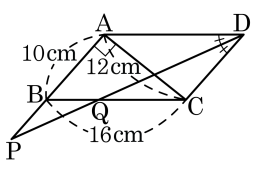
1. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle$D 의 이등분선과 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 연장선과의 교점을 P 라고 할 때, $\triangle$DQC 의 넓이는?



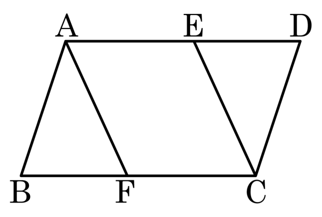
① $35\mathrm{cm}^2$ ② $37.5\mathrm{cm}^2$
③ $38\mathrm{cm}^2$ ④ $40\mathrm{cm}^2$
⑤ $60\mathrm{cm}^2$

해설

$\angle\mathrm{ADQ} = \mathrm{DQC}$ (엇각), $\overline{\mathrm{QC}} = \overline{\mathrm{CD}} = 10\,\mathrm{cm}$
□ABCD 에서 밑변을 $\overline{\mathrm{BC}}$ 로 볼 때, 높이를 x라고 하면 $10\times12 = 16x$, $x = 7.5$ (cm)

$\therefore\ \triangle\mathrm{DQC} = \dfrac{1}{2}\times10\times7.5 = 37.5\ (\mathrm{cm}^2)$

2. 다음은 평행사변형 ABCD에서 변 AD , 변 BC의 중점을 점 E, F라 할 때, ▱AFCE가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. 가정으로 옳은 것은?



[가정] $\boxed{}$
[결론] ▱AFCE 는 평행사변형
[증명] ▱ABCD 에서
$\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \overline{FC}$
즉, $\overline{AE} = \overline{FC} \cdots$ ㉠
$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
$\overline{AE} \parallel \overline{FC} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 ▱AFCE 는 평행사변형이다.

① ▱ABCD는 평행사변형, $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

② ▱ABCD는 평행사변형, $\overline{AB} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AB} = \overline{BC}$

③ ▱ABCD는 평행사변형, $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{AB} \parallel \overline{BC}$

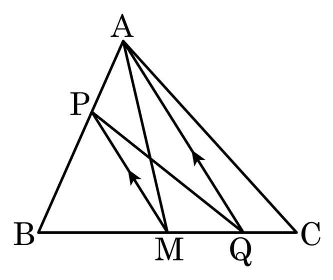
④ ▱ABCD는 평행사변형, $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

⑤ ▱ABCD는 평행사변형, $\overline{AE} = \overline{ED}$, $\overline{BF} = \overline{FC}$

해설

가정 : ▱ABCD는 평행사변형, $\overline{AE} = \overline{ED}$, $\overline{BF} = \overline{FC}$
결론 : ▱AFCE는 평행사변형이다.

3. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 위의 점 P 를 지나고 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하는 직선은?

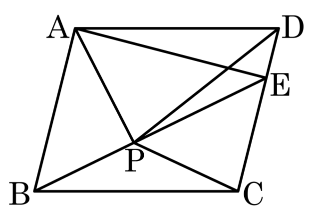


① $\overline{PM}$ ② $\overline{PQ}$ ③ $\overline{PC}$ ④ $\overline{PB}$ ⑤ $\overline{PA}$

해설

$\overline{BC}$ 의 중점 M 을 잡고 $\overline{PM}//\overline{AQ}$ 인 점 Q 를 잡으면 $\overline{PQ}$ 는 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분한다.

4. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BP}} : \overline{\mathrm{PE}} = 3 : 4$ 이고, $\triangle\mathrm{DPC} = 100\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{ABP}$ 의 넓이는?



① $30\mathrm{cm}^2$ ② $40\mathrm{cm}^2$ ③ $60\mathrm{cm}^2$

④ $70\mathrm{cm}^2$ ⑤ $75\mathrm{cm}^2$

해설

평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P를 잡을 때,

$\triangle\mathrm{ABP} + \triangle\mathrm{DPC} = \frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} \cdots$ ㉠

또한, $\overline{\mathrm{CD}}$ 위의 한 점 E를 잡을 때,

$\triangle\mathrm{ABE} = \frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의해 $\triangle\mathrm{ABP} + \triangle\mathrm{DPC} = \triangle\mathrm{ABE}$ 이고,

$\triangle\mathrm{ABE} = \triangle\mathrm{ABP} + \triangle\mathrm{APE}$ 이므로

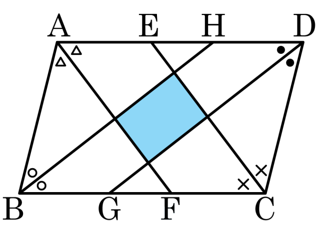
$\triangle\mathrm{APE} = \triangle\mathrm{DPC} = 100(\mathrm{cm}^2)$

$\overline{\mathrm{BP}} : \overline{\mathrm{PE}} = 3 : 4$ 에서 $\triangle\mathrm{ABP} : \triangle\mathrm{APE} = 3 : 4$ 이므로

$\triangle\mathrm{ABP} : 100 = 3 : 4$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ABP} = 75(\mathrm{cm}^2)$

5. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD에서 네 각의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 E, F, G, H라고 할 때, 색칠한 부분의 사각형의 성질로 옳은 것은?



① 두 쌍의 대각의 크기가 다르다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 다르다.

③ 두 대각선이 직교한다.

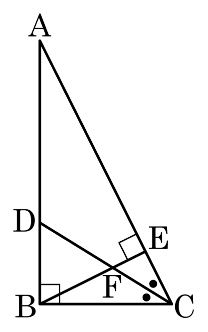
④ 두 대각선의 길이가 같다

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

해설

평행사변형의 네 내각의 이등분선을 연결하여 만들어진 사각형은
$2(\circ + \bullet) = 180^\circ$ 이므로 $\circ + \bullet = 90^\circ$
따라서 색칠한 부분의 사각형의 한 내각의 크기가 90°이므로 직사각형이다.
직사각형의 성질은 두 대각선의 길이가 모두 같다.

6. 다음 그림에서 $\angle BFD$ 와 크기가 같은 것은?



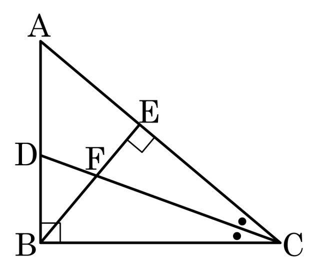
① $\angle ADC$ ② $\angle EBC$ ③ $\angle BAC$

④ $\angle BDC$ ⑤ $\angle ABE$

해설

$\angle BFD = \angle CFE = 180° - (\angle FEC + \angle FCE) = 180° - (\angle DBC + \angle DCB) = \angle BDC$

7. 다음 그림에서 $\angle A = 30°$일 때, $\angle BFD$의 크기와 크기가 같은 각은?



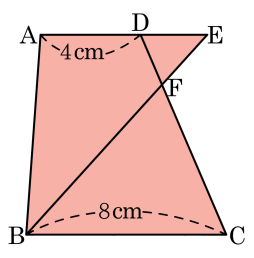
① $55°$, $\angle ADC$ ② $50°$, $\angle EBC$ ③ $65°$, $\angle BAC$

④ $60°$, $\angle BDC$ ⑤ $70°$, $\angle ABE$

해설

$\angle BFD = \angle CFE = 180° - (\angle FEC + \angle FCE) = 180° - (\angle DBC + \angle DCB) = \angle BDC = 60°$

8. 다음 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} = 4\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\,\text{cm}$ 이다. $\overline{AD}$ 의 연장선 위의 점 E 에 대하여 $\overline{BE}$가 □ABCD 의 넓이를 이등분할 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하면?



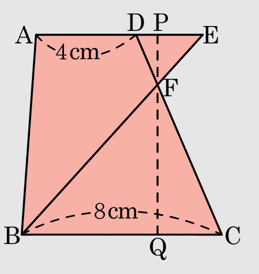
① $\frac{12}{7}$ cm ② $\frac{13}{5}$ cm ③ $\frac{9}{2}$ cm
④ $\frac{11}{4}$ cm ⑤ $\frac{8}{3}$ cm

해설

□ABCD 의 높이를 h 라 하면

□ABCD $= (4+8) \times h \times \frac{1}{2} = 6h$, △FBC $= \frac{1}{2}$□ABCD $= 3h$

이다.
점 F 를 지나고 $\overline{AE}$, $\overline{BC}$ 에 수직인 직선을 그어 만나는 점을 P, Q 라고 하면

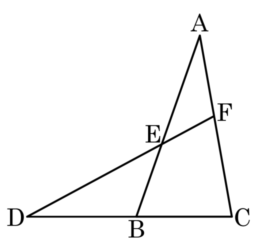


△FBC $= 3h = \frac{1}{2} \times 8 \times \overline{FQ}$, $\overline{FQ} = \frac{3}{4}h$, $\overline{FP} = \frac{1}{4}h$ 이다.

△FBC ∽ △FED 이므로 $3 : 1 = 8 : \overline{DE}$ 이다.

$\therefore \overline{DE} = \frac{8}{3}(\text{cm})$

9. 다음 그림에서 $\overline{AE} : \overline{EB} = 3 : 2$, $\overline{AF} : \overline{FC} = 4 : 5$ 이다. $\overline{BC} = 14\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하면?



① 10 cm ② 12 cm ③ 14 cm

④ 16 cm ⑤ 18 cm

해설

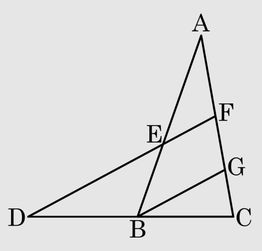
그림에서와 같이 $\overline{DF}$ 와 평행이 되도록 $\overline{BG}$ 를 그으면,

$\overline{AE} : \overline{EB} = \overline{AF} : \overline{FG} = 3 : 2 = 12 : 8$

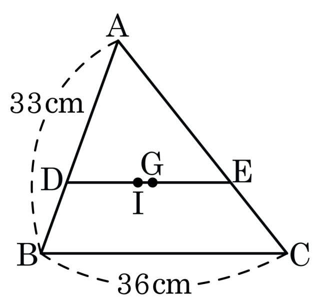
$\overline{AF} : \overline{FC} = 4 : 5 = 12 : 15$

따라서 $\overline{AF} : \overline{FG} : \overline{GC} = 12 : 8 : 7$

$\overline{DB} : \overline{BC} = 8 : 7$ $\quad\therefore\ \overline{BD} = 16\,\text{cm}$



10. 다음 그림에서 점 G, I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 무게중심과 내심이다. $\overline{DE}//\overline{BC}$ 이고 $\overline{AB}=33\text{cm}$, $\overline{BC}=36\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$: $\overline{AC}$ 를 바르게 구한 것은?



① 7 : 11　　② 9 : 11　　③ 7 : 13

④ 9 : 13　　⑤ 11 : 13

해설

$\overline{DE}$: $\overline{BC}=2:3$, $\overline{DE}:36=2:3$, $\overline{DE}=24(\text{cm})$

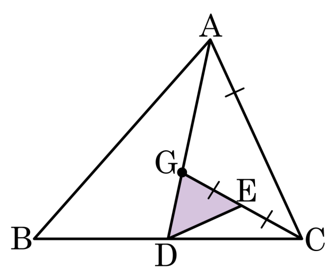
$\overline{AB}$: $\overline{DB}=3:1$, $33:$ $\overline{DB}=3$: 1, $\overline{DB}=11(\text{cm})$

$\overline{DB}=\overline{DI}$, $\overline{IE}=\overline{EC}$ 이므로, $\overline{EC}=\overline{IE}=24-11=13(\text{cm})$

$\therefore \overline{AC}$: $\overline{EC}=3:1$, $\overline{AC}:$ $13=3$: $1, \overline{AC}=39(\text{cm})$

$\overline{AB}$: $\overline{AC}=33:39=11:13$

11. 다음 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이고, $\overline{GE} = \overline{CE}$ 이다. $\triangle ABC$의 넓이가 $36cm^2$ 일 때, $\triangle GDE$의 넓이를 구하면?



① $5cm^2$　② $4.5cm^2$　③ $4cm^2$　④ $3cm^2$　⑤ $2.5cm^2$

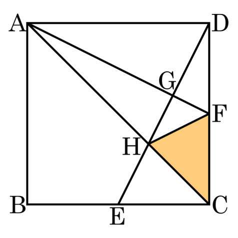
해설

$\triangle GCD = \frac{1}{6}\triangle ABC = 6(cm^2)$

$\overline{GE} : \overline{EC} = 1 : 1$ 이므로

$\triangle GDE = \frac{1}{2}\triangle GCD = 3(cm^2)$ 이다.

12. 다음 그림은 한 변의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$ 인 정사각형이다. 점 E, F 가 각각 $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 중점일 때, $\triangle\mathrm{HCF}$ 의 넓이는?

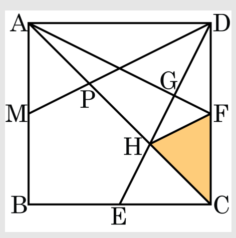


① $5\,\mathrm{cm}^2$　② $\dfrac{16}{3}\,\mathrm{cm}^2$　③ $\dfrac{17}{3}\,\mathrm{cm}^2$

④ $6\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $\dfrac{19}{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{\mathrm{AB}}$ 의 중점 M 과 점 D 를 이으면, $\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{PH}} = \overline{\mathrm{HC}}$ 이므로

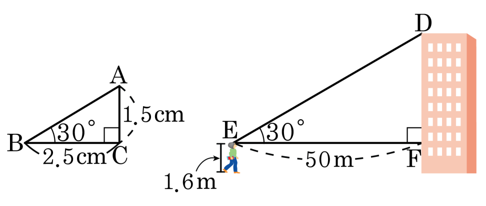


$\triangle\mathrm{DHC} = \dfrac{1}{3}\triangle\mathrm{ACD}$,

$\triangle\mathrm{HFC} = \dfrac{1}{2}\triangle\mathrm{DHC}$

$$\begin{aligned}\triangle\mathrm{HCF} &= \frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\triangle\mathrm{ACD}\\ &= \frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD}\\ &= \frac{1}{12}\times 8\times 8 = \frac{16}{3}\ \left(\mathrm{cm}^2\right)\end{aligned}$$

13. 눈높이가 $1.6\,\mathrm{m}$ 인 혜선이가 어떤 건물로부터 $50\,\mathrm{m}$ 떨어진 곳에서 건물의 끝 D 지점을 올려다 본 각의 크기가 $30\,°$ 이었다. 이를 바탕으로 $\angle\mathrm{B} = 30\,°$, $\angle\mathrm{C} = 90\,°$, $\overline{\mathrm{BC}} = 2.5\,\mathrm{cm}$ 인 직각삼각형 ABC 를 그렸더니 $\overline{\mathrm{AC}} = 1.5\,\mathrm{cm}$ 이었다. 이 건물의 실제 높이는 몇 m 인가?



① $28.6\,\mathrm{m}$ ② $30\,\mathrm{m}$ ③ $31.6\,\mathrm{m}$
④ $32\,\mathrm{m}$ ⑤ $32.6\,\mathrm{m}$

해설

$(\text{축척}) = \dfrac{2.5\,\mathrm{cm}}{50\,\mathrm{m}} = \dfrac{2.5\,\mathrm{cm}}{5000\,\mathrm{cm}} = \dfrac{1}{2000}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{DF}} = 1.5\ (\mathrm{cm}) \times 2000 = 3000\ (\mathrm{cm}) = 30\ (\mathrm{m})$

따라서 건물의 실제 높이는 $1.6 + 30 = 31.6\ (\mathrm{m})$