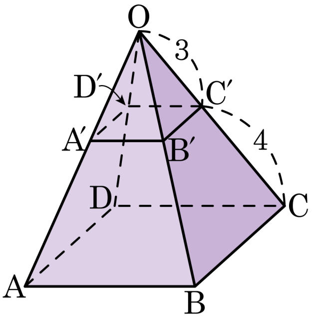
1. 다음 그림의 사각뿔 O – ABCD 에서 □A′B′C′D′ 을 포함하는 평면과 □ABCD 를 포함하는 평면이 서로 평행할 때, O – ABCD 와 O – A′B′C′D′ 의 닮음비는?

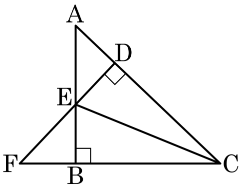


① 3 : 4　　② 4 : 3　　③ 3 : 7　　④ 7 : 3　　⑤ 3 : 5

해설

두 입체도형 O – ABCD 와 O – A′B′C′D′ 이 닮음이므로 닮음비는 $\overline{OC} : \overline{OC'} = 7 : 3$ 이다.

2. 다음 그림에서 서로 닮음인 삼각형이 <u>잘못</u> 짝지어진 것은?



① $\triangle FDC \backsim \triangle ABC$

② $\triangle ADE \backsim \triangle FBE$

③ $\triangle ADE \backsim \triangle ABC$

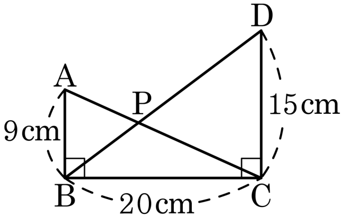
④ $\triangle EBC \backsim \triangle EDC$

⑤ $\triangle FDC \backsim \triangle ADE$

해설

① $\triangle ABC$ 와 $\triangle FDC$ 에서 $\angle C$ 는 공통, $\angle ABC = \angle FDC = 90°$
$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle FDC$ (AA 닮음)
② $\triangle ADE$ 와 $\triangle FBE$ 에서 $\angle DAE = \angle BFE$, $\angle EDA = \angle EBF = 90°$
$\therefore \triangle ADE \backsim \triangle FBE$ (AA 닮음)
③ $\triangle ADE$ 와 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 는 공통, $\angle EDA = \angle CBA = 90°$
$\therefore \triangle ADE \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)
②와 ③ 에 의해 $\triangle ADE \backsim \triangle ABC \backsim \triangle FBE$ $\therefore \triangle ABC \backsim \triangle FBE$
⑤ ①, ③에 의해 $\therefore \triangle FDC \backsim \triangle ADE$

3. 다음 그림에서 점 P 가 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 의 교점일 때, $\triangle PBC$ 의 넓이를 구하면?



① $\dfrac{104}{3}\,cm^2$ ② $\dfrac{225}{4}\,cm^2$ ③ $\dfrac{147}{2}\,cm^2$
④ $\dfrac{149}{4}\,cm^2$ ⑤ $\dfrac{150}{3}\,cm^2$

해설

점 P 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

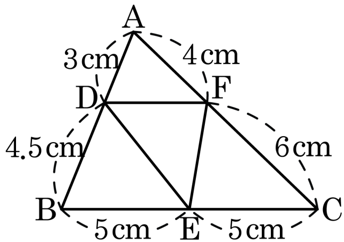
$\overline{AP} : \overline{CP} = 3 : 5,\ \overline{BH} : \overline{CH} = 3 : 5$

$\overline{PH} : \overline{AB} = \overline{CH} : \overline{CB}$

$\overline{PH} : 9 = 5 : 8,\ \overline{PH} = \dfrac{45}{8}(cm)$

$\therefore \triangle PBC = \dfrac{1}{2} \times 20 \times \dfrac{45}{8} = \dfrac{225}{4}(cm^2)$

4. 다음 그림을 보고 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?



보기

㉠ $\triangle DBE \backsim \triangle ABC$

㉡ $\overline{BC} \,//\, \overline{DF}$

㉢ $\overline{EF} \,//\, \overline{AB}$

㉣ $\angle ADF = \angle ABC$

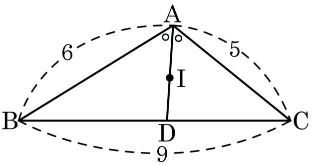
㉤ $\triangle ADF \backsim \triangle ABC$

① ㉠, ㉢, ㉤
② ㉡, ㉣, ㉤
③ ㉠, ㉣, ㉤
④ ㉡, ㉣
⑤ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

$\triangle ABC$에서 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AF} : \overline{FC} = 2 : 3$이므로 $\overline{DF} \,//\, \overline{BC}$이다. 이 때, $\angle A$는 공통, $\angle ADF = \angle ABC$(동위각) 이므로 $\triangle ADF \backsim \triangle ABC$($AA$ 닮음)

5. 다음 그림에서 점I는 내심이다. $\overline{AB}=6$, $\overline{AC}=5$, $\overline{BC}=9$ 일 때, $\overline{AI}:\overline{ID}$ 를 구하면?



① $3:2$　　② $9:5$

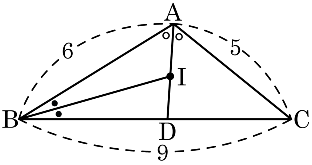
③ $5:6$　　④ $9:11$

⑤ $11:9$

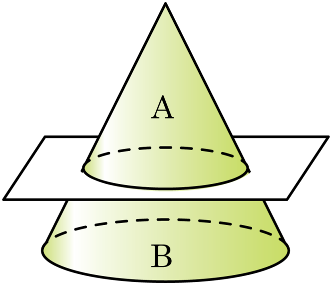
해설

$\overline{BD}:\overline{DC}=6:5$ 이므로 $\overline{BD}=9\cdot\frac{6}{11}=\frac{54}{11}$

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BI}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이므로 $\overline{AI}:\overline{ID}=\overline{BA}:\overline{BD}=6:\frac{54}{11}=66:54=11:9$



6. 다음 그림과 같이 원뿔의 밑면에 평행하도록 자른 원뿔대의 높이가 2cm 이었을 때, 처음 원뿔의 높이를 구하면?(단, 잘린 원뿔 A 의 부피는 8cm^3 이고, 원뿔대 B 의 부피는 19cm^3 이다.)

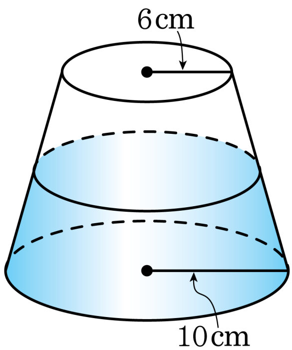


① 2cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 8cm

해설

잘린 원뿔 A 의 부피는 8cm^3 이고, 원뿔대 B 의 부피는 19cm^3 이므로
원뿔 A 와 처음 원뿔의 부피의 비는 $8:27$ 이다.
따라서 두 원뿔의 닮음비는 $2:3$ 이다.
이때, 원뿔대의 높이가 2cm 이므로 처음 원뿔의 높이는 6cm 이다.

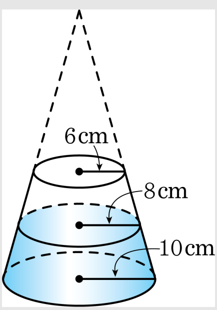
7. 다음 그림과 같은 원뿔대 모양의 그릇에 물을 채운다. 전체높이의 $\frac{1}{2}$ 만큼을 채우는데 244 분이 걸렸다면, 나머지 부분을 채우는데 걸리는 시간을 구하면?



① 148 분　② 180 분　③ 244 분

④ 345 분　⑤ 392 분

해설



전체높이의 $\frac{1}{2}$ 되는 지점의 반지름은 $\frac{1}{2}(6+10) = 8\text{cm}$ 이고, 세 개의 원뿔의 닮음비는 $6:8:10 = 3:4:5$ 이므로

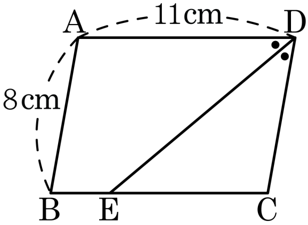
부피의 비는 $3^3 : 4^3 : 5^3 = 27 : 64 : 125$ 가 되어 나뉘는 원뿔, 원뿔대의 부피의 비는 $27 : 37 : 61$

이때, $\frac{1}{2}$ 만큼을 채우는데 244 분이 걸렸으므로, $37 : 61 = x : 244$

$\therefore\ x = 148$

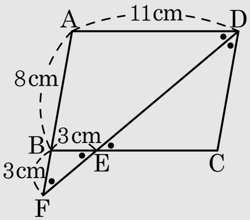
따라서 나머지를 채우는데 걸리는 시간은 148분이다.

8. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ADE = \angle CDE$ 일 때, $\overline{BE}$ 의 길이는?



① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

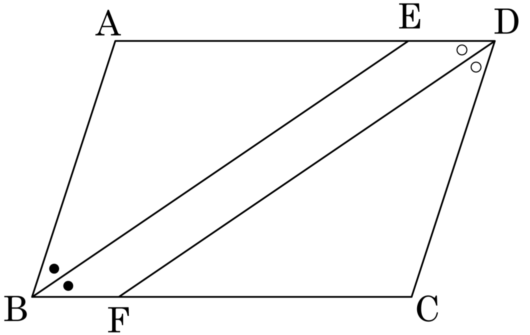
해설



$\overline{DE}$ 의 연장선과 $\overline{AB}$ 가 만나는 점을 F 라 하면

$\overline{BF} = \overline{BE} = 11 - 8 = 3(\text{cm})$ 이다.

9. 다음은 평행사변형 ABCD에서 $\angle B$, $\angle D$의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라 할 때, □EBFD가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것을 차례로 나열하면?



가정) □ABCD는 평행사변형, $\angle ABE = \angle EBC$, $\angle EDF = \angle FDC$

결론) □EBFD는 평행사변형

증명) □ABCD는 평행사변형이므로 $\frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D$

즉, $\angle EBF = \angle EDF$

$\angle AEB = \angle EBF$, $\angle EDF = \angle CFD$ ($\boxed{\quad\quad}$)이므로

$\angle AEB = \angle CFD$, $\angle DEB = \angle 180° - \angle AEB = \boxed{\quad\quad}$

따라서 □EBFD는 평행사변형이다.

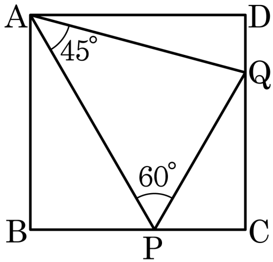
① 동위각, $\angle FBD$ ② 동위각, $\angle BDF$ ③ 동위각, $\angle DFB$

④ 엇각, $\angle FBD$ ⑤ 엇각, $\angle DFB$

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$이므로 $\angle EDF = \angle CFD$는 엇각으로 같고, $\angle DEB = \angle DFB$이다.

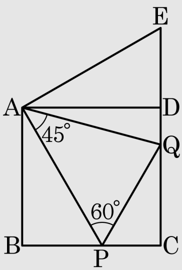
10. 다음 그림에서 □ABCD는 정사각형이고, $\angle PAQ = 45°$, $\angle APQ = 60°$ 일 때, $\angle AQD$의 크기는?



① $45°$　　② $55°$　　③ $65°$　　④ $75°$　　⑤ $85°$

해설

다음 그림과 같이 $\overline{CD}$의 연장선 위에 $\overline{BP} = \overline{DE}$인 점 E를 잡는다.



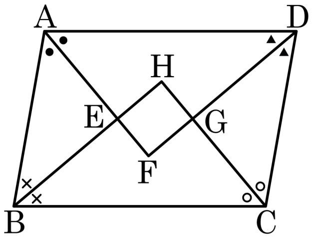
$\triangle APQ$, $\triangle AEQ$에서, $\overline{AP} = \overline{AE}$, $\overline{AQ}$는 공통,

$\angle PAQ = \angle EAQ = 45°$

$\therefore \triangle APQ \equiv \triangle AEQ$

$\therefore \angle AQD = \angle AQP = 180° - (45° + 60°) = 75°$

11. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 네 내각의 이등분선의 교점을 E, F, G, H라 할 때, 사각형 EFGH는 어떤 사각형 인가?



① 사다리꼴 ② 등변사다리꼴 ③ 직사각형
④ 마름모 ⑤ 정사각형

해설

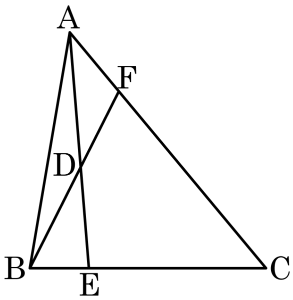
$\triangle AFD = \triangle CHB$

$\triangle AEB = \triangle CGD$

$\angle HEF = \angle EFG$

$\overline{BH} // \overline{FD}$

12. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{AF} : \overline{FC} = 1 : 3$, $\overline{BE} : \overline{EC} = 1 : 3$, $\overline{AD} : \overline{DE} = 1 : 1$이다. $\triangle ABC$의 넓이가 64cm^2일 때, $\triangle ADF$의 넓이는?



① 6cm^2 ② 8cm^2 ③ 16cm^2

④ 32cm^2 ⑤ 35cm^2

해설

$\triangle ABE : \triangle ACE = 1 : 3$이므로

$\triangle ACE = \frac{3}{4}\triangle ABC = \frac{3}{4} \times 64 = 48(\text{cm}^2)$

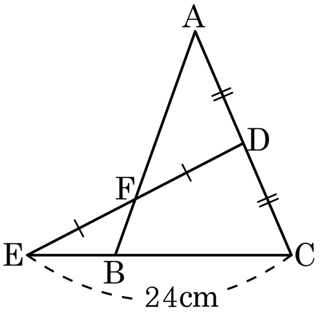
$\overline{CD}$를 그으면 $\triangle CAD : \triangle CED = 1 : 1$이므로

$\triangle CAD = \frac{1}{2}\triangle ACE = \frac{1}{2} \times 48 = 24(\text{cm}^2)$

또, $\triangle ADF : \triangle CDF = 1 : 3$이므로

$\triangle ADF = \frac{1}{4}\triangle CAD = \frac{1}{4} \times 24 = 6(\text{cm}^2)$

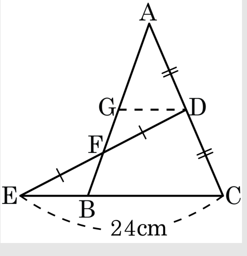
13. 다음 그림에서 $\overline{AD} = \overline{DC}, \overline{EF} = \overline{FD}$ 일 때, $\overline{EB}$ 의 길이를 바르게 구한 것은?



① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm ④ 9 cm ⑤ 10 cm

해설

다음 그림과 같이 $\overline{GD} \,//\, \overline{EC}$ 가 되도록 점 G 를 잡으면



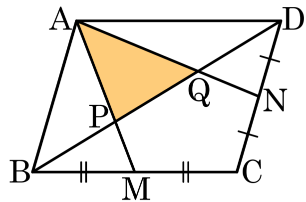
$\triangle GFD \equiv \triangle BFE$(ASA합동) 이므로 $\overline{EB} = \overline{DG} \cdots$ ㉠ 또, $\triangle ABC$ 에서 $\overline{DG} = \dfrac{1}{2}\overline{BC} \cdots$ ㉡

㉠,㉡에서 $\overline{EB} = \dfrac{1}{2}\overline{BC}$ 이므로 $\overline{BC} = 2\overline{EB}$

따라서 $\overline{EC} = \overline{EB} + \overline{BC} = \overline{EB} + 2\overline{EB} = 3\overline{EB} = 24$

$\therefore \overline{EB} = 8(\text{cm})$

14. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이고, 점 M, N 은 각각 $\overline{\text{BC}}$, $\overline{\text{CD}}$ 의 중점이다. △APQ 의 넓이가 12cm^2 일 때, □ABCD 의 넓이는?



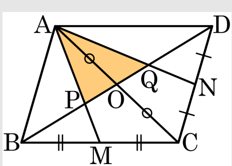
① 48cm^2 ② 56cm^2 ③ 64cm^2

④ 68cm^2 ⑤ 72cm^2

해설

점 P, Q 가 각각 △ABC , △ADC 의 무게중심이므로 $\triangle\text{APO} = \frac{1}{6}\triangle\text{ABC}$, $\triangle\text{AQO} = \frac{1}{6}\triangle\text{ADC}$ 이고, $\triangle\text{APQ} = \frac{1}{6}(\triangle\text{ABC} + \triangle\text{ADC}) = \frac{1}{6}$□ABCD 이다.

따라서 □ABCD $= 6\triangle\text{APQ} = 72(\text{cm}^2)$ 이다.



15. 축척이 1 : 25000 인 지도에서의 거리가 40 cm 인 두 지점 사이를 자전거를 타고 시속 10 km 의 속력으로 왕복하는 데 걸리는 시간은?

① 2 시간　② 2.5 시간　③ 3 시간
④ 3.5 시간　⑤ 4 시간

해설

실제 거리 : $40 \times 25000 = 1000000\,(\mathrm{cm}) = 10\ (\mathrm{km})$

$\frac{10}{10} \times 2 = 2$ (시간)