

1. 실수 x 에 대하여 $|x-2|^2 - |3-x|^2 - \sqrt{-9} + \sqrt{-16}$ 을 $a+bi$ 꼴로 나타낼 때 $a+b$ 의 값을 구하면?

① -5

② $2x-4$

③ $2x$

④ $2x-5$

⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x-2)^2 - (3-x)^2 - 3i + 4i \\ &= 2x - 5 + i\end{aligned}$$

$$\therefore a = 2x - 5, b = 1$$

$$\therefore a + b = 2x - 4$$

2. 복소수 $\frac{3+i}{1+i} + \frac{a-i}{1-i}$ 가 실수가 되도록 하는 실수 a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\frac{3+i}{1+i} + \frac{a-i}{1-i} &= \frac{(3+i)(1-i) + (1+i)(a-i)}{(1+i)(1-i)} \\ &= \frac{4-2i + (a+1) + (a-1)i}{2} \\ &= \frac{a+5 + (a-3)i}{2}\end{aligned}$$

위의 식이 실수가 되려면 허수 부분이 0이어야 하므로 $a-3=0$
 $\therefore a=3$

3. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 3(k + 2i) - k(1 - i)^2$ 의 값이 순허수가 되도록 k 의 값을 정하면?

① -2

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}z &= 3(k + 2i) - k(-2i) \\ &= 3k + (6 + 2k)i \Rightarrow \text{순허수} \\ \therefore 3k &= 0, k = 0\end{aligned}$$

4. 등식 $(4 + i)x + 2 + 2yi = 2 + 5i$ 를 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $x + 2y$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① -5

② -3

③ 0

④ 5

⑤ 3

해설

$$(4x + 2) + (x + 2y)i = 2 + 5i$$

$$4x + 2 = 2, \quad x + 2y = 5$$

5. 복소수 $\frac{2+3i}{1-i}$ 를 $a+bi$ 꼴로 나타낼 때, $a+b$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\frac{2+3i}{1-i} = \frac{(2+3i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{-1+5i}{2}$$

$$\therefore a+b = \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{5}{2} = 2$$

6. $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$ 을 간단히 하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① i

② $-i$

③ $1 + i$

④ 0

⑤ 1

해설

$$i^2 = -1, i^3 = i^2 \times i = -i, i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1,$$

$$i^5 = i^4 \times i = i$$

$$i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$$

$$= i + (-1) + (-i) + 1 + i = i$$

7. $a = 2 + \sqrt{3}i$, $b = 2 - \sqrt{3}i$ 일 때, $\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라. (단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{7}$

해설

$a = 2 + \sqrt{3}i$, $b = 2 - \sqrt{3}i$ 일 때

$$\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \frac{b^2 + a^2}{ab} = \frac{(a+b)^2 - 2ab}{ab} \dots \textcircled{1}$$

이 때, $a + b = (2 + \sqrt{3}i) + (2 - \sqrt{3}i) = 4$

$$ab = (2 + \sqrt{3}i)(2 - \sqrt{3}i)$$

$$= 2^2 - (\sqrt{3}i)^2 = 4 + 3 = 7 \text{ 이므로}$$

$a + b = 4$, $ab = 7$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$\begin{aligned} \frac{b}{a} + \frac{a}{b} &= \frac{(a+b)^2 - 2ab}{ab} \\ &= \frac{16 - 14}{7} = \frac{2}{7} \end{aligned}$$

8. $x = 3 + 2i$ 일 때, $x^2 - 6x - 10$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -23

해설

$x = 3 + 2i$ 에서 $x - 3 = 2i$ 의 양변을 제곱하면

$$(x - 3)^2 = (2i)^2 \quad \therefore x^2 - 6x = -4$$

$$x^2 - 6x - 10 = -4 - 10 = -14$$

$$\therefore -14$$

9. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = -\sqrt{12}$

② $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = \sqrt{12}$

③ $\sqrt{-3} \times \sqrt{4} = -\sqrt{12}$

④ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}} = -\sqrt{\frac{3}{4}}$

⑤ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}} = -\sqrt{\frac{3}{4}}$

해설

② $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = \sqrt{3}i \times \sqrt{4}i = -\sqrt{12}$

③ $\sqrt{-3} \times \sqrt{4} = \sqrt{3}i \times \sqrt{4} = \sqrt{12}i$

④ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}$

⑤ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}i$

10. 실수 x 에 대하여 복소수 $(1+i)x^2 - (1+3i)x - (2-2i)$ 가 순허수가 되도록 하는 x 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(1+i)x^2 - (1+3i)x - (2-2i)$$

$$= (x^2 - x - 2) + (x^2 - 3x + 2)i$$

순허수가 되려면 (실수 부분)=0, (허수 부분) $\neq 0$ 이어야 하므로

$$x^2 - x - 2 = 0, x^2 - 3x + 2 \neq 0$$

$$(i) x^2 - x - 2 = 0 \text{ 에서 } (x+1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

$$(ii) x^2 - 3x + 2 \neq 0 \text{ 에서 } (x-1)(x-2) \neq 0$$

$$\therefore x \neq 1 \text{ 또는 } x \neq 2$$

따라서 (i), (ii)에 의하여 $x = -1$

11. $(1+i)x^2 + 2(1+2i)x - 3 + 3i$ 가 순허수일 때, x 의 값은?

① 0

② 1

③ -3

④ 1, 3

⑤ -1

해설

$$(1+i)x^2 + 2(1+2i)x - 3 + 3i$$

$$= x^2 + x^2i + 2x + 4xi - 3 + 3i$$

$$= (x^2 + 2x - 3) + (x^2 + 4x + 3)i$$

순허수를 만족하려면 실수부=0, 허수부 $\neq 0$ 이어야 한다.

$x^2 + 2x - 3 = 0$ 이면서, $x^2 + 4x + 3 \neq 0$ 인 x 값을 찾아야 한다.

$$\therefore x = 1$$

12. $(1 + ai)^2 = 2i$ (a 는 실수)라 할 때 $(1 + ai)(1 - ai)$ 의 값을 구하시오.
(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$(1 + ai)^2 = 2i \text{ 에서 } (1 - a^2) + 2ai = 2i$$

$$\text{복소수의 상등에서 } 1 - a^2 = 0, 2a = 2$$

$$\therefore a = 1$$

$$\therefore (1 + ai)(1 - ai) = (1 + i)(1 - i)$$

$$= 1 - (-1)$$

$$= 2$$

13. x, y 가 실수일 때, $(1+i)x + (1-i)y = \frac{2-i}{1+i}$ 을 만족하는 x, y 의 값은?

- ① $x = -\frac{1}{2}, y = 1$ ② $x = \frac{1}{2}, y = 1$ ③ $x = 1, y = -\frac{1}{2}$
④ $x = 1, y = 1$ ⑤ $x = 1, y = \frac{1}{2}$

해설

$$(x+y) + (x-y)i = \frac{2-i}{1+i} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$$

$$\Rightarrow x+y = \frac{1}{2}, \quad x-y = -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{2}, \quad y = 1$$

14. 등식 $3x - 2yi = (2 + i)^2$ 이 성립하는 x, y 에 대하여 두 수를 곱하면?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$3x - 2yi = (2 + i)^2 = 3 + 4i$$

$$x = 1, \quad y = -2$$

$$\therefore xy = -2$$

15. $\frac{a}{1-i} + \frac{b}{1+i} = 5$ 를 만족하는 두 실수 a, b 에 대하여 곱 ab 의 값을 구하면?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

$$\frac{a(1+i)}{2} + \frac{b(1-i)}{2} = 5$$

$$a(1+i) + b(1-i) = 10,$$

$$(a+b) + (a-b)i = 10$$

$$a+b = 10, a-b = 0$$

$$2a = 10, a = 5, b = 5, ab = 25$$

16. $x = 1 + 2i$, $y = \frac{1 + 2i}{1 - i}$, $z = \frac{1 - 2i}{1 - i}$ 일 때, $xy + xz$ 의 값을 구하면?

① $-1 + 3i$

② $-1 - 2i$

③ $-1 + 2i$

④ $-1 - i$

⑤ $-1 + i$

해설

$$x = 1 + 2i, y = \frac{1 + 2i}{1 - i}, z = \frac{1 - 2i}{1 - i}$$

$$\begin{aligned}\therefore xy + xz &= \frac{(1 + 2i)^2}{1 - i} + \frac{(1 - 2i)(1 + 2i)}{1 - i} \\ &= \frac{-3 + 4i + 5}{1 - i} \\ &= \frac{2 + 4i}{1 - i} \\ &= -1 + 3i\end{aligned}$$

17. $\frac{5}{1+2i} = x+yi$ 를 만족하는 실수 x, y 의 합을 구하여라. (단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + y = -1$

해설

$$\frac{5}{1+2i} = \frac{5(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{5(1-2i)}{5} = 1-2i$$

$$1-2i = x+yi$$

$$x = 1, y = -2, x + y = -1$$

18. $\frac{2-i}{2+i} + \frac{2+i}{2-i}$ 를 간단히 하면? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① $\frac{6}{5}$

② 2

③ $\frac{8}{5}$

④ $\frac{8}{3}$

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}\frac{2-i}{2+i} + \frac{2+i}{2-i} &= \frac{(2-i)^2 + (2+i)^2}{(2+i)(2-i)} \\ &= \frac{3+3}{5} = \frac{6}{5}\end{aligned}$$

19. $x = 3 + \sqrt{3}i$, $y = 3 - \sqrt{3}i$ 일 때, $x^3 + y^3$ 의 값을 구하면?

① 0

② 10

③ 20

④ -10

⑤ -20

해설

$$x + y = 6, \quad xy = 12$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$$

$$= 6^3 - 3 \cdot 12 \cdot 6$$

$$= 0$$

20. $x = 1 + \sqrt{2}i$, $y = 1 - \sqrt{2}i$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하면?

① -1

② 1

③ -2

④ 2

⑤ -3

해설

$$x + y = 2, \quad xy = 3$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 4 - 6 = -2$$

21. α, β 가 복소수일 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{\beta}$ 는 β 의 쥘레복소수이다.)

㉠ $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ 이면 $\alpha = 0, \beta = 0$ 이다.

㉡ $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 또는 $\beta = 0$ 이다.

㉢ $\alpha = \bar{\beta}$ 일 때, $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 반례 : $\alpha = 1, \beta = i$

㉡ (생략)

㉢ $\alpha = x + yi$ 라 하면

$$\alpha\beta = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2 \quad (x, y \text{는 실수})$$

$$x^2 + y^2 = 0 \text{ 이려면 } x = 0, y = 0$$

$$\text{즉, } \alpha = 0$$

22. $z = 1 - i$ 일 때, $\frac{\bar{z}-1}{z} - \frac{z-1}{\bar{z}}$ 의 값은?

① $-i$

② i

③ $-2i$

④ $2i$

⑤ 1

해설

$$z = 1 - i, \bar{z} = 1 + i$$

$$\therefore (\text{준식}) = \frac{i}{1-i} - \frac{-i}{1+i} = \frac{2i}{2} = i$$

23. 복소수 z 와 그 켤레복소수 \bar{z} 에 대하여 다음을 만족하는 z 를 구하면?

$$z + \bar{z} = 4, \quad z \cdot \bar{z} = 7$$

① $z = 1 \pm \sqrt{3}i$

② $z = 2 \pm \sqrt{3}i$

③ $z = 3 \pm \sqrt{3}i$

④ $z = 1 \pm 2\sqrt{3}i$

⑤ $z = 2 \pm 2\sqrt{3}i$

해설

$$z = a + bi$$

$$z + \bar{z} = 2a = 4, \quad z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2 = 7$$

$$\therefore a = 2, \quad b = \pm\sqrt{3}$$

$$\therefore z = 2 \pm \sqrt{3}i$$

24. 복소수 z 의 켈레복소수 \bar{z} 라 할 때 $(1 + 2i)z + 3(2 - \bar{z}) = 0$ 을 만족하는 복소수 z 를 구하면?

① $z = 2 - 3i$

② $z = 4 - 3i$

③ $z = 6 - 3i$

④ $z = 2 + 3i$

⑤ $z = 4 + 3i$

해설

$z = a + bi, \bar{z} = a - bi$ 라 하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (1 + 2i)(a + bi) + 3(2 - a + bi) \\ &= (6 - 2a - 2b) + (2a + 4b)i\end{aligned}$$

$$\therefore 6 - 2a - 2b = 0, 2a + 4b = 0$$

$$\therefore a = 6, b = -3$$

$$\therefore z = 6 - 3i$$

25. 두 복소수 $z_1 = a + (3b - 1)i$, $z_2 = (b + 1) - 5i$ 에 대하여 $z_1 = \bar{z}_2$ 가 성립할 때, 실수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$a + (3b - 1)i = (b + 1) + 5i \text{에서}$$

$$\begin{cases} a = b + 1 \\ 3b - 1 = 5 \end{cases} \quad \text{이므로 연립하면}$$

$$a = 3, b = 2$$

$$\therefore a + b = 5$$

26. 등식 $(1+i)z + (2z-3i)i = 0$ 을 만족하는 복소수 z 는?

① $3+9i$

② $-3+9i$

③ $3-9i$

④ $\frac{3}{10} - \frac{9}{10}i$

⑤ $-\frac{3}{10} + \frac{9}{10}i$

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면

$$(1+i)(a+bi) + \{2(a+bi) - 3i\}i = 0$$

$$(a+bi+ai-b) + (2ai-2b+3) = 0$$

$$(a-3b+3) + (3a+b)i = 0$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$a-3b+3=0, 3a+b=0$$

두 식을 연립하여 풀면

$$a = -\frac{3}{10}, b = \frac{9}{10}$$

$$\therefore z = -\frac{3}{10} + \frac{9}{10}i$$

27. $4-3i + \frac{3-5i}{1+i} + 4i + \frac{-3+5i}{1+i} - \frac{2}{1-i}$ 를 간단히 한 것은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① $-i$

② 3

③ $4i$

④ 5

⑤ $1+3i$

해설

$$\begin{aligned} & 4-3i + \frac{3-5i}{1+i} + 4i + \frac{-3+5i}{1+i} - \frac{2}{1-i} \\ &= 4-3i + 4i + \frac{3-5i-3+5i}{1+i} - \frac{2}{1-i} \\ &= 4+i - \frac{2(1+i)}{(1-i)(1+i)} \\ &= 4+i - \frac{2(1+i)}{1+1} = 4+i-1-i = 3 \end{aligned}$$

28. 다음 계산을 하시오.

$$1 + \frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \cdots + \frac{1}{i^{2006}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-i$

해설

$i^4 = 1$ 이므로

$$\begin{aligned} & \frac{1}{i} + \frac{1^2}{i} + \frac{1^3}{i} + \frac{1^4}{i} \\ &= \frac{1^5}{i} + \frac{1^6}{i} + \frac{1^7}{i} + \frac{1^8}{i} \cdots \\ &= \frac{1}{i} + \frac{1^2}{i} + \frac{1^3}{i} + \frac{1^4}{i} \\ &= -i - 1 + i + 1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{준식}) &= 1 + (0 + 0 + \cdots + 0) + \frac{1}{i} + \frac{1^2}{i} \\ &= 1 - i - 1 = -i \end{aligned}$$

29. 다음 보기 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

$$\textcircled{\text{㉠}} \sqrt{-2} \sqrt{-5} = \sqrt{10}$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \sqrt{-3} \sqrt{12} = -6$$

$$\textcircled{\text{㉢}} (-\sqrt{-2})^2 = -2$$

$$\textcircled{\text{㉣}} (\sqrt{-3})^3 = -3\sqrt{3}i$$

$$\textcircled{\text{㉤}} \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{-2}} = -2i$$

$$\textcircled{\text{㉥}} \frac{\sqrt{-8}}{\sqrt{2}} = -2$$

① 2개

② 3개

③ 4개

④ 5개

⑤ 6개

해설

㉢, ㉣, ㉤이 옳다.

$$\textcircled{\text{㉠}} \sqrt{-2} \sqrt{-5} = -\sqrt{10}$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \sqrt{-3} \sqrt{12} = 6i$$

$$\textcircled{\text{㉥}} \frac{\sqrt{-8}}{\sqrt{2}} = 2i$$

30. 두 실수 x, y 가 $x + y = -5$, $xy = 2$ 를 만족할 때, $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}}$ 의 값을 구하면?

- ① $\sqrt{2}$ ② $\frac{5\sqrt{2}}{4}$ ③ $\frac{5\sqrt{2}}{3}$ ④ $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$x + y = -5$, $xy = 2$ 에서 $x < 0$, $y < 0$ 이다.

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} \\ &= \frac{x+y}{\sqrt{x}\sqrt{y}} \\ &= \frac{x+y}{-\sqrt{xy}} \\ &= \frac{-5}{-\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$