

1. 다음 이차함수의 그래프 중 모양이 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 포물선은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

② $y = -3x^2$

③ $y = x^2 - 3$

④ $y = 2(x - 3)^2$

⑤ $y = 5x^2 + 2x + 3$

해설

이차항의 계수가 음수이면서 절댓값이 큰 것을 찾는다.

2. 이차함수 $y = -4x^2 + 8x - 4$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점의 좌표는?

① (1, 0)

② (-1, 0)

③ (0, 1)

④ (2, 0)

⑤ (-2, 0)

해설

$y = 0$ 을 대입하면

$$-4x^2 + 8x - 4 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x - 1)^2 = 0$$

$$x = 1$$

$$\therefore (1, 0)$$

3. 다음 이차함수 중 그래프가 모든 사분면을 지나는 것을 모두 골라라.

㉠ $y = -\frac{1}{2}x^2$

㉡ $y = -4x^2 + 8x$

㉢ $y = -2x^2 + 4$

㉣ $y = -x^2 - 2x - 2$

㉤ $y = -5x^2 - 4x + 1$

▶ 답 :

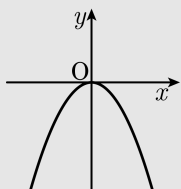
▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

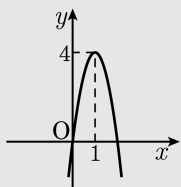
▶ 정답 : ㉤

해설

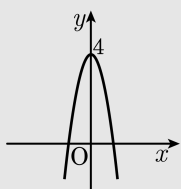
㉠ $y = -\frac{1}{2}x^2$: 꼭짓점이 $(0, 0)$ 이고, y 절편은 0 인 위로 볼록한 그래프로, 제3, 4 사분면을 지난다.



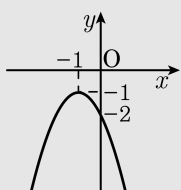
㉡ $y = -4x^2 + 8x = -4(x - 1)^2 + 4$: 꼭짓점이 $(1, 4)$ 이고, y 절편은 0 인 위로 볼록한 그래프로, 제1, 3, 4 사분면을 지난다.



㉢ $y = -2x^2 + 4$: 꼭짓점이 $(0, 4)$ 이고, y 절편은 4 인 위로 볼록한 그래프로, 제1, 2, 3, 4 사분면을 지난다.

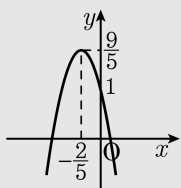


㉣ $y = -x^2 - 2x - 2 = -(x + 1)^2 - 1$: 꼭짓점이 $(-1, -1)$ 이고, y 절편은 -2 인 위로 볼록한 그래프로, 제3, 4 사분면을 지난다.



㉤ $y = -5x^2 - 4x + 1 = -5\left(x + \frac{2}{5}\right)^2 + \frac{9}{5}$: 꼭짓점이 $\left(-\frac{2}{5}, \frac{9}{5}\right)$

이고, y 절편은 1 인 위로 볼록한 그래프로, 제1, 2, 3, 4 사분면을 지난다.



4. 이차함수 $y = \frac{2}{3}(x-4)^2 + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(2, b)$ 가 된다. 상수 a, b 의 차 $a-b$ 의 값을 구하면?

① -4

② 2

③ 0

④ 4

⑤ 5

해설

이차함수 $y = \frac{2}{3}(x-4)^2 + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면

$y = \frac{2}{3}(x-4-a)^2 + 5-3$ 이므로 꼭짓점의 좌표가 $(4+a, 2)$ 이다.

따라서 $4+a=2$, $a=-2$, $b=2$ 이다.

$\therefore a-b = (-2) - 2 = -4$

5. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -2$

② $x < -2$

③ $x < 2$

④ $x > 2$

⑤ $x > 0$

해설

$y = -(x + 2)^2$ 의 그래프이므로
꼭짓점이 $(-2, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프,
 $x < -2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

6. 이차함수 $y = (x-2)^2 + 1$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 다음, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동시킨 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(2, 2)$

② $(2, -1)$

③ $(2, 0)$

④ $(2, -2)$

⑤ $(2, 1)$

해설

$y = (x-2)^2 + 1$ 을 x 축에 대하여 대칭이동하면

$$-y = (x-2)^2 + 1 \Leftrightarrow y = -(x-2)^2 - 1$$

$y = -(x-2)^2 - 1$ 을 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면

$$y = -(x-2)^2 - 1 + 1 \Leftrightarrow y = -(x-2)^2$$

$\therefore$ 꼭짓점의 좌표는 $(2, 0)$

7. 이차함수 $y = -2x^2 - 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나게 되는 k 의 값의 범위를 구하면?

① $k > 2$

② $k < 2$

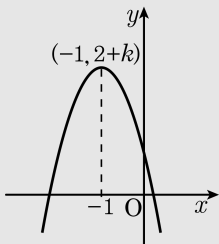
③ $k > 4$

④ $k < -2$

⑤ $k > -2$

해설

$y = -2x^2 - 4x + k = -2(x^2 + 2x) + k = -2(x + 1)^2 + 2 + k$
 다음 그림처럼 이 그래프가 x 축과 두 점에서 만나려면 꼭짓점의 y 좌표가 0 보다 커야 한다.



$$2 + k > 0$$

$$\therefore k > -2$$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만날 때 $D = b^2 - 4ac > 0$ 이 되어야 한다.

$$y = -2x^2 - 4x + k \text{ 에서 } D = (-4)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot k > 0, 8k > -16 \therefore k > -2$$

8. 이차함수 $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 의 그래프가 $y = a(x+p)^2$ 의 꼭짓점을 지나고 $y = a(x-p)^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 의 꼭짓점을 지날 때, ap 의 값을 구하여라. (단, $p < 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{3}{2}$

해설

$y = a(x+p)^2$ 의 꼭짓점 $(-p, 0)$

$y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 에 $(-p, 0)$ 을 대입하면

$$-\frac{3}{4}p^2 + 3 = 0, \quad \frac{3}{4}p^2 = 3, \quad p^2 = 4$$

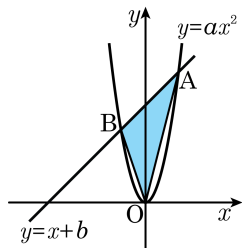
$p = -2$ ($p < 0$ 이므로)

$y = a(x+2)^2$ 에 점 $(0, 3)$ 을 대입하면

$$3 = 4a, \quad a = \frac{3}{4}$$

$$\therefore ap = \frac{3}{4} \times (-2) = -\frac{3}{2}$$

9. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프와 직선 $y = x + b$ 가 점 A (2, 8) 과 점 B 에서 만날 때, $\triangle ABO$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{21}{2}$

해설

$y = ax^2$ 에 점 (2, 8) 을 대입, $8 = 4a$, $a = 2 \therefore y = 2x^2$

$y = x + b$ 에 점 (2, 8) 을 대입, $8 = 2 + b$, $b = 6 \therefore y = x + 6$

$y = 2x^2$ 과 $y = x + 6$ 의 교점을 구하면

$$2x^2 = x + 6$$

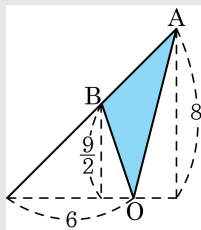
$$2x^2 - x - 6 = 0$$

$$(2x + 3)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2} \text{ 또는 } x = 2$$

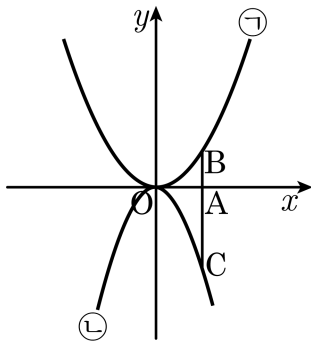
$$\therefore B\left(-\frac{3}{2}, \frac{9}{2}\right)$$

$y = x + 6$ 에서 $x = -6$ 일 때, $y = 0$ 이므로



$\triangle ABO$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 - \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{9}{2} = \frac{21}{2}$ 이다.

10. 그림과 같이 2 개의 포물선 $y = \frac{1}{2}x^2 \cdots \textcircled{\Gamma}$, $y = -x^2 \cdots \textcircled{\text{L}}$ 이 있다. 점 $A(a, 0)$ 을 지나며, x 축에 수직인 직선이 포물선 $\textcircled{\Gamma}$ 과 만나는 점을 B , 포물선 $\textcircled{\text{L}}$ 과 만나는 점을 C 라 한다. $\overline{BC} = \frac{4}{3}$ 일 때, a 의 값을 구하면?



① $\frac{\sqrt{2}}{3}$

② $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

③ $\sqrt{2}$

④ $2\sqrt{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

해설

$$B\left(a, \frac{1}{2}a^2\right), C(a, -a^2)$$

$$\overline{BC} = \frac{1}{2}a^2 - (-a^2) = \frac{3}{2}a^2 = \frac{4}{3}$$

$$\therefore a = \frac{2\sqrt{2}}{3} (\because a > 0)$$