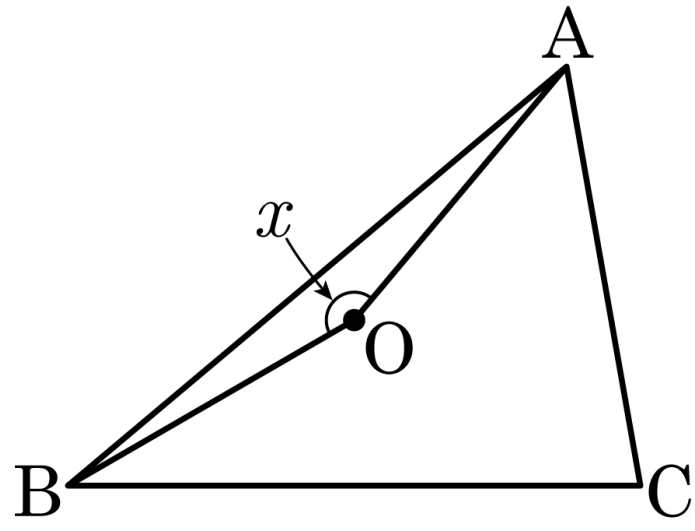
1. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 4$이고 점 O는 $\triangle ABC$의 외심일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

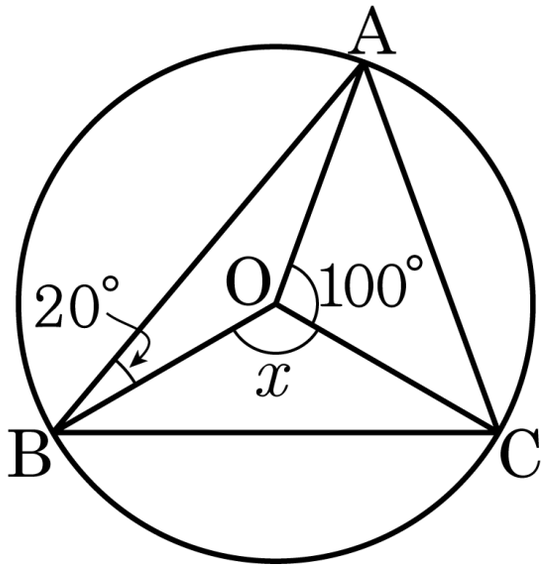
▷ 정답 : 160°

해설

$$\angle C = 180° \times \frac{4}{2+3+4} = 80°$$

$$\therefore \angle x = 2\angle C = 160°$$

2. 다음 그림에서 점 O가 삼각형 ABC의 외심이고, $\angle ABO = 20°$, $\angle AOC = 100°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① 100° ② 105° ③ 110° ④ 115° ⑤ 120°

해설

$\triangle AOC$는 $\overline{OA} = \overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OAC = \angle OCA = 40°$

$\triangle OAB$는 $\overline{OA} = \overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

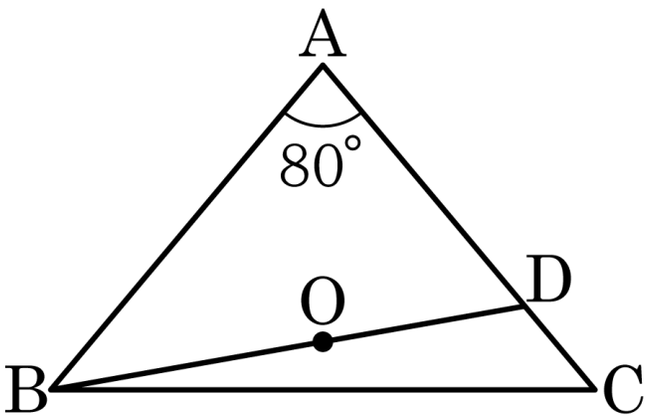
$\angle OAB = \angle OBA = 20°$

$\therefore \angle BAC = \angle BAO + \angle CAO = 60°$

점 O가 삼각형의 외심이므로

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 2 \times 60° = 120°$

3. 다음 그림과 같은 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에 대해서 점 B에서 외심 O를 거쳐 변 AC까지 선분 $\overline{BD}$를 그었다. $\angle A = 80°$일 때, $\angle ABD$의 크기는?



① 30° ② 35° ③ 40° ④ 45° ⑤ 50°

해설

$\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로

$\angle ABC = \angle ACB$

삼각형의 내각의 합은 180°이므로 $\angle ABC = \angle ACB = 50°$

보조선 $\overline{OC}$를 그으면

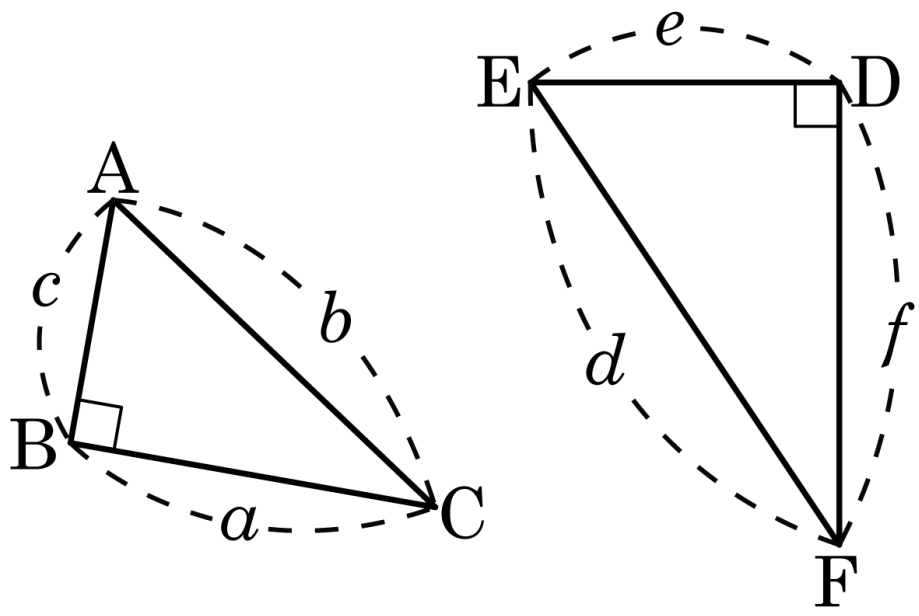
$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 160°$

점 O가 외심이므로 $\triangle OBC$는 이등변삼각형이다.

$\angle OBC = \angle OCB = 10°$

$\therefore \angle ABD = \angle ABC - \angle OBC = 50° - 10° = 40°$

4. 다음 그림의 두 삼각형이 닮은 도형일 때, 다음 중 두 삼각형의 닮음비로 옳은 것은?



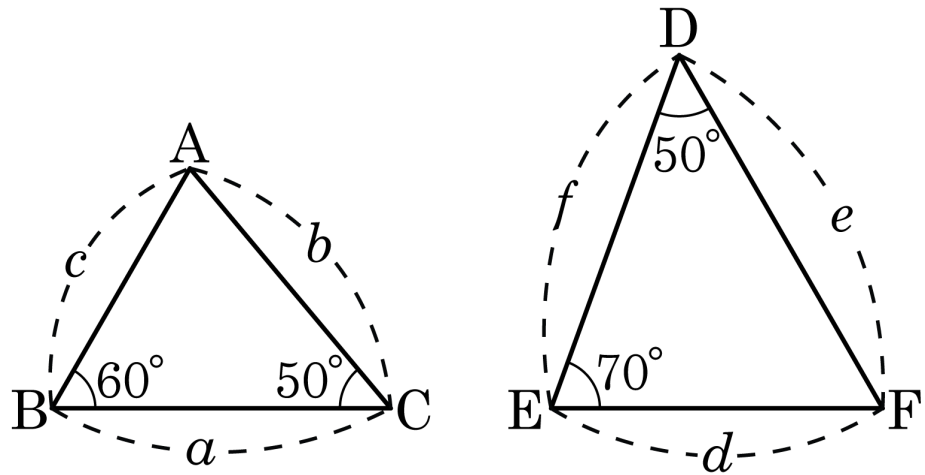
① $a : d$ ② $b : f$ ③ $c : e$

④ $c : d$ ⑤ $b : e$

해설

두 삼각형의 닮음비는 $a : f$ 또는 $b : d$ 또는 $c = e$이다.

5. 다음 그림의 두 삼각형은 닮은 도형이다. 두 삼각형의 닮음비는?



① $a : d$ ② $b : f$

③ $c : e$ ④ $a : f$

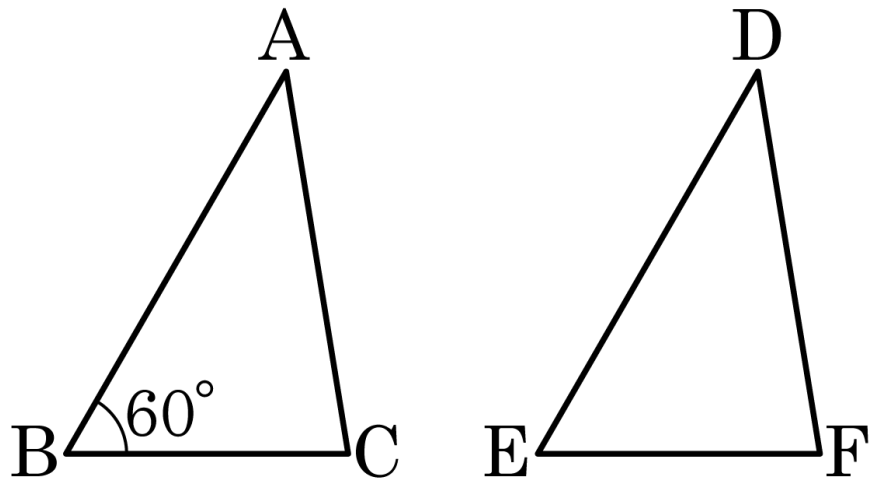
⑤ $b : d$

해설

$\triangle ABC \backsim \triangle EFD$ 이므로

닮음비는 $a : e = b : f = c : d$

6. 다음 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ 일 때, $\angle D + \angle F$ 의 크기는?

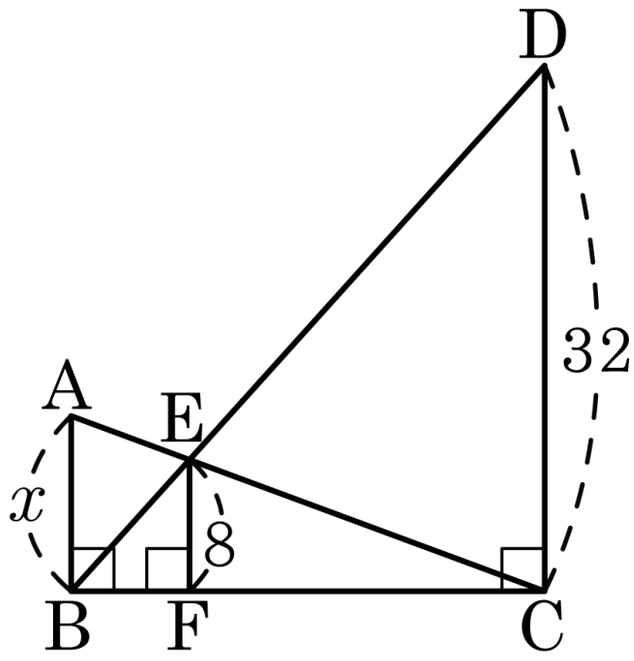


① $60°$ ② $90°$ ③ $100°$ ④ $110°$ ⑤ $120°$

해설

두 삼각형이 닮음이므로 대응각인 $\angle B = \angle E$ 이다.
삼각형의 세 내각의 합은 $180°$ 이므로 $\angle D + \angle E + \angle F = 180°$
$\therefore \angle D + \angle F = 180° - 60° = 120°$

7. 다음 그림에서 $\overline{AB}//\overline{EF}//\overline{DC}$ 일 때, x 의 값은?



① $\frac{20}{3}$ ② 8 ③ $\frac{25}{3}$ ④ 9 ⑤ $\frac{32}{3}$

해설

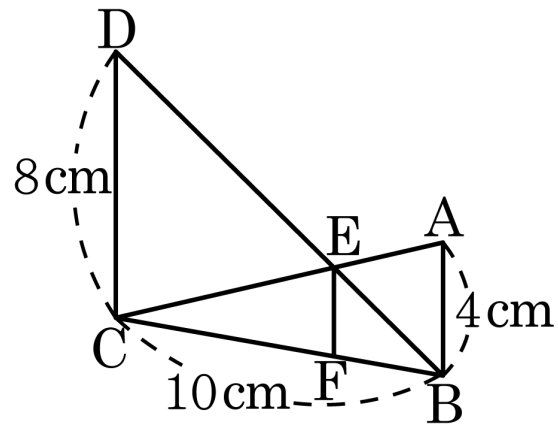
$\overline{BC} : \overline{BF} = 32 : 8 = 4 : 1$

$\overline{BC} : \overline{FC} = 4 : 3$

$\overline{BC} : \overline{FC} = \overline{AB} : \overline{EF}$ 이므로 $4 : 3 = x : 8$

$3x = 32$ 이므로 $x = \frac{32}{3}$ 이다.

8. 다음 그림에서 $\overline{AB} // \overline{EF} // \overline{DC}$ 일 때, $\overline{BF}$의 길이는?



① $\frac{11}{3}$cm ② $\frac{10}{3}$cm ③ 3cm
④ $\frac{8}{3}$cm ⑤ $\frac{7}{3}$cm

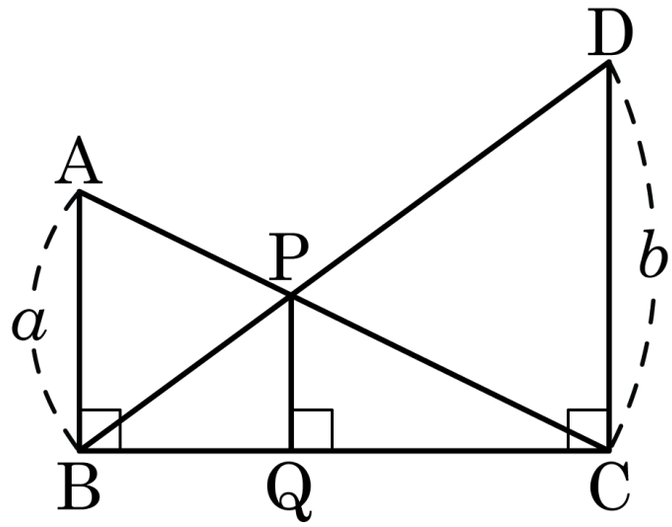
해설

$$\overline{EF} = \frac{4 \times 8}{4 + 8} = \frac{32}{12} = \frac{8}{3}(\text{cm})$$

$$\frac{8}{3} : 4 = (10 - \overline{BF}) : 10$$

$$\therefore \overline{BF} = \frac{10}{3}\,\text{cm}$$

9. 다음 그림에서 $\overline{AB}$, $\overline{PQ}$, $\overline{DC}$가 각각 $\overline{BC}$와 수직으로 만나고, $\overline{AB} = a$, $\overline{DC} = b$일 때, $\overline{PQ}$의 길이를 a, b에 관한 식으로 나타내면?



① $\frac{a+b}{ab}$ ② $\frac{ab}{b-a}$ ③ $\frac{b-a}{a+b}$ ④ $\frac{2a}{a+b}$ ⑤ $\frac{ab}{a+b}$

해설

$\triangle ABP \backsim \triangle CDP$이므로 $\overline{BP} : \overline{DP} = \overline{AB} : \overline{CD} = a : b$

$\therefore\ \overline{BP} : \overline{BD} = a : a+b$

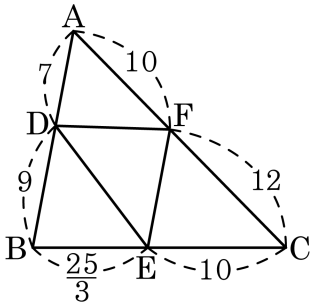
$\overline{PQ} // \overline{DC}$이므로 $\overline{BP} : \overline{BD} = \overline{PQ} : \overline{DC}$

$a : a+b = \overline{PQ} : b$

$(a+b)\overline{PQ} = ab$

$\therefore\ \overline{PQ} = \frac{ab}{a+b}$

10. 다음 그림에서 $\overline{DE}$, $\overline{EF}$, $\overline{FD}$ 중에서 $\triangle ABC$ 의 변에 평행한 선분의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{96}{11}$

해설

$12 : 10 = 10 : \frac{25}{3}$ 이므로 $\overline{FE} // \overline{AB}$

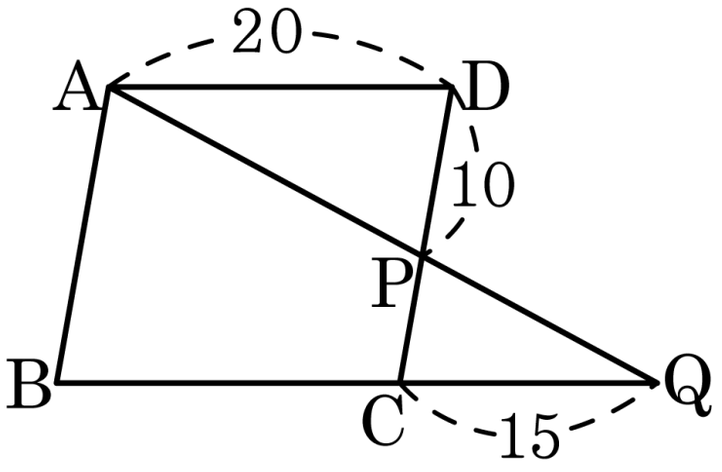
$\overline{CF} : \overline{CA} = \overline{FE} : \overline{AB}$

$12 : 22 = \overline{FE} : 16$

$22\overline{FE} = 192$

$\therefore \overline{FE} = \frac{96}{11}$

11. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB}$ 의 길이는?



① $\frac{33}{2}$ ② $\frac{35}{3}$ ③ $\frac{35}{2}$ ④ $\frac{37}{2}$ ⑤ $\frac{37}{3}$

해설

$\overline{AB} = x$ 라고 하면

$\overline{AB} : \overline{PC} = \overline{BQ} : \overline{CQ}$

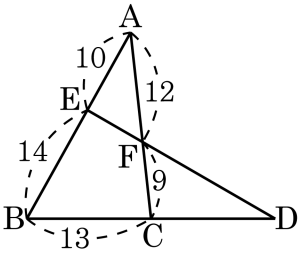
$x : (x-10) = (20+15) : 15$

$35(x-10) = 15x$

$20x = 350$

$\therefore\ x = \frac{35}{2}$

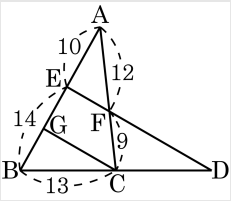
12. 다음 그림에서 $\overline{CD}$ 의 길이는?



① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

$\overline{ED} // \overline{GC}$ 인 선분 GC 를 그으면



$\overline{AE} : \overline{EG} = \overline{AF} : \overline{FC}$

$10 : \overline{EG} = 12 : 9$

$\therefore \ \overline{EG} = \dfrac{15}{2}$

$\overline{BC} : \overline{CD} = \overline{BG} : \overline{GE}$,

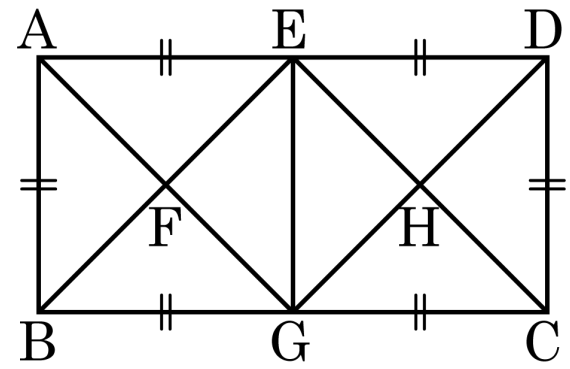
$13 : \overline{CD} = \left(14 - \dfrac{15}{2}\right) : \dfrac{15}{2}$

$13 : \overline{CD} = \dfrac{13}{2} : \dfrac{15}{2}$

$13 : \overline{CD} = 13 : 15$

$\therefore \ \overline{CD} = 15$

13. 두 정사각형을 이어 그림과 같이 □ABCD 를 만들었다. □EBGD 는 어떤 사각형이며 또한 □EFGH 는 어떤 사각형인지 구하여라. (단, 답은 순서대로 적어라.)

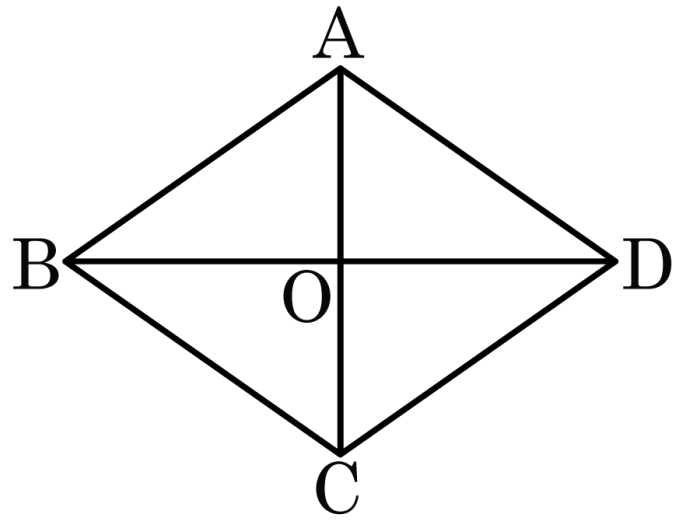


① 평행사변형, 마름모
② 평행사변형, 직사각형
③ 평행사변형, 정사각형
④ 사다리꼴, 정사각형
⑤ 사다리꼴, 마름모

해설

$\overline{BG} = \overline{ED}$, $\overline{BG} // \overline{ED}$ 이므로
□EBGD 는 평행사변형이다.
$\overline{EF} = \overline{EH} = \overline{HG} = \overline{FG}$ ($\because$ 대각선의 길이가 서로 같다)
따라서 □EFGH 는 정사각형이다.

14. 다음 중 마름모 ABCD가 정사각형이 되기 위한 조건은?



① $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ ② $\overline{AC} = \overline{BD}$ ③ $\overline{AB} = \overline{BC}$

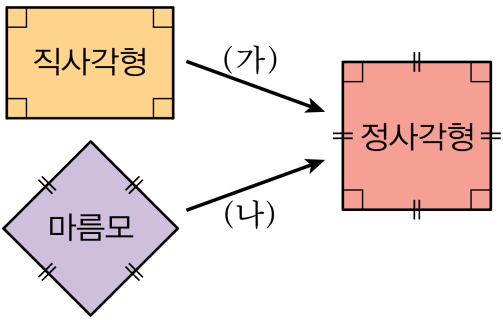
④ $\overline{BO} = \overline{DO}$ ⑤ $\overline{AD} // \overline{BC}$

해설

마름모의 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다. 정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직 이등분한다.

$\therefore \overline{AC} = \overline{BD}$

15. 다음 그림에서 정사각형이 되기 위해 추가되어야 하는 (가), (나)의 조건으로 알맞은 것을 고르면?



① (가) 이웃하는 두 각의 크기가 같다.
(나) 두 대각선이 서로 수직이다.

② (가) 두 대각선의 길이가 같다.
(나) 한 내각의 크기가 90°이다.

③ (가) 두 대각선이 서로 수직이다.
(나) 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

④ (가) 두 대각선의 길이가 같다.
(나) 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

⑤ (가) 두 대각선이 서로 수직이다.
(나) 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

해설

여러 가지 사각형의 대각선의 성질

(1) 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
(2) 직사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분한다.
(3) 마름모의 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.
(4) 정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다.
(5) 등변사다리꼴의 두 대각선은 길이가 같다.