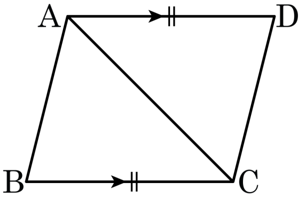
1. 다음은 '한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이다.' 를 증명하는 과정이다. 밑줄 친 부분 중 <u>틀린</u> 곳을 모두 고르면?



가정) □ABCD 에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, ㄱ. $\underline{\overline{AD} = \overline{BC}}$

결론) $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$

증명) 대각선 AC를 그으면

$\triangle$ABC 와 $\triangle$CDA 에서

ㄱ. $\underline{\overline{AD} = \overline{BC}}$ (가정) $\cdots$㉠

ㄴ. $\underline{\angle DCA = \angle BAC}$ (엇각) $\cdots$㉡

ㄷ. $\underline{\overline{AC}}$ 는 공통 $\cdots$㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ (ㄹ. <u>SAS</u> 합동)

ㅁ. $\underline{\angle DAC = \angle BCA}$ 이므로

$\therefore \overline{AB} /\!/ \overline{DC}$

따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로

□ABCD는 평행사변형이다.

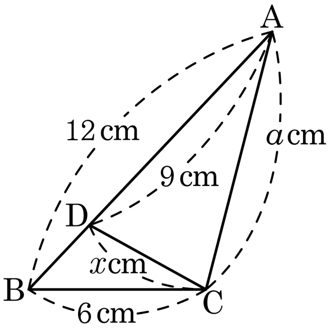
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄹ ⑤ ㅁ

해설

ㄴ. $\angle DCA = \angle BAC \rightarrow \angle DAC = \angle BCA$

ㅁ. $\angle DAC = \angle BCA \rightarrow \angle DCA = \angle BAC$

2. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{AD} = 9\text{cm}$, $\overline{AC} = a\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\,\text{cm}$ 일 때, x의 값을 a에 관하여 나타내면?



① $3a$ ② $\frac{2a}{3}$ ③ $\frac{a}{2}$ ④ $\frac{a}{3}$ ⑤ $2a$

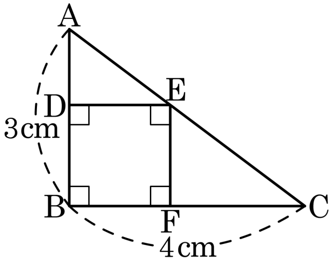
해설

$\angle B$ 는 공통, $\overline{BD} : \overline{BC} = \overline{BC} : \overline{BA} = 1 : 2$ 이므로 $\triangle BDC \backsim \triangle BCA$(SAS닮음)

닮음비가 $1 : 2$ 이므로 $x : a = 1 : 2$

$\therefore\ x = \frac{a}{2}$

3. 아래 그림에서 $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\text{cm}$, $\overline{AC} = 5\text{cm}$ 일 때, 정사각형 DBFE 의 한 변의 길이를 구하면?



① 2cm ② $\frac{12}{7}$cm ③ $\frac{10}{7}$cm
④ $\frac{3}{2}$cm ⑤ 1cm

해설

$\triangle ABC \backsim \triangle ADE$ (AA 닮음) 이므로

$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DE}$

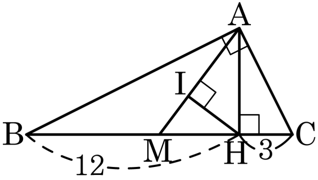
정사각형의 한 변인 $\overline{DE}$ 를 a (cm) 라고 하면

$3 : (3 - a) = 4 : a$

$a = \frac{12}{7}$

$\therefore \frac{12}{7}\text{cm}$

4. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 M 이 $\overline{BC}$ 의 중점이고, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{AM} \perp \overline{HI}$ 일 때, $\overline{AI}$ 의 길이를 구하면?



① $\frac{21}{5}$ ② $\frac{22}{5}$ ③ $\frac{23}{5}$ ④ $\frac{24}{5}$ ⑤ 5

해설

점 M은 직각삼각형의 외심이므로 $\overline{AM} = \frac{15}{2}$

$\triangle ABH \backsim \triangle CAH$ 이므로 $\overline{AH}^2 = 12 \times 3$

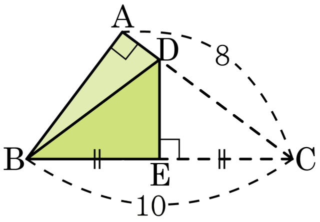
$\overline{AH} = 6$

$\triangle AIH \backsim \triangle AHM$ 이므로 $6^2 = \overline{AI} \cdot \overline{AM}$

$6^2 = \overline{AI} \times \frac{15}{2}$

$\therefore\ \overline{AI} = \frac{24}{5}$

5. 다음 그림에서 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 를 선분 DE 를 접는 선으로 하여 꼭짓점 B 와 C 를 일치하게 접었을 때, $\overline{AD}$ 의 값은?



① $\frac{1}{5}$ ② 3 ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{7}{5}$

해설

$\angle C$ 는 공통, $\angle CED = \angle CAB$ 이므로

$\triangle CED \backsim \triangle CAB$ (AA 닮음)

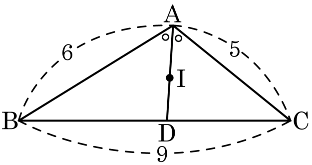
$\overline{CE} : \overline{CA} = \overline{CD} : \overline{CB}$

$5 : 8 = \overline{CD} : 10$

$8\overline{CD} = 50 \qquad \therefore \ \overline{CD} = \frac{25}{4}$

$\therefore \ \overline{AD} = 8 - \frac{25}{4} = \frac{7}{4}$

6. 다음 그림에서 점I는 내심이다. $\overline{AB}=6$, $\overline{AC}=5$, $\overline{BC}=9$ 일 때, $\overline{AI}:\overline{ID}$ 를 구하면?



① $3:2$ ② $9:5$

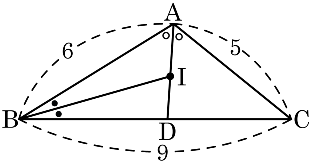
③ $5:6$ ④ $9:11$

⑤ $11:9$

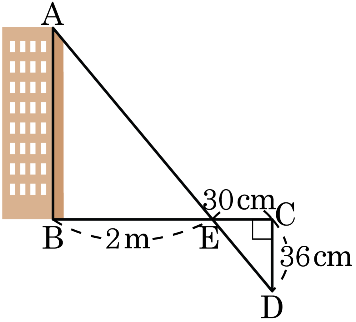
해설

$\overline{BD}:\overline{DC}=6:5$ 이므로 $\overline{BD}=9\cdot\dfrac{6}{11}=\dfrac{54}{11}$

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BI}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이므로 $\overline{AI}:\overline{ID}=\overline{BA}:\overline{BD}=6:\dfrac{54}{11}=66:54=11:9$



7. 건물의 높이를 알아보기 위해 축도를 그렸다. 측정한 결과가 다음 그림과 같을 때, 건물의 높이를 구하면?



① 1.8 m ② 2 m ③ 2.1 m

④ 2.3 m ⑤ 2.4 m

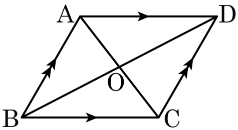
해설

건물의 높이를 x 라 하면,

$x : 36 = 200 : 30$

따라서 건물의 높이는 2.4 m이다.

8. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 O 는 두 대각선의 교점일 때, 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면? (정답 3 개)



① $\overline{AO} = \overline{CO}$

② $\triangle ABO \equiv \triangle CDO$

③ $\triangle BOC \equiv \triangle CDO$

④ $\angle BAO = \angle DAO$

⑤ $\overline{AB} = \overline{DC}$

해설

$\triangle ABO$ 와 $\triangle CDO$ 에서 $\angle ABO = \angle CDO$ (엇각)

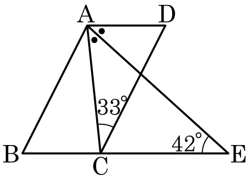
$\overline{AB} = \overline{CD}$ (평행사변형의 대변)

$\angle BAO = \angle DCO$ (엇각)

$\therefore\ \triangle ABO \equiv \triangle CDO$ (ASA 합동)

$\therefore\ \overline{AO} = \overline{CO},\ \overline{OB} = \overline{OD}$

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle DAC$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 연장선이 점 E 에서 만난다. $\angle ACD = 33°$, $\angle E = 42°$ 일 때, $\angle B$ 의 크기는?



① 61°　② 63°　③ 65°

④ 67°　⑤ 69°

해설

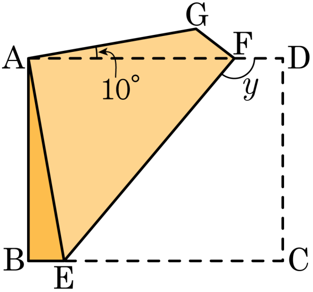
$\angle DAE = \angle AEC = 42°$ (엇각)

$\angle DAC = 42° \times 2 = 84°$

$\angle BCD = 84° + 33° = 117°$

$\angle B = 180° - 117° = 63°$

10. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 꼭짓점 C가 A에 오도록 접었다. $\angle GAF = 10°$ 일 때, $\angle x$는?

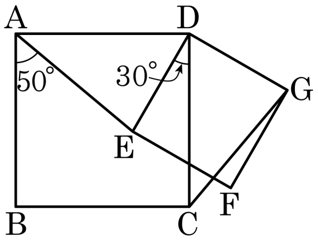


① 110 ° ② 115 ° ③ 120 ° ④ 125 ° ⑤ 130 °

해설

$\angle GAE = \angle GAF + \angle EAF = 90°$, $\angle BAF = \angle BAE + \angle EAF = 90°$
인데 $\angle EAF$ 는 공통이므로 $\angle GAF = \angle BAE = 10°$
따라서 $\triangle ABE$ 에서
$\angle AEB = 180° - (90° + 10°) = 80°$ 이다.
$\angle FEC = \angle FEA$ (접은각),
$\angle CEF + \angle FEA + \angle AEB = 180°$ 에서 $\angle FEC = 50°$
$\square FDCE$ 에서 $\angle x + 2 \times 90° + 50° = 360°$
$\therefore \angle x = 130°$

11. 다음 그림과 같이 한 점 D를 공유하는 두 정사각형 ABCD 와 DEFG 에서 $\angle BAE = 50°$, $\angle CDE = 30°$ 일 때, $\angle CGD = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



① 60 ② 65 ③ 70 ④ 75 ⑤ 80

해설

$\triangle DEA$ 와 $\triangle DGC$ 에서

$\overline{DA} = \overline{DC}$

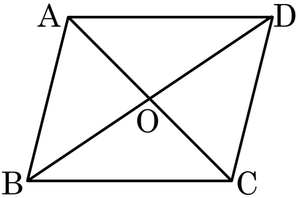
$\overline{DE} = \overline{DG}$

$\angle ADE = 90° - 30° = 60°$, $\angle CDG = 90° - 30° = 60°$ 이므로

$\triangle DEA \equiv \triangle DGC$ (SAS 합동)

$\angle DAE = 90° - 50° = 40°$ 이고 $\angle ADE = 60°$ 이므로 $\angle AED = 180° - 40° - 60° = 80°$ 이다. 따라서 $\angle CGD = 80°$ 이다.

12. 다음 평행사변형 ABCD가 직사각형이 되려면 다음 중 어떤 조건이 더 있어야 하는지 모두 골라라.



① $\overline{AB} = \overline{AD}$

② $\angle A = 90°$

③ $\overline{AC} = \overline{BD}$

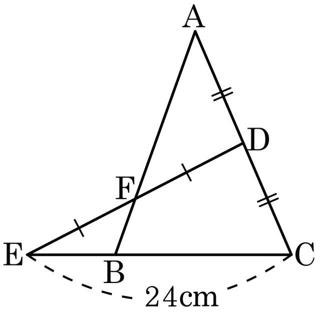
④ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

⑤ $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO}$

해설

평행사변형이 직사각형이 되려면, 한 각이 $90°$이거나, 대각선의 길이가 같아야 한다.

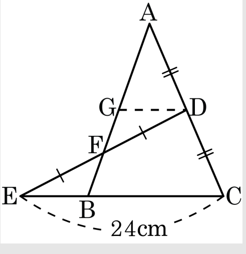
13. 다음 그림에서 $\overline{AD}=\overline{DC}, \overline{EF}=\overline{FD}$ 일 때, $\overline{EB}$ 의 길이를 바르게 구한 것은?



① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm ④ 9 cm ⑤ 10 cm

해설

다음 그림과 같이 $\overline{GD}\,/\!/\,\overline{EC}$ 가 되도록 점 G 를 잡으면



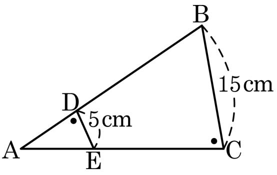
$\triangle GFD \equiv \triangle BFE$(ASA합동) 이므로 $\overline{EB}=\overline{DG}\cdots$ ㉠ 또, $\triangle ABC$ 에서 $\overline{DG}=\frac{1}{2}\overline{BC}\cdots$ ㉡

㉠,㉡에서 $\overline{EB}=\frac{1}{2}\overline{BC}$ 이므로 $\overline{BC}=2\overline{EB}$

따라서 $\overline{EC}=\overline{EB}+\overline{BC}=\overline{EB}+2\overline{EB}=3\overline{EB}=24$

$\therefore \overline{EB}=8(\text{ cm})$

14. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ACB = \angle C$ 이고, $\overline{DE} = 5\,cm$, $\overline{BC} = 15\,cm$ 이다. $\triangle ACB = 18\,cm^2$ 일 때, 닮음인 두 삼각형을 찾아 닮음비를 말하고, $\triangle ACB$와 $\square DBCE$ 의 넓이의 비를 구하면?



① $\triangle ADE \backsim \triangle ACB$, $1:3$, $1:8$

② $\triangle ADE \backsim \triangle ACB$, $1:4$, $1:8$

③ $\triangle ADE \backsim \triangle ACB$, $1:3$, $3:15$

④ $\triangle ADE \backsim \triangle ACB$, $1:4$, $1:9$

⑤ $\triangle ADE \backsim \triangle ACB$, $1:3$, $1:9$

해설

$\triangle ADE \backsim \triangle ACB$ (AA 닮음)

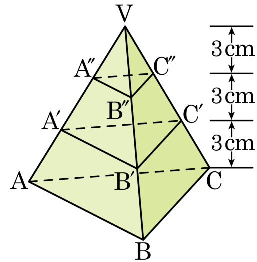
이때, 닮음비는 $\overline{DE} : \overline{CB} = 5 : 15 = 1 : 3$ 이므로

$\triangle ADE : \triangle ABC = 1 : 9 = 18 : \triangle ABC$

$\therefore\ \triangle ABC = 162\,cm^2$ $\qquad \therefore\ \square DBCE = 144\,cm^2$

따라서 $\triangle ADE : \square DBCE = 1 : 8$

15. 다음 그림은 삼각뿔 V – ABC 를 밑면에 평행인 평면으로 자른 것이다. $\triangle\mathrm{A'B'C'} = 27\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{ABC}$ 와 $\triangle\mathrm{A''B''C''}$ 의 넓이를 바르게 구한 것은?



① $\triangle\mathrm{ABC} = \dfrac{243}{8}\,\mathrm{cm}^2,\ \triangle\mathrm{A''B''C''} = \dfrac{27}{8}\,\mathrm{cm}^2$

② $\triangle\mathrm{ABC} = \dfrac{243}{8}\,\mathrm{cm}^2,\ \triangle\mathrm{A''B''C''} = \dfrac{9}{2}\,\mathrm{cm}^2$

③ $\triangle\mathrm{ABC} = \dfrac{243}{4}\,\mathrm{cm}^2,\ \triangle\mathrm{A''B''C''} = \dfrac{9}{2}\,\mathrm{cm}^2$

④ $\triangle\mathrm{ABC} = \dfrac{162}{4}\,\mathrm{cm}^2,\ \triangle\mathrm{A''B''C''} = \dfrac{9}{4}\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $\triangle\mathrm{ABC} = \dfrac{243}{4}\,\mathrm{cm}^2,\ \triangle\mathrm{A''B''C''} = \dfrac{27}{4}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle\mathrm{A''B''C''} : \triangle\mathrm{A'B'C'} = 1^2 : 2^2 = 1 : 4$

$\triangle\mathrm{A''B''C''} : 27 = 1 : 4$

$\triangle\mathrm{A''B''C''} = \dfrac{27}{4}\ (\mathrm{cm}^2)$

$\triangle\mathrm{A'B'C'} : \triangle\mathrm{ABC} = 2^2 : 3^2 = 4 : 9$

$27 : \triangle\mathrm{ABC} = 4 : 9$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ABC} = \dfrac{243}{4}\ (\mathrm{cm}^2)$