

1. 다음은 '한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 증명하는 과정이다. 밑줄 친 부분 중 틀린 곳을 모두 고르면?

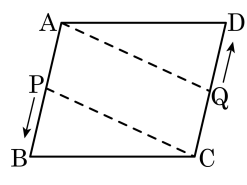
가정) □ABCD에서 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, ㄱ. $\overline{AD} = \overline{BC}$
 결론) $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$
 증명) 대각선 AC를 그으면
 △ABC와 △CDA에서
 ㄱ. $\overline{AD} = \overline{BC}$ (가정) ...㉠
 ㄴ. $\angle DCA = \angle BAC$ (엇각) ...㉡
 ㄷ. $\overline{AC}$ 는 공통 ...㉢
 ㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ (ㄹ. SAS 합동)
 ㄴ. $\angle DAC = \angle BCA$ 이므로
 ∴ $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$
 따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로
 □ABCD는 평행사변형이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄹ ⑤ ㄴ

해설

ㄴ, $\angle DCA = \angle BAC \rightarrow \angle DAC = \angle BCA$
 ㄴ, $\angle DAC = \angle BCA \rightarrow \angle DCA = \angle BAC$

2. $\overline{AB} = 100\text{m}$ 인 평행사변형 ABCD 를 점 P 는 A 에서 B 까지 매초 5m의 속도로, 점 Q 는 7m의 속도로 C 에서 D 로 이동하고 있다. P 가 A 를 출발한 4 초 후에 Q 가 점 C 를 출발한다면 $\square APCQ$ 가 평행사변형이 되는 것은 Q 가 출발한 지 몇 초 후인가?



- ① 5 초 ② 8 초 ③ 10 초 ④ 12 초 ⑤ 15 초

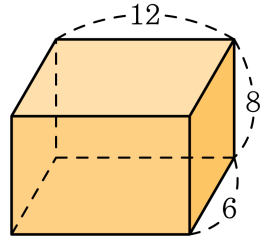
해설

$\square APCQ$ 가 평행사변형이 되려면 $\overline{AP} = \overline{CQ}$ 가 되어야 하므로 Q 가 이동한 시간을 x (초)라 하면 P 가 이동한 시간은 $x + 4$ (초)이다.

$$\overline{AP} = 5(x + 4), \overline{CQ} = 7x, 5(x + 4) = 7x$$

$\therefore x = 10$ (초)이다.

3. 다음 그림과 같은 직육면체와 닮음이고 한 모서리의 길이가 4 인 직육면체를 만들려고 한다. 이 때, 새로 만드는 직육면체의 모서리가 될 수 없는 것은?



- ① 2 ② 3 ③ $\frac{8}{3}$ ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{16}{3}$

해설

작은 변부터 세 변의 비가 $3 : 4 : 6$ 이므로 한 변의 길이가 4 인 닮은 직육면체는

1) $3 : 4 : 6 = x : y : 4 \Rightarrow 2 : \frac{8}{3} : 4$

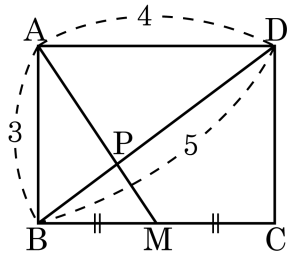
2) $3 : 4 : 6 = x : 4 : y \Rightarrow 3 : 4 : 6$

3) $3 : 4 : 6 = 4 : x : y \Rightarrow 4 : \frac{16}{3} : 8$

세 가지 경우이다.

따라서 모서리가 될 수 없는 것은 $\frac{10}{3}$ 이다.

4. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 3$, $\overline{BD} = 5$, $\overline{AD} = 4$ 이다.
 $\overline{BC}$ 의 중점을 M, AM 과 $\overline{BD}$ 의 교점을 P 라고 할 때, $\overline{BP}$ 의 길이는?

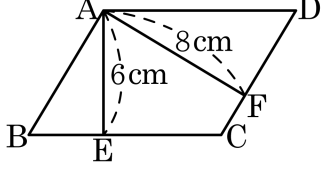


- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

해설

$\triangle BPM$ 과 $\triangle DPA$ 에서
 $\angle BMP = \angle DAP$ ($\because$ 엇각)
 $\angle BPM = \angle DPA$ ($\because$ 맞꼭지각)
 $\therefore \triangle BPM \sim \triangle DPA$ (AA 닮음)
 $\overline{BP} : \overline{DP} = \overline{BM} : \overline{DA}$ 이므로
 $\overline{BP} : \overline{DP} = 2 : 4 = 1 : 2$
 $\therefore \overline{BP} = \frac{1}{3}\overline{BD} = \frac{1}{3} \times 5 = \frac{5}{3}$

5. 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A 에서 변 BC, CD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, $\overline{AB} : \overline{AD}$ 를 구하라.



- ① 2 : 3 ② 1 : 2 ③ 4 : 5 ④ 1 : 3 ⑤ 3 : 4

해설

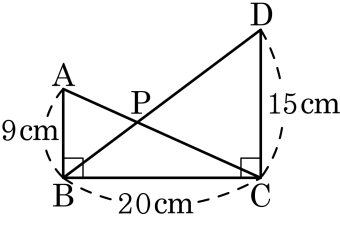
$\angle B = \angle D$, $\angle AEB = \angle AFD = 90^\circ$ 이므로

$\triangle ABE \sim \triangle ADF$ (AA 답음)

$$\overline{AE} : \overline{AF} = 6 : 8 = 3 : 4$$

$$\therefore \overline{AB} : \overline{AD} = 3 : 4$$

6. 다음 그림에서 점 P 가 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 의 교점일 때, $\triangle PBC$ 의 넓이를 구하면?



- ① $\frac{104}{3} \text{ cm}^2$ ② $\frac{225}{4} \text{ cm}^2$ ③ $\frac{147}{2} \text{ cm}^2$
 ④ $\frac{149}{4} \text{ cm}^2$ ⑤ $\frac{150}{3} \text{ cm}^2$

해설

점 P 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

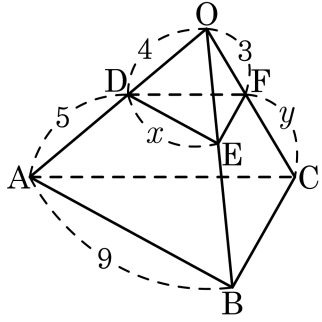
$$\overline{AP} : \overline{CP} = 3 : 5, \overline{BH} : \overline{CH} = 3 : 5$$

$$\overline{PH} : \overline{AB} = \overline{CH} : \overline{CB}$$

$$\overline{PH} : 9 = 5 : 8, \overline{PH} = \frac{45}{8} (\text{cm})$$

$$\therefore \triangle PBC = \frac{1}{2} \times 20 \times \frac{45}{8} = \frac{225}{4} (\text{cm}^2)$$

7. 다음 그림의 삼각뿔 $O-ABC$ 에서 $\triangle DEF$ 를 포함하는 평면과 $\triangle ABC$ 를 포함하는 평면이 서로 평행할 때, $x+4y$ 의 값은?



- ① 4 ② 9 ③ $\frac{31}{4}$ ④ 15 ⑤ 19

해설

$\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ 이므로 $\triangle ODE \sim \triangle OAB$

$$4 : 9 = x : 9$$

$$x = 4$$

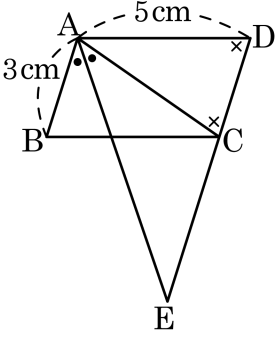
$\overline{DF} \parallel \overline{AC}$ 이므로 $\triangle ODF \sim \triangle OAC$

$$4 : 5 = 3 : y$$

$$y = \frac{15}{4}$$

$$\therefore x + 4y = 4 + 4 \times \frac{15}{4} = 19$$

8. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle ACD = \angle ADC$ 이고 변 DC의 연장선과 $\angle BAC$ 의 이등분선의 교점을 E라 한다. $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{AD} = 5\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



- ① 8cm ② 10cm ③ 12cm ④ 14cm ⑤ 16cm

해설

□ABCD는 평행사변형에서 $\overline{AB} = \overline{DC} = 3\text{cm}$ 이고, $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ 이므로
 $\therefore \angle BAE = \angle CEA = \angle CAE$ 이다.
 $\angle ACD = \angle ADC$ 이므로 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이다. $\overline{AD} = \overline{AC} = 5\text{cm}$
 $\angle CAE = \angle CEA$ 이므로 $\triangle ACE$ 는 이등변삼각형이다. $\overline{AC} = \overline{CE} = 5\text{cm}$
 $\therefore \overline{DE} = \overline{DC} + \overline{CE} = 3 + 5 = 8(\text{cm})$

9. 다음 중 $\square ABCD$ 가 평행사변형이 되는 것은?

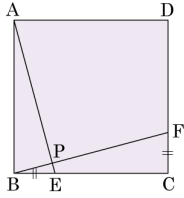
- ① $\overline{AO} = 3\text{cm}$, $\overline{CO} = 4\text{cm}$, $\overline{DO} = 4\text{cm}$, $\overline{BO} = 3\text{cm}$ (단, 점 O 는 두 대각선의 교점)
- ② $\angle A = 150^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 150^\circ$
- ③ $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$
- ④ $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{AD} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{CD} = 8\text{cm}$
- ⑤ $\angle A = 110^\circ$, $\angle C = 110^\circ$, $\angle D = 60^\circ$

해설

② $\angle D = 360^\circ - (150^\circ + 30^\circ + 150^\circ) = 30^\circ$ 이므로 $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 이다.

따라서 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.

10. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD에서 $\overline{BE} = \overline{CF}$ 이다. $\triangle ABP = 40\text{ cm}^2$ 일 때, $\square PECF$ 의 넓이를 구하여라.

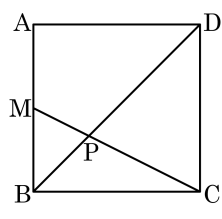


- ① 32 cm^2
- ② 34 cm^2
- ③ 36 cm^2
- ④ 38 cm^2
- ⑤ 40 cm^2

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle BCF$ 이고 $\triangle BPE$ 는 공통이므로
 $\triangle ABP = \square PECF$ 이다.

11. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 점 M 은 $\overline{AB}$ 의 중점이다. $\triangle MBP = 15\text{ cm}^2$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하면?

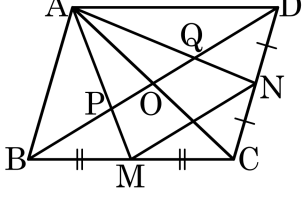


- ① 120 cm^2 ② 140 cm^2 ③ 160 cm^2
 ④ 180 cm^2 ⑤ 200 cm^2

해설

$\overline{BC}$ 의 중점 N 을 잡으면
 $\triangle PMB \equiv \triangle PNB$ (SAS합동)
 $\triangle PCN = \triangle PNB = \triangle PMB = 15(\text{cm}^2)$
 $\therefore \square ABCD = 4\triangle MBC = 4 \times 15 \times 3 = 180(\text{cm}^2)$

12. 평행사변형 ABCD 의 두 변 BC, CD 의 중점을 각각 M, N 이라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

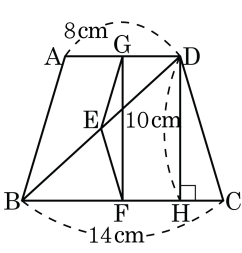


- ① $\overline{BP} = \overline{PQ} = \overline{QD}$
 ② $\overline{BP} = 2\overline{OQ}$
- ③ $6\Box OPMC = \Box ABCD$
 ④ $\triangle APO \equiv \triangle AQO$
- ⑤ $\overline{MN} = \overline{BO}$

해설

④는 넓이는 같지만 합동은 아니다.

13. 사다리꼴 ABCD에서 점 G, E, F는 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\triangle EGF$ 와 $\square ABCD$ 의 넓이의 비를 바르게 구한 것은?



- ① 7 : 42 ② 8 : 43 ③ 8 : 44 ④ 3 : 44 ⑤ 8 : 45

해설

$$\square ABFG = (7 + 4) \times 10 \times \frac{1}{2} = 55 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\square ABEG = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times 8 \times 10 = 30 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\triangle EBF = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times 14 \times 10 = \frac{35}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

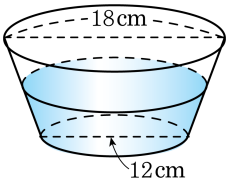
$$\triangle EGF = 55 - \left(30 + \frac{35}{2} \right) = \frac{15}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\square ABCD = (14 + 8) \times 10 \times \frac{1}{2} = 110 \text{ (cm}^2\text{)}$$

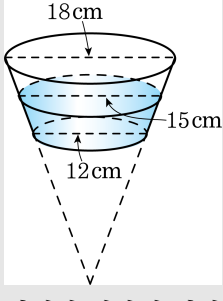
$$\begin{aligned} \therefore \triangle EGF : \square ABCD &= \frac{15}{2} : 110 \\ &= 15 : 220 = 3 : 44 \end{aligned}$$

14. 다음 그림과 같이 원뿔대 모양의 양동이에 높이의 절반만큼 물을 부었다. 물의 부피는 양동이의 부피의 얼마가 되는가?

- ① $\frac{7}{72}$
 ④ $\frac{32}{141}$
- ② $\frac{8}{89}$
 ⑤ $\frac{61}{152}$
- ③ $\frac{29}{127}$



해설

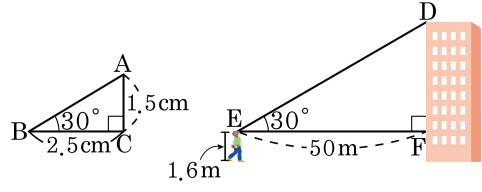


깊이가 절반이 되었을 때 원뿔 밑면의 지름의 길이가 15cm이고 세 원뿔의 닮음비는 4 : 5 : 6이다.

(물의 부피) : (양동이의 그릇) = $(5^3 - 4^3) : (6^3 - 4^3)$ 이므로

물의 부피는 양동이의 부피의 $\frac{61}{152}$ 이다.

15. 눈높이가 1.6 m 인 혜선이 어떤 건물로부터 50 m 떨어진 곳에서 건물의 꼭 D 지점을 올려다 본 각의 크기가 30° 이었다. 이를 바탕으로 $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 90^\circ$, $\overline{BC} = 2.5 \text{ cm}$ 인 직각삼각형 ABC 를 그렸더니 $\overline{AC} = 1.5 \text{ cm}$ 이었다. 이 건물의 실제 높이는 몇 m 인가?



- ① 28.6 m ② 30 m ③ 31.6 m
④ 32 m ⑤ 32.6 m

해설

$$\begin{aligned} \text{(축척)} &= \frac{2.5 \text{ cm}}{50 \text{ m}} = \frac{2.5 \text{ cm}}{5000 \text{ cm}} = \frac{1}{2000} \\ \therefore \overline{DF} &= 1.5 \text{ (cm)} \times 2000 = 3000 \text{ (cm)} = 30 \text{ (m)} \\ \text{따라서 건물의 실제 높이는 } &1.6 + 30 = 31.6 \text{ (m)} \end{aligned}$$