

1. 실수 x, y 에 대하여 $(1+i)x + (i-1)y = 2i$ 일 때, $x+y$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(1+i)x + (i-1)y = 2i$$

$$(x-y) + (x+y)i = 2i$$

좌변과 우변이 같아야 하므로, $x-y=0$, $x+y=2$

두 식을 연립하여 풀어주면, $\therefore x=1, y=1$

$$\therefore x+y=2$$

2. $x = 1 + \sqrt{2}i, y = 1 - \sqrt{2}i$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하면?

① -1

② 1

③ -2

④ 2

⑤ -3

해설

$$x^2 = (1 + \sqrt{2}i)^2 = 1 + 2\sqrt{2}i - 2 = -1 + 2\sqrt{2}i$$

$$y^2 = (1 - \sqrt{2}i)^2 = 1 - 2\sqrt{2}i - 2 = -1 - 2\sqrt{2}i$$

$$\therefore x^2 + y^2 = -2$$

해설

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 2^2 - 2 \times 3 = -2$$

3. x 에 대한 이차방정식 $2mx^2 + (5m+2)x + 4m+1 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 실수 m 의 값은?

① $-\frac{3}{2}, -2$

② $-\frac{7}{12}, -\frac{1}{2}$

③ $-\frac{7}{2}, 2$

④ $-\frac{2}{7}, 2$

⑤ $\frac{2}{7}, \frac{3}{2}$

해설

주어진 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면 중근을 가질 조건은 $D = 0$ 이므로

$$D = (5m+2)^2 - 4 \cdot 2m \cdot (4m+1) = 0$$

$$25m^2 + 20m + 4 - 32m^2 - 8m = 0$$

$$7m^2 - 12m - 4 = 0$$

$$(7m+2)(m-2) = 0$$

$$\therefore m = -\frac{2}{7} \text{ 또는 } 2$$

4. 이차방정식 $3x^2 - 6x + k = 0$ 이 실근을 갖도록 실수 k 의 범위를 정하면?

① $k < 1$

② $k \leq 1$

③ $k < 3$

④ $k \leq 3$

⑤ $1 < k < 3$

해설

$$3x^2 + 6x + k = 0,$$

$$\frac{D}{4} = (-3)^2 - 3 \cdot k \geq 0$$

$$3k \leq 9 \quad \therefore k \leq 3$$

5. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하고 판별식을 D 라고 할 때 $|\alpha - \beta|$ 는 다음 중 어느 것과 같은가?

① $\frac{\sqrt{D}}{a}$

② $\frac{-\sqrt{D}}{a}$

③ $\frac{\sqrt{D}}{|a|}$

④ $-\frac{\sqrt{D}}{|a|}$

⑤ $-\frac{D}{|a|}$

해설

근의 공식을 이용하여 풀면

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

$$\text{즉 } \alpha = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, \beta = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \quad (\text{단, } D = b^2 - 4ac)$$

$$\begin{aligned} \therefore |\alpha - \beta| &= \left| \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} - \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \right| \\ &= \left| \frac{-b + \sqrt{D} + b + \sqrt{D}}{2a} \right| \\ &= \left| \frac{2\sqrt{D}}{2a} \right| = \frac{\sqrt{D}}{|a|} \end{aligned}$$

6. $1 + i + i^2 + i^3 + \cdots + i^{2005} = x + yi$ 일 때, $x + y$ 의 값은? (단, x, y 는 실수 $i = \sqrt{-1}$)

① 1

② 2

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

$$1 + i + i^2 + i^3 + \cdots + i^{2005}$$

$$= 1 + i - 1 - i + \cdots + i$$

$$= 1 + i$$

$$x = 1, y = 1, x + y = 2$$

7. 방정식 $(k^2 - 6)x = k(x + 1) + 2$ 의 해가 존재하지 않을 때, k 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

x 에 대하여 정리하면

$$(k^2 - k - 6)x = k + 2$$

$$(k + 2)(k - 3)x = k + 2$$

$k = 3$ 일 때, $0 \cdot x = 5$ (불능)

8. 다음 방정식의 해는?

$$x^2 + 3|x| - 4 = 0$$

① 0

② ± 1

③ $\pm \sqrt{2}$

④ $\pm \sqrt{3}$

⑤ ± 2

해설

(i) $x \geq 0$ 일 때 $|x| = x$ 이므로 주어진 방정식은

$$x^2 + 3x - 4 = 0, (x + 4)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 1$$

이 때, $x \geq 0$ 이므로 $x = -4$ 는 부적합

$$\therefore x = 1$$

(ii) $x < 0$ 일 때 $|x| = -x$ 이므로 주어진 방정식은

$$x^2 - 3x - 4 = 0, (x - 4)(x + 1) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -1$$

그런데 $x < 0$ 이므로 $x = -1$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = -1$$

이 때, $x < 0$ 이므로 $x = 4$ 는 부적합

(i), (ii)에서 $x = \pm 1$

9. $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수를 나타낸다. $0 \leq x < 2$ 일 때, $4[x]x^2 - 4x - 1 = 0$ 의 해를 α 라 하면 2α 의 값은?

① $\sqrt{2} - 1$

② $\sqrt{2} + 1$

③ $\sqrt{3} + 2$

④ $\sqrt{3} - 1$

⑤ $\sqrt{3} - 2$

해설

(i) $0 \leq x < 1$ 일 때, $[x] = 0$ 이므로
 $-4x - 1 = 0$

$\therefore x = -\frac{1}{4}$ (부적합)

(ii) $1 \leq x < 2$ 일 때, $[x] = 1$ 이므로
 $4x^2 - 4x - 1 = 0$

$\therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{2}$

$1 \leq x < 2$ 이므로 $x = \frac{\sqrt{2} + 1}{2}$

$\therefore 2\alpha = \sqrt{2} + 1$

10. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{5}i$ 일 때, 실수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

① -36

② -18

③ 18

④ 24

⑤ 36

해설

a, b 가 실수이므로

이차방정식의 한 근이 $2 + \sqrt{5}i$ 이면

다른 한 근은 $2 - \sqrt{5}i$ 이다.

근과 계수의 관계의 의하여

$$-a = (2 + \sqrt{5}i)(2 - \sqrt{5}i) = 4$$

$$\therefore a = -4$$

$$b = (2 + \sqrt{5}i)(2 - \sqrt{5}i) = 9$$

$$\therefore ab = -36$$

11. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 2(m + a - 2)x + m^2 + a^2 - 3b = 0$ 이 m 에 관계없이 항상 중근을 가질 때, $a + 3b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$x^2 + 2 \cdot (m + a - 2)x + (m^2 + a^2 - 3b) = 0$$

$$\text{중근을 가지려면 } \frac{D}{4} = 0$$

$$(m + a - 2)^2 - 1 \cdot (m^2 + a^2 - 3b) = 0$$

m 에 대한 항등식이므로

정리해서 m 으로 묶으면,

$$m \cdot (2a - 4) + (4 - 4a + 3b) = 0$$

$$a = 2, 3b = 4a - 4 = 4$$

$$\therefore a + 3b = 6$$

12. x 에 대한 방정식 $x^2 + 2ax + a^2 - 2a + 3 = 0$ 의 두 근의 차가 2일 때, 상수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

두 근이 α, β 일 때,

$$\alpha + \beta = -2a, \alpha\beta = a^2 - 2a + 3$$

$$\begin{aligned}(\alpha - \beta)^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \\ &= (-2a)^2 - 4(a^2 - 2a + 3) \\ &= 8a - 12\end{aligned}$$

$|\alpha - \beta| = 2$ 이므로,

$$8a - 12 = 4 \quad \therefore a = 2$$