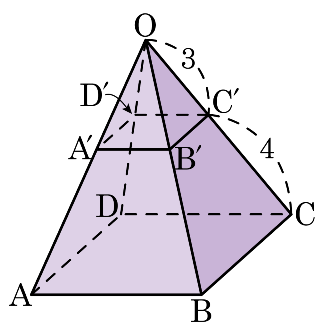
1. 다음 그림의 사각뿔 $\mathrm{O-ABCD}$ 에서 $\square\mathrm{A'B'C'D'}$ 을 포함하는 평면과 $\square\mathrm{ABCD}$ 를 포함하는 평면이 서로 평행할 때, $\mathrm{O-ABCD}$ 와 $\mathrm{O-A'B'C'D'}$ 의 닮음비는?

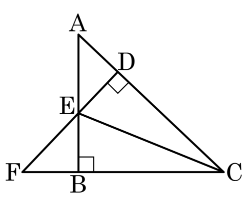


① 3 : 4 ② 4 : 3 ③ 3 : 7 ④ 7 : 3 ⑤ 3 : 5

해설

두 입체도형 $\mathrm{O-ABCD}$ 와 $\mathrm{O-A'B'C'D'}$ 이 닮음이므로 닮음비는 $\overline{\mathrm{OC}} : \overline{\mathrm{OC'}} = 7 : 3$ 이다.

2. 다음 그림에서 서로 닮음인 삼각형이 잘못 짝지어진 것은?



① $\triangle FDC \backsim \triangle ABC$

② $\triangle ADE \backsim \triangle FBE$

③ $\triangle ADE \backsim \triangle ABC$

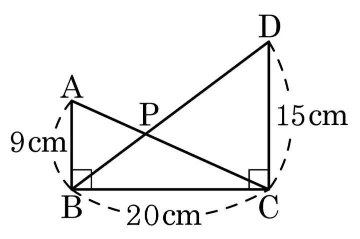
④ $\triangle EBC \backsim \triangle EDC$

⑤ $\triangle FDC \backsim \triangle ADE$

해설

① $\triangle ABC$ 와 $\triangle FDC$ 에서 $\angle C$ 는 공통, $\angle ABC = \angle FDC = 90°$
$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle FDC$ (AA 닮음)
② $\triangle ADE$ 와 $\triangle FBE$ 에서 $\angle DAE = \angle BFE$, $\angle EDA = \angle EBF = 90°$
$\therefore \triangle ADE \backsim \triangle FBE$ (AA 닮음)
③ $\triangle ADE$ 와 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 는 공통, $\angle EDA = \angle CBA = 90°$
$\therefore \triangle ADE \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)
②와 ③ 에 의해 $\triangle ADE \backsim \triangle ABC \backsim \triangle FBE$ $\therefore \triangle ABC \backsim \triangle FBE$
⑤ ①, ③에 의해 $\therefore \triangle FDC \backsim \triangle ADE$

3. 다음 그림에서 점 P 가 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 의 교점일 때, $\triangle PBC$ 의 넓이를 구하면?

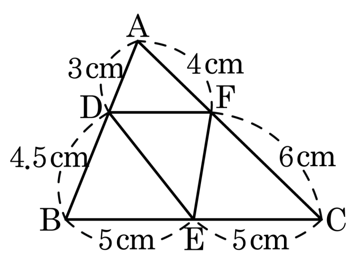


① $\frac{104}{3}$ cm^2 ② $\frac{225}{4}$ cm^2 ③ $\frac{147}{2}$ cm^2
④ $\frac{149}{4}$ cm^2 ⑤ $\frac{150}{3}$ cm^2

해설

점 P 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면
$\overline{AP} : \overline{CP} = 3 : 5,\ \overline{BH} : \overline{CH} = 3 : 5$
$\overline{PH} : \overline{AB} = \overline{CH} : \overline{CB}$
$\overline{PH} : 9 = 5 : 8,\ \overline{PH} = \frac{45}{8}(\mathrm{cm})$
$\therefore \triangle PBC = \frac{1}{2} \times 20 \times \frac{45}{8} = \frac{225}{4}(\mathrm{cm}^2)$

4. 다음 그림을 보고 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?



보기

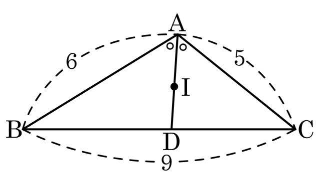
㉠ $\triangle DBE \backsim \triangle ABC$
㉡ $\overline{BC} \,/\!/\, \overline{DF}$
㉢ $\overline{EF} \,/\!/\, \overline{AB}$
㉣ $\angle ADF = \angle ABC$
㉤ $\triangle ADF \backsim \triangle ABC$

① ㉠, ㉢, ㉤ ② ㉡, ㉣, ㉤ ③ ㉠, ㉣, ㉤
④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

$\triangle ABC$에서 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AF} : \overline{FC} = 2 : 3$이므로 $\overline{DF} \,/\!/\, \overline{BC}$이다. 이 때, $\angle A$는 공통, $\angle ADF = \angle ABC$(동위각) 이므로 $\triangle ADF \backsim \triangle ABC$($AA$ 닮음)

5. 다음 그림에서 점I는 내심이다. $\overline{AB}=6$, $\overline{AC}=5$, $\overline{BC}=9$ 일 때, $\overline{AI}:\overline{ID}$ 를 구하면?



① 3 : 2 ② 9 : 5

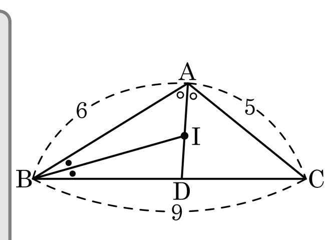
③ 5 : 6 ④ 9 : 11

⑤ 11 : 9

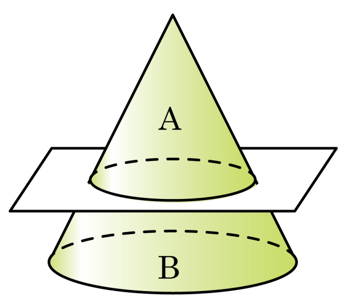
해설

$\overline{BD}:\overline{DC}=6:5$ 이므로 $\overline{BD}=9\cdot\frac{6}{11}=\frac{54}{11}$

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BI}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이므로 $\overline{AI}:\overline{ID}=\overline{BA}:\overline{BD}=6:\frac{54}{11}=66:54=11:9$



6. 다음 그림과 같이 원뿔의 밑면에 평행하도록 자른 원뿔대의 높이가 2cm 이었을 때, 처음 원뿔의 높이를 구하면?(단, 잘린 원뿔 A 의 부피는 8cm^3 이고, 원뿔대 B 의 부피는 19cm^3 이다.)

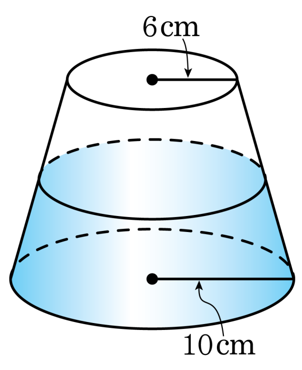


① 2cm　② 4cm　③ 5cm　④ 6cm　⑤ 8cm

해설

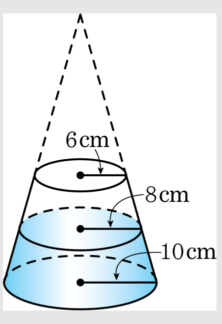
잘린 원뿔 A 의 부피는 8cm^3 이고, 원뿔대 B 의 부피는 19cm^3 이므로
원뿔 A 와 처음 원뿔의 부피의 비는 8 : 27 이다.
따라서 두 원뿔의 닮음비는 2 : 3 이다.
이때, 원뿔대의 높이가 2cm 이므로 처음 원뿔의 높이는 6cm 이다.

7. 다음 그림과 같은 원뿔대 모양의 그릇에 물을 채운다. 전체높이의 $\frac{1}{2}$ 만큼을 채우는데 244 분이 걸렸다면, 나머지 부분을 채우는데 걸리는 시간을 구하면?



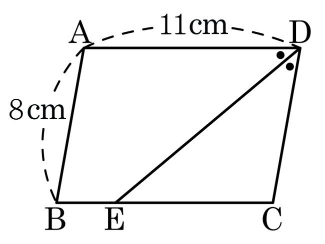
① 148 분　② 180 분　③ 244 분
④ 345 분　⑤ 392 분

해설



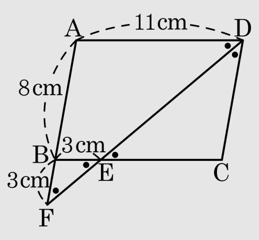
전체높이의 $\frac{1}{2}$ 되는 지점의 반지름은 $\frac{1}{2}(6+10)=8\text{cm}$ 이고, 세 개의 원뿔의 닮음비는 $6:8:10=3:4:5$ 이므로
부피의 비는 $3^3:4^3:5^3=27:64:125$ 가 되어 나눠는 원뿔, 원뿔대의 부피의 비는 $27:37:61$
이때, $\frac{1}{2}$ 만큼을 채우는데 244 분이 걸렸으므로, $37:61=x:244$
$\therefore\ x=148$
따라서 나머지를 채우는데 걸리는 시간은 148분이다.

8. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ADE = \angle CDE$ 일 때, $\overline{BE}$ 의 길이는?



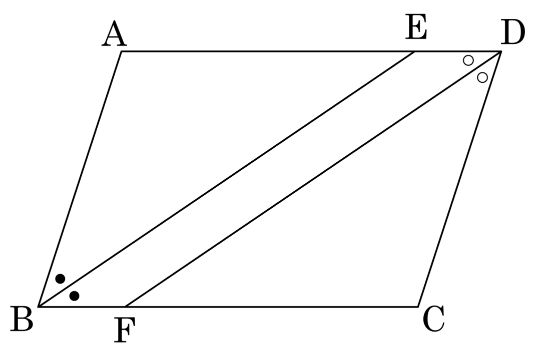
① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설



$\overline{DE}$ 의 연장선과 $\overline{AB}$ 가 만나는 점을 F 라 하면
$\overline{BF} = \overline{BE} = 11 - 8 = 3(\text{cm})$ 이다.

9. 다음은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$, $\angle D$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, □EBFD 가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것을 차례로 나열하면?



가정) □ABCD 는 평행사변형, $\angle ABE = \angle EBC$, $\angle EDF = \angle FDC$

결론) □EBFD 는 평행사변형

증명) □ABCD 는 평행사변형이므로 $\frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D$

즉, $\angle EBF = \angle EDF$

$\angle AEB = \angle EBF$, $\angle EDF = \angle CFD$ ($\boxed{}$) 이므로

$\angle AEB = \angle CFD$, $\angle DEB = \angle 180° - \angle AEB = \boxed{}$

따라서 □EBFD 는 평행사변형이다.

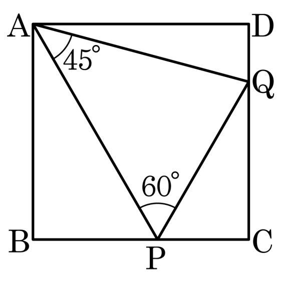
① 동위각, $\angle FBD$　② 동위각, $\angle BDF$　③ 동위각, $\angle DFB$

④ 엇각, $\angle FBD$　⑤ 엇각, $\angle DFB$

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle EDF = \angle CFD$ 는 엇각으로 같고, $\angle DEB = \angle DFB$ 이다.

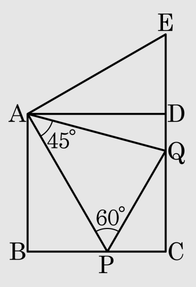
10. 다음 그림에서 □ABCD는 정사각형이고, $\angle PAQ = 45°$, $\angle APQ = 60°$ 일 때, $\angle AQD$의 크기는?



① 45° ② 55° ③ 65° ④ 75° ⑤ 85°

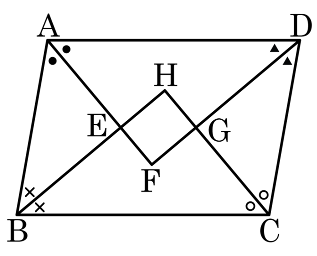
해설

다음 그림과 같이 $\overline{CD}$의 연장선 위에 $\overline{BP} = \overline{DE}$인 점 E를 잡는다.



$\triangle APQ$, $\triangle AEQ$에서, $\overline{AP} = \overline{AE}$, $\overline{AQ}$는 공통,
$\angle PAQ = \angle EAQ = 45°$
$\therefore \triangle APQ \equiv \triangle AEQ$
$\therefore \angle AQD = \angle AQP = 180° - (45° + 60°) = 75°$

11. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 네 내각의 이등분선의 교점을 E, F, G, H라 할 때, 사각형 EFGH는 어떤 사각형 인가?



① 사다리꼴　② 등변사다리꼴　③ 직사각형

④ 마름모　⑤ 정사각형

해설

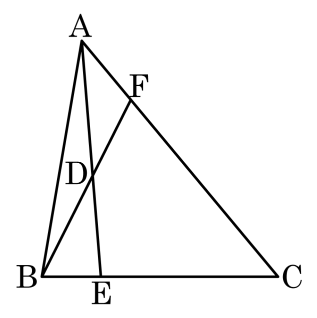
$\triangle AFD = \triangle CHB$

$\triangle AEB = \triangle CGD$

$\angle HEF = \angle EFG$

$\overline{BH} // \overline{FD}$

12. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{AF} : \overline{FC} = 1 : 3$, $\overline{BE} : \overline{EC} = 1 : 3$, $\overline{AD} : \overline{DE} = 1 : 1$이다. $\triangle ABC$의 넓이가 64cm^2일 때, $\triangle ADF$의 넓이는?



① 6cm^2　② 8cm^2　③ 16cm^2
④ 32cm^2　⑤ 35cm^2

해설

$\triangle ABE : \triangle ACE = 1 : 3$이므로

$\triangle ACE = \frac{3}{4}\triangle ABC = \frac{3}{4} \times 64 = 48(\text{cm}^2)$

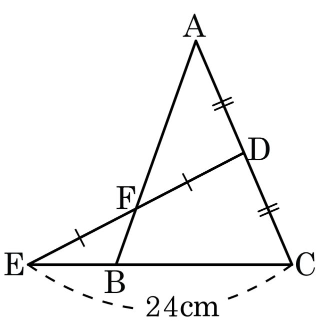
$\overline{CD}$를 그으면 $\triangle CAD : \triangle CED = 1 : 1$이므로

$\triangle CAD = \frac{1}{2}\triangle ACE = \frac{1}{2} \times 48 = 24(\text{cm}^2)$

또, $\triangle ADF : \triangle CDF = 1 : 3$이므로

$\triangle ADF = \frac{1}{4}\triangle CAD = \frac{1}{4} \times 24 = 6(\text{cm}^2)$

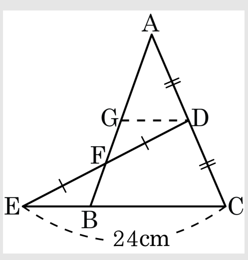
13. 다음 그림에서 $\overline{AD}=\overline{DC}, \overline{EF}=\overline{FD}$ 일 때, $\overline{EB}$ 의 길이를 바르게 구한 것은?



① 6 cm　② 7 cm　③ 8 cm　④ 9 cm　⑤ 10 cm

해설

다음 그림과 같이 $\overline{GD} // \overline{EC}$ 가 되도록 점 G 를 잡으면



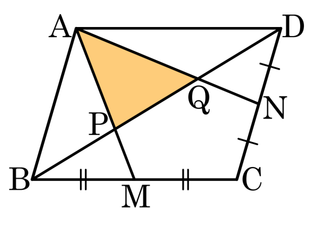
$\triangle GFD \equiv \triangle BFE$(ASA합동) 이므로 $\overline{EB}=\overline{DG} \cdots ㉠$ 또, $\triangle ABC$ 에서 $\overline{DG}=\frac{1}{2}\overline{BC} \cdots ㉡$

㉠,㉡에서 $\overline{EB}=\frac{1}{2}\overline{BC}$ 이므로 $\overline{BC}=2\overline{EB}$

따라서 $\overline{EC}=\overline{EB}+\overline{BC}=\overline{EB}+2\overline{EB}=3\overline{EB}=24$

$\therefore \overline{EB}=8(\mathrm{cm})$

14. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이고, 점 M, N 은 각각 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 의 중점이다. △APQ 의 넓이가 12cm^2 일 때, □ABCD 의 넓이는?



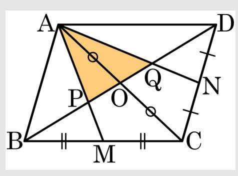
① 48cm^2　② 56cm^2　③ 64cm^2

④ 68cm^2　⑤ 72cm^2

해설

점 P, Q 가 각각 △ABC , △ADC 의 무게중심이므로 $\triangle APO = \frac{1}{6}\triangle ABC$, $\triangle AQO = \frac{1}{6}\triangle ADC$ 이고, $\triangle APQ = \frac{1}{6}(\triangle ABC + \triangle ADC) = \frac{1}{6}$□ABCD 이다.

따라서 □ABCD $= 6\triangle APQ = 72(\text{cm}^2)$ 이다.



15. 축척이 1 : 25000 인 지도에서의 거리가 40 cm 인 두 지점 사이를 자전거를 타고 시속 10 km 의 속력으로 왕복하는 데 걸리는 시간은?

① 2 시간　　② 2.5 시간　　③ 3 시간
④ 3.5 시간　　⑤ 4 시간

해설
실제 거리 : $40 \times 25000 = 1000000\,(\mathrm{cm}) = 10\ (\mathrm{km})$
$\frac{10}{10} \times 2 = 2$ (시간)