행사변형이 아닌 것은?

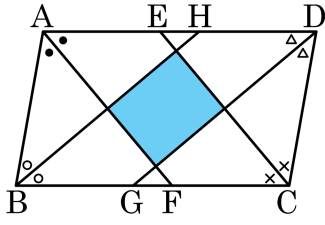
- ① $\overline{AB} = \overline{CD}, \overline{AB} \parallel \overline{CD}$
- ② $\overline{AD} \parallel \overline{BC}, \angle A = \angle B = 90^\circ$
- ③ $\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$
- ④ $\overline{AB} = \overline{CD}, \overline{AD} = \overline{BC}$
- ⑤ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}, \overline{AD} \parallel \overline{BC}$

해설

평행사변형이 되는 조건
다음의 각 경우의 어느 한 조건을 만족하면 평행사변형이 된다.
(1) 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.(정의)
(2) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
(3) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
(4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
(5) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.



7. 사각형 ABCD 가 평행사변형일 때, 색칠한 부분이 어떤 사각형이 되는지 구하여라. (단, $AF \parallel EC$, $BH \parallel GD$)



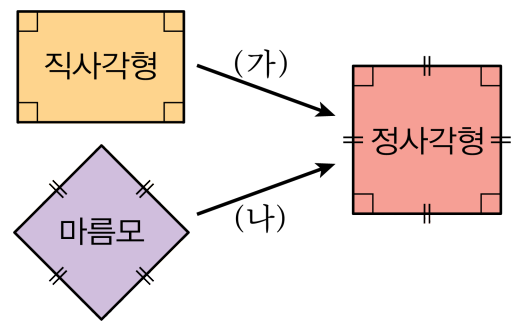
▶ 답 :

▷ 정답 : 직사각형

해설

$2(\circ + \bullet) = 180^\circ$ 이므로 $\circ + \bullet = 90^\circ$
따라서 색칠한 부분의 사각형의 한 내각의 크기가 90° 이므로 직사각형이다.

8. 다음 그림에서 정사각형이 되기 위해 추가되어야 하는 (가), (나)의 조건으로 알맞은 것을 고르면?



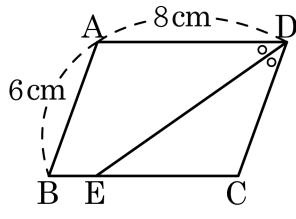
- ① (가) 이웃하는 두 각의 크기가 같다.
(나) 두 대각선이 서로 수직이다.
- ② (가) 두 대각선의 길이가 같다.
(나) 한 내각의 크기가 90° 이다.
- ③ (가) 두 대각선이 서로 수직이다.
(나) 이웃하는 두 변의 길이가 같다.
- ④ (가) 두 대각선의 길이가 같다.
(나) 이웃하는 두 변의 길이가 같다.
- ⑤ (가) 두 대각선이 서로 수직이다.
(나) 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

해설

여러 가지 사각형의 대각선의 성질

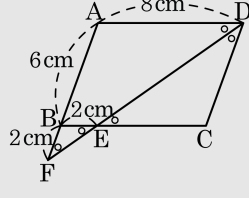
- (1) 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
- (2) 직사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분한다.
- (3) 마름모의 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.
- (4) 정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다.
- (5) 등변사다리꼴의 두 대각선은 길이가 같다.

9. □ABCD는 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$ 인 평행사변형이고, $\overline{DE}$ 는 $\angle D$ 의 이등분선일 때, $\overline{CE}$ 의 길이를 구하면?



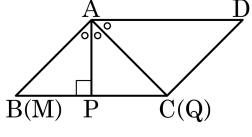
- ① 2cm ② 3cm ③ 4cm ④ 5cm ⑤ 6cm

해설



$\overline{DF}$ 의 연장선과 $\overline{AB}$ 가 만나는 점을 F라 하자. 그러면 $\triangle AFD$ 는 $\angle ADF = \angle AFD$ 이므로 이등변삼각형이 되므로 $\overline{AD} = \overline{AF} = 8\text{cm}$, $\overline{BE} = 8 - 6 = 2(\text{cm})$, $\overline{BE} = \overline{BF} = 2\text{cm}$ 이다.
 $\therefore \overline{CE} = \overline{BC} - \overline{BE} = 6\text{cm}$ 이다.

10. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AP}$, $\overline{AQ}$ 는 $\angle DAM$ 의 삼등분선이다. 점 M 이 점 B 를 출발하여 점 C 까지 움직일 때, $\overline{AP}$ 가 이동한 각도는?



- ① 30° ② 60° ③ 75° ④ 80° ⑤ 95°

해설

$\angle DAC = \angle ACP$ (엇각)
 $\angle APC = 90^\circ$ 이므로 $\angle DAC = 45^\circ$
 $\angle DAB = 45^\circ \times 3 = 135^\circ$
(점 M) = (점 B) 일 때, $\angle PAC = 45^\circ$
(점 M) = (점 C) 일 때, $\angle CAP = \frac{1}{3} \times 45^\circ = 15^\circ$
점 M이 점 B에서 점 C까지 움직일 때, $\overline{AP}$ 는 $45^\circ + 15^\circ = 60^\circ$ 만큼 이동한다.

11. 다음은 평행사변형 ABCD의 각 변의 중점을 차례로 E, F, G, H라 할 때, □EFGH가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. ㉁~㉅에 들어갈 것으로 옳은 것을 차례로 나열한 것은?

$\triangle AEH$ 와 $\triangle CGF$ 에서
 $\boxed{\text{㉁}} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \overline{CF} \dots \text{㉂}$
 $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{DC} = \overline{CG} \dots \text{㉃}$
 $\square ABCD$ 는 평행사변형이므로
 $\angle HAE = \boxed{\text{㉄}} \dots \text{㉅}$
 $\text{㉂}, \text{㉃}, \text{㉅}$ 에 의하여 $\triangle AEH \equiv \triangle CGF$ (SAS 합동)
 $\therefore \overline{EH} = \overline{FG} \dots \text{㉆}$
 $\triangle EBF$ 와 $\triangle GDH$ 에서도 같은 방법으로하면
 $\triangle EBF \equiv \triangle GDH$ 이므로
 $\therefore \overline{EF} = \boxed{\text{㉇}} \dots \text{㉈}$
 $\text{㉆}, \text{㉈}$ 에 의하여 $\square EFGH$ 는 평행사변형이다.

- ① $\overline{AD}, \angle FGC, \overline{HG}$

② $\overline{AH}, \angle CFG, \overline{HG}$

③ $\overline{AD}, \angle FGC, \overline{CD}$

④ $\overline{AH}, \angle FCG, \overline{HG}$

⑤ $\overline{AH}, \angle FCG, \overline{GD}$

해설

$\overline{AH} = \overline{CF}$ 이고, $\angle HAE = \angle FCG$ 이다. $\triangle EBF \equiv \triangle GDH$ 이므로 $\overline{EF} = \overline{HG}$ 이다.

12. 다음은 ‘평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.’를 증명한 것이다. ㄱ~ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

[가정] □ABCD에서 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

[결론] $AO = CO$, ㄱ $= \overline{DO}$

[증명] △OAD와 △OCB에서 ㄴ $= \overline{BC} \dots \textcircled{㉠}$

$\overline{AD} \parallel$ ㄷ 이므로

$\angle OAD = \angle OCB$ (ㄹ) $\dots \textcircled{㉡}$

$\angle ODA = \angle OBC$ (ㄹ) $\dots \textcircled{㉢}$

$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$, $\textcircled{㉢}$ 에 의해서 $\triangle OAD \cong \triangle OCB$ (ㅁ 합동)

$\therefore \overline{AO} = \overline{CO}$, ㄱ $= \overline{DO}$

- ① ㄱ : $\overline{BO}$

② ㄴ : $\overline{CD}$

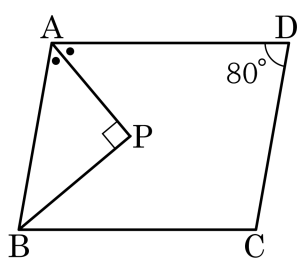
③ ㄷ : $\overline{BC}$
- ④ ㄹ : 엇각

⑤ ㅁ : ASA

해설

②에서 $\overline{BC} = \overline{AD} \neq \overline{CD}$ 이다.

13. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle PAB = \angle PAD$, $\angle APB = 90^\circ$, $\angle D = 80^\circ$ 일 때, $\angle PBC$ 의 크기를 구하면?



- ① 30° ② 35° ③ 40° ④ 45° ⑤ 50°

해설

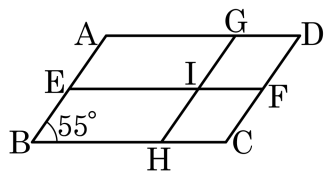
$$\angle A + \angle B = 180^\circ$$

$$\angle BAP = (180^\circ - 80^\circ) \div 2 = 50^\circ$$

$$\angle ABP = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

$$\therefore \angle PBC = 80^\circ - 40^\circ = 40^\circ$$

14. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{GH}$, $\overline{AD} // \overline{EF}$ 이다.
 $\angle B = 55^\circ$ 일 때, $\angle DFI$ 의 크기를 구하여라.



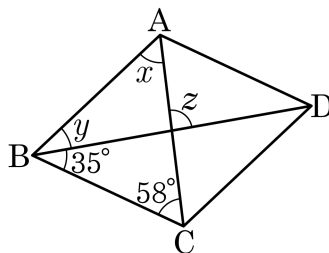
▶ 답: 1

▷ 정답 : 125°

해설

$\overline{GI} // \overline{DF}$, $\overline{GD} // \overline{IF}$ 이므로
 $\square GIDF$ 는 평행사변형이다.
 $\angle D = \angle B = 55^\circ$ 이므로
 $\angle F = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$

15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle DBC = 35^\circ$, $\angle ACB = 58^\circ$ 일 때, $\angle x + \angle y + \angle z$ 의 크기는?



- ① 158° ② 162° ③ 168° ④ 174° ⑤ 180°

해설

$$\begin{aligned}\angle x + \angle y + 35^\circ + 58^\circ &= 180^\circ \\ \angle x + \angle y &= 87^\circ \\ \angle z &= \angle x + \angle y \\ \therefore \angle x + \angle y + \angle z &= 87^\circ + 87^\circ = 174^\circ\end{aligned}$$

16. 다음은 ‘평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.’를 나타내는 과정을 섞어둔 것이다. 순서대로 기호를 나열하여라.

- ㉠ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$
- ㉡ $\square ABCD$ 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
- ㉢ $\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle OAD = \angle OCB$ (엇각)
 $\angle ODA = \angle OBC$ (엇각)
- ㉤ $\triangle OAD$ 와 $\triangle OCB$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BC}$ (평행사변형의 성질 ㉠)
- ㉥ $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$ (ASA 합동) 이므로

▶ 답 :

▶ 답 :

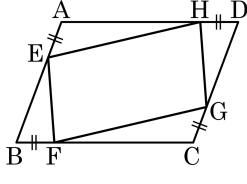
▷ 정답 : ㉡, ㉠, ㉤, ㉢, ㉥

▷ 정답 : ㉡, ㉤, ㉠, ㉢, ㉥

해설

$\square ABCD$ 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
 $\triangle OAD$ 와 $\triangle OCB$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BC}$ (평행사변형의 성질 ①)
 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로
 $\angle OAD = \angle OCB$ (엇각)
 $\angle ODA = \angle OBC$ (엇각)
따라서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$ (ASA 합동) 이므로
 $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$

17. 다음 중 $\square ABCD$ 가 평행사변형일 때, $\square EFGH$ 가 평행사변형이 되는 조건은?

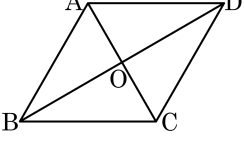


- ① $\overline{EH} = \overline{FG}$
- ② $\angle FEG = \angle FGH$
- ③ $\overline{EH} = \overline{FG}, \overline{EF} = \overline{HG}$
- ④ $\angle EFG = \angle GHE, \angle FEH = \angle FGH$
- ⑤ $\overline{HG} = \overline{HE}, \overline{FG} = \overline{HG}$

해설

$\triangle AEH, \triangle CGF$ 에서 $\overline{AE} = \overline{CG}, \overline{AH} = \overline{FC}, \angle EAH = \angle FCG$
 (SAS 합동)
 $\triangle EBF, \triangle GDH$ 에서 $\overline{EB} = \overline{GD}, \overline{BF} = \overline{HD}, \angle EBF = \angle HDG$
 (SAS 합동)
 그러므로 $\overline{EF} = \overline{HG}, \overline{EH} = \overline{FG}$ 이므로 $\square EFGH$ 는 평행사변형이다.

18. 다음 그림의 □ABCD가 항상 평행사변형이 되기 위한 조건으로 옳지 않은 것을 보기에 서 골라라.



보기

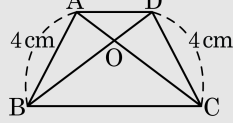
- ㉠ $\overline{AB} = \overline{DC} = 4\text{ cm}$, $\overline{AD} = \overline{BC} = 6\text{ cm}$
- ㉡ $\angle A = 110^\circ$, $\angle B = 70^\circ$, $\angle D = 70^\circ$
- ㉢ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ (단, 점 O는 두 대각선의 교점)
- ㉣ $\overline{AD} // \overline{BC}$, $\overline{AB} = \overline{DC} = 4\text{ cm}$
- ㉤ $\overline{AD} // \overline{BC}$, $\overline{AB} // \overline{DC}$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

- ㉠ 두 쌍의 대변의 길이는 같으므로 평행사변형이 된다.
- ㉡ 사각형의 내각의 합은 360° 이므로 $\angle C = 110^\circ$ 이다. 두 쌍의 대각의 크기가 같으므로 평행사변형이 된다.
- ㉢ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이 된다.
- ㉣ (반례) 등변사다리꼴



- ㉤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이 된다.

19. □ABCD가 다음 조건을 만족할 때, 이 사각형은 어떤 사각형인가?

$$\overline{AB} // \overline{DC}, \overline{AB} = \overline{DC}, \angle A = 90^\circ, \overline{AC} \perp \overline{BD}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

□ABCD는 직사각형과 마름모의 성질을 모두 가지므로 정사각형이다.