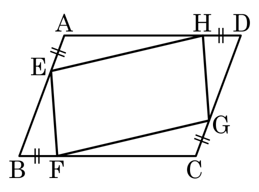
1. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH}$ 일 때, □EFGH 는 평행사변형이 된다. 그 이유를 고르면?



① $\overline{EH} = \overline{FG}$

② $\overline{EH} // \overline{FG}$, $\overline{EF} // \overline{HG}$

③ $\overline{EH} // \overline{FG}$, $\overline{EH} = \overline{FG}$

④ $\overline{EF} = \overline{HG}$, $\overline{EH} = \overline{FG}$

⑤ $\angle EFG = \angle GHE$

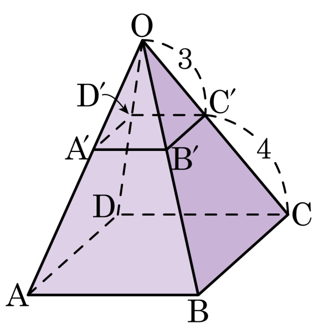
해설

$\triangle AEH \equiv \triangle CGF$(SAS합동)

$\triangle BFE \equiv \triangle DHG$(SAS합동)

$\therefore \overline{EF} = \overline{HG}$, $\overline{EH} = \overline{FG}$

2. 다음 그림의 사각뿔 $O-ABCD$ 에서 $\square A'B'C'D'$ 을 포함하는 평면과 $\square ABCD$ 를 포함하는 평면이 서로 평행할 때, $O-ABCD$ 와 $O-A'B'C'D'$ 의 닮음비는?

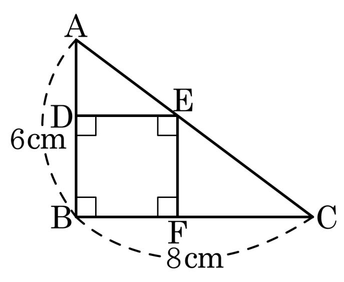


① 3 : 4　② 4 : 3　③ 3 : 7　④ 7 : 3　⑤ 3 : 5

해설

두 입체도형 $O-ABCD$ 와 $O-A'B'C'D'$ 이 닮음이므로 닮음비는 $\overline{OC}:\overline{OC'}=7:3$ 이다.

3. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 일 때, 정사각형 DBFE 의 한 변의 길이를 구하면?

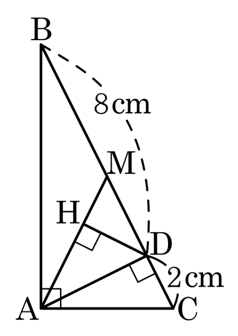


① $\frac{24}{7}$cm ② $\frac{26}{7}$cm ③ $\frac{7}{2}$cm
④ $\frac{9}{2}$cm ⑤ $\frac{11}{3}$cm

해설

$\triangle$ADE 와 $\triangle$ABC 에서 $\angle$A 는 공통
$\angle$ADE = $\angle$ABC 이므로
$\triangle$ADE $\backsim$ $\triangle$ABC (AA 닮음)
정사각형의 한 변의 길이를 x (cm) 라 하면
$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{DE}$
$6 : 8 = (6 - x) : x$
$3 : 4 = (6 - x) : x$
$3x = 24 - 4x$
$\therefore \ x = \frac{24}{7}$

4. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 점 M 이 외심일 때, $\overline{DH}$ 의 길이는?

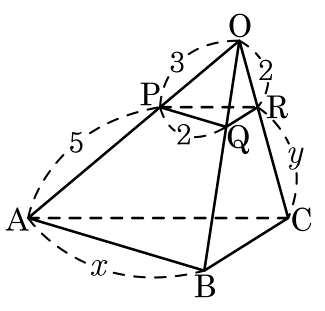


① 2　② $\frac{12}{5}$　③ $\frac{14}{5}$　④ $\frac{16}{5}$　⑤ $\frac{18}{5}$

해설

$\triangle ADB$ 와 $\triangle CDA$ 는 닮음이므로 $\overline{AD}^2 = 8 \times 2 = 16$ 이다.
따라서 $\overline{AD} = 4$ 이다.
점 M 이 외심이므로 $\overline{AM} = 5$, $\overline{MD} = 3$ 이다.
$\triangle AMD$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \overline{MD} \times \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$ 이다.
$6 = \frac{1}{2} \times 5 \times \overline{DH}$, $\therefore \overline{DH} = \frac{12}{5}$

5. 다음 그림의 삼각뿔 O－ABC 에서 △PQR 를 포함하는 평면과 △ABC 를 포함하는 평면이 서로 평행할 때, $x+y$ 의 값은?



① $\frac{26}{3}$ ② $\frac{28}{3}$ ③ $\frac{29}{3}$ ④ 10 ⑤ $\frac{32}{3}$

해설

$\overline{PQ} /\!/ \overline{AB}$ 이므로 $\triangle OPQ \backsim \triangle OAB$

$3 : 8 = 2 : x$

$x = \frac{16}{3}$

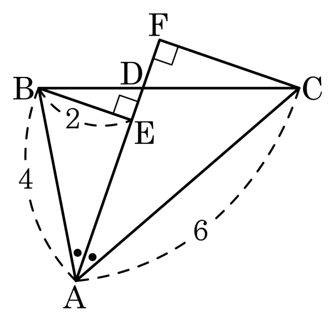
$\overline{PR} /\!/ \overline{AC}$ 이므로 $\triangle OPR \backsim \triangle OAC$

$3 : 5 = 2 : y$

$y = \frac{10}{3}$

$\therefore\ x+y = \frac{16}{3} + \frac{10}{3} = \frac{26}{3}$

6. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이고 점 B, C 에서 $\overline{AD}$ 또는 그 연장선 위에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라고 할 때, $\overline{CF}$ 의 길이는?



① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

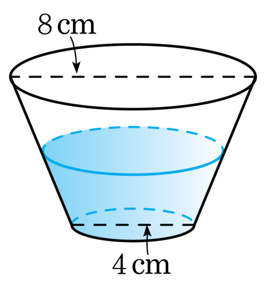
해설

$\triangle ABE$ 와 $\triangle ACF$ 는 닮음이다.

$\therefore\ 4 : 2 = 6 : \overline{CF}$

$\therefore\ \overline{CF} = 3$

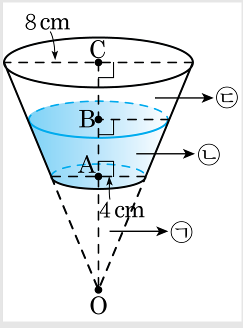
7. 다음 그림과 같이 그릇의 안이 원뿔대 모양인 그릇에 물을 부어서 높이가 절반이 되도록 하였다. 들어갈 수 있는 물의 최대 부피가 448cm^{3}일 때, 현재 물의 부피는 몇 cm^3 인가?



① 144cm^3　② 152cm^3　③ 164cm^3
④ 186cm^3　⑤ 224cm^3

해설

다음 그림과 같이 원뿔대를 연장하고, ㉠, ㉡, ㉢은 각각의 부피를 나타낸다고 하면



$\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 2$, $\overline{AB} : \overline{BC} = 1 : 1$ 이므로 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 를 각각 축으로 하는 원뿔의 닮음비는 $2 : 3 : 4$, 부피 비는 $8 : 27 : 64$ 이므로

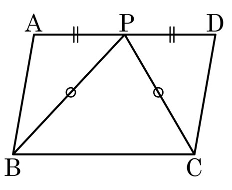
㉡ : (㉡ + ㉢)) = 19 : 56

현재 물의 부피를 $x$cm^3 라 할 때

$x : 448 = 19 : 56$

$\therefore\ x = 152$

8. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AM}} = \overline{\mathrm{DM}}$, $\overline{\mathrm{BM}} = \overline{\mathrm{CM}}$ 일 때, $\angle\mathrm{D}$ 의 크기는?

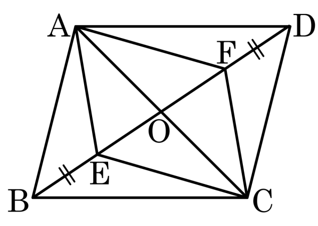


① $70°$　② $80°$　③ $90°$
④ $100°$　⑤ $110°$

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DC}}$, $\overline{\mathrm{AM}} = \overline{\mathrm{DM}}$, $\overline{\mathrm{BM}} = \overline{\mathrm{CM}}$ 이므로
$\triangle\mathrm{ABM} \equiv \triangle\mathrm{DCM}$(SSS합동)
$\angle\mathrm{A} + \angle\mathrm{D} = 180°$
$\angle\mathrm{A} = \angle\mathrm{D}$ 이므로
$\therefore \angle\mathrm{A} = \angle\mathrm{D} = 180° \times \dfrac{1}{2} = 90°$

9. 다음은 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 교점을 O라 하고 대각선 BD 위에 $\overline{BE}=\overline{DF}$가 되도록 두 점 E, F를 잡을 때, □AECF는 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



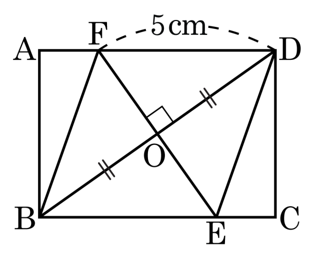
가정) □ABCD는 평행사변형, $\overline{BE}=\overline{DF}$
결론) □AECF는 평행사변형
증명) □ABCD는 평행사변형이므로
$\overline{OA}=\overline{OC}\cdots$㉠
$\overline{BE}=\overline{DF}$ 이므로
$\overline{OE}=\boxed{\quad}\cdots$㉡
㉠, ㉡에 의하여 □AECF는 평행사변형이다.

① $\overline{CO}$ ② $\overline{AF}$ ③ $\overline{OF}$ ④ $\overline{BE}$ ⑤ $\overline{CE}$

해설

□ABCD는 평행사변형이므로 $\overline{OA}=\overline{OC}$이고, $\overline{BE}=\overline{DF}$이므로 $\overline{OE}=\overline{OF}$이다.
따라서 □AECF는 평행사변형이다.

10. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BD}\perp\overline{FE}$ 일 때, 사각형 FBED 의 둘레의 길이를 구하여라.



① 18 cm　② 20 cm　③ 22 cm　④ 24 cm　⑤ 26 cm

해설

$\triangle FBO \equiv \triangle FDO$(SAS합동) 이므로

$\overline{FB} = \overline{FD}$

$\triangle FOD \equiv \triangle EOB$(ASA합동) 이므로

$\overline{FD} = \overline{EB}$

$\triangle BEO \equiv \triangle DEO$(SAS합동) 이므로

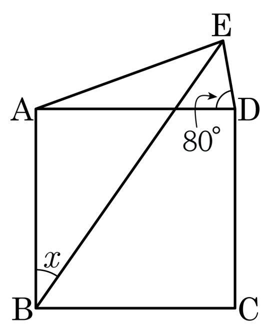
$\overline{EB} = \overline{ED}$

따라서 $\overline{FB} = \overline{EB} = \overline{ED} = \overline{FD}$ 이므로 □FBED 는 마름모이다.

따라서 □FBED 의 둘레의 길이는

$\overline{FB} + \overline{BE} + \overline{ED} + \overline{DF} = 4 \times 5 = 20\,(\mathrm{cm})$

11. 주어진 그림에서 □ABCD는 정사각형이고, $\overline{AD} = \overline{AE}$, $\angle ADE = 80°$ 일 때, $\angle x$의 크기는?



① 25° ② 30° ③ 35° ④ 40° ⑤ 45°

해설

$\triangle ADE$에서

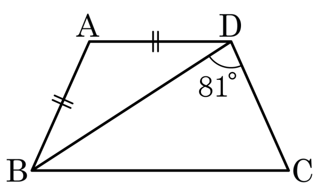
$\angle EAD = 180° - 2 \times 80° = 20°$

$\therefore\ \angle BAE = 90° + 20° = 110°$

이 때, $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{AE}$이므로

$\angle x = \frac{1}{2}(180° - 110°) = 35°$

12. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle BDC = 81°$일 때, $\angle DBC$의 크기는?

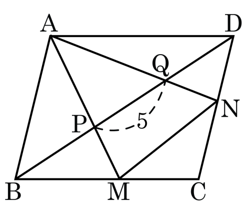


① 28° ② 31° ③ 33° ④ 35° ⑤ 37°

해설

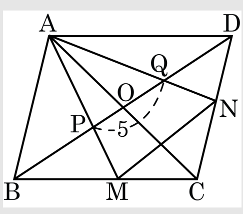
$\angle A + \angle ABC = \angle ADC + \angle C = 180°$이다.
$\overline{AB} = \overline{AD}$이므로 $\angle ABD = \angle ADB = x$라 하면
$\angle A = \angle ADC = 81° + x$
$\angle ABC = \angle C = 180° - (81° + x) = 99° - x$
$\angle DBC = \angle ABC - x = 99° - 2x$
$\triangle BDC$ 에서 $\angle DBC = 180° - (81° + \angle C) = x$
$\therefore\ \angle DBC = x = 33°$

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 M, N 은 각각 $\overline{BC}, \overline{DC}$ 의 중점이다. $\overline{PQ}=5$ 일 때, $\overline{MN}$ 의 길이를 구하면?



① $\frac{13}{2}$　② $\frac{15}{2}$　③ $\frac{17}{2}$
④ $\frac{19}{2}$　⑤ $\frac{21}{2}$

해설



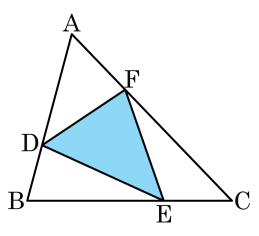
$\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 O 라고 하면 $\overline{AO}=\overline{CO}$ 이다.
$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AM}, \overline{BO}$ 는 중선이므로 점P 는 무게중심이므로
$\overline{PO}=\frac{1}{3}\overline{BO}$

점Q 도 $\triangle ACD$ 의 무게중심이므로 $\overline{QO}=\frac{1}{3}\overline{DO}$,

$\triangle BCD$ 에서 $\overline{BD}=3\overline{PQ}$, $\overline{BD}=3\times 5=15$

$\therefore\ \overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{15}{2}$

14. 다음 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{BE} : \overline{EC} = \overline{CF} : \overline{FA} = 2 : 1$ 이다. $\triangle ADF = 14\,cm^2$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이는?



① $18\,cm^2$　② $19\,cm^2$　③ $20\,cm^2$　④ $21\,cm^2$　⑤ $22\,cm^2$

해설

$\overline{CD}$ 를 그으면

$\triangle ADC = \frac{2}{3}\triangle ABC$

$\triangle ADF = \frac{1}{3}\triangle ADC = \frac{2}{9}\triangle ABC$

$\triangle ABC = 63\ (cm^2)$

마찬가지로

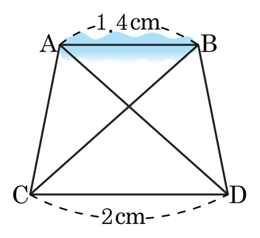
$\triangle DBE = \frac{2}{9}\triangle ABC$

$\triangle FEC = \frac{2}{9}\triangle ABC$

$\therefore\ \triangle DEF = \left(1 - \frac{2}{9} \times 3\right)\triangle ABC$

$= \frac{1}{3} \times 63 = 21\ (cm^2)$

15. A, B 두 지점 사이의 거리를 구하기 위해 250 m 떨어진 C, D 두 곳에서 A, B 지점을 보고 축도를 그렸다. 250 m 가 축도에서 2 cm 로 나타내어질 때, A, B 사이의 거리를 구하면?



① 160 m ② 165 m ③ 170 m

④ 175 m ⑤ 180 m

해설

$2 : 1.4 = 25000 : \overline{AB}$

$2\overline{AB} = 35000$, $\overline{AB} = 17500\ (\mathrm{cm}) = 175\ (\mathrm{m})$