

1. 다음 함수 중 그 그래프가 제 1, 3, 4 사분면을 지나는 것은?

- ① $y = -\sqrt{1-x}$
- ② $y = \sqrt{2x+4}-3$
- ③ $y = -\sqrt{2x+3}+3$
- ④ $y = \sqrt{1-4x}+5$
- ⑤ $y = -\sqrt{6-2x}-1$

해설

① 제 3, 4 사분면을 지난다.

A coordinate plane showing the graph of the function $y = -\sqrt{1-x}$. The curve starts at the point (1, 0) on the x-axis and extends downwards and to the left into the third and fourth quadrants. The x-axis is labeled with 1, and the y-axis is labeled with -1. The origin is marked with O.

$y = -\sqrt{1-x}$

② 제 1, 3, 4 사분면을 지난다.

A coordinate plane showing the graph of the function $y = \sqrt{2x+4}-3$. The curve starts at the point (-2, -3) and extends upwards and to the right, passing through the third, fourth, and first quadrants. The x-axis is labeled with 0, and the y-axis is labeled with -2, -1, and -3. A dashed vertical line is drawn at x = -2. The origin is marked with O.

$y = \sqrt{2x+4}-3$

③ 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.

A coordinate plane showing the graph of the function $y = -\sqrt{2x+3}+3$. The curve starts at the point (-1.5, 3) and extends downwards and to the right, passing through the second, third, and fourth quadrants. The x-axis is labeled with 0, and the y-axis is labeled with 3 and -3/2. A dashed vertical line is drawn at x = -1.5. The origin is marked with O.

$y = -\sqrt{2x+3}+3$

④ 제 1, 2 사분면을 지난다.

A coordinate plane showing the graph of the function $y = \sqrt{1-4x}+5$. The curve starts at the point (0, 6) on the y-axis and extends to the left into the second quadrant. The x-axis is labeled with 0 and 1/4, and the y-axis is labeled with 6 and 5. A dashed vertical line is drawn at x = 1/4. The origin is marked with O.

$y = \sqrt{1-4x}+5$

⑤ 제 3, 4 사분면을 지난다.

A coordinate plane showing the graph of the function $y = -\sqrt{6-2x}-1$. The curve starts at the point (3, -1) on the x-axis and extends downwards and to the left into the third and fourth quadrants. The x-axis is labeled with 3, and the y-axis is labeled with -1. The origin is marked with O.

$y = -\sqrt{6-2x}-1$

따라서 그래프가 제 1, 3, 4 사분면을 지나는 것은 ②이다.

2. 무리함수 $y = -\sqrt{1-x} + 2$ 의 역함수는?

① $y = (x-2)^2 + 1 (x \leq 2)$

② $y = (x-2)^2 - 1 (x \leq 2)$

③ $y = -(x-2)^2 + 1 (x \leq 2)$

④ $y = -(x-2)^2 - 1 (x \leq 2)$

⑤ $y = -(x+2)^2 + 1 (x \leq 2)$

해설

$$y = -\sqrt{1-x} + 2 \text{ 에서 } 1-x \geq 0 \text{ 이므로 } x \leq 1$$

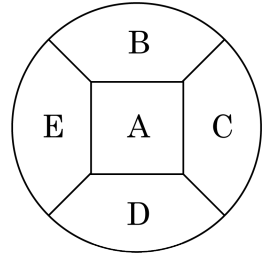
$$y-2 = -\sqrt{1-x} \leq 0 \text{ 이므로 } y \leq 2$$

$$1-x = (y-2)^2, \quad x = -(y-2)^2 + 1$$

x, y 를 바꾸면 구하는 역함수는

$$\therefore y = -(x-2)^2 + 1 (x \leq 2)$$

3. 그림의 A, B, C, D, E 5 개의 영역을 5 가지 색으로 칠하려고 한다. 같은 색을 중복하여 사용해도 좋으나 인접한 부분은 서로 다른 색으로 칠할 때, 칠하는 경우의 수는?



- ① 160 ② 270 ③ 360 ④ 420 ⑤ 540

해설

A 를 먼저 칠할 때 선택할 수 있는 방법은 5 가지이다. 그 다음 B 를 칠할 때 선택할 수 있는 방법은 4 가지, C 를 칠할 수 있는 방법은 3 가지이다.

(i) B 와 D 가 다른 색인 경우
 D 에 칠할 수 있는 색은 A, B, C 에 칠한 색을 제외한 2 가지 이고 E 에 칠할 수 있는 색은 A, B, D 에 칠한 색을 제외한 2 가지이므로
 $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 2 = 240$ (가지)

(ii) B 와 D 가 같은 색인 경우
 D 에 칠할 수 있는 색은 B 와 동일하므로 1 가지이고 E 에 칠할 수 있는 색은 $A, B(= D)$ 에 칠한 색을 제외한 3 가지 이므로
 $5 \times 4 \times 3 \times 1 \times 3 = 180$ (가지)

따라서 (i) (ii)에서 $240 + 180 = 420$ (가지)

4. 남자 4명, 여자 3명을 일렬로 세울 때, 여자끼리는 이웃하지 않도록 서는 경우의 수는?

① 720 ② 960 ③ 1280 ④ 1440 ⑤ 1560

해설

먼저 남자 4명을 줄 세운 다음 양 끝과 남자 사이의 5자리 중 3 자리를 골라 여자들을 배치한다.

$$4! \times {}_5P_3 = 1440$$

5. 5 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4 에서 서로 다른 4 개의 숫자를 택하여 양 끝이 홀수인 네 자리의 정수는 몇 개인가?

① 12 ② 24 ③ 36 ④ 72 ⑤ 120

해설

1000 자리의 숫자는 홀수 1,3 중 하나를 택하므로
그 방법은 ${}_2P_1$ (가지)
또, 그 각각에 대하여 1 자리의 숫자는 1000 자리에 사용된 숫자를 제외한 나머지 숫자를 택하므로 그 방법은 ${}_1P_1$ (가지)
또, 100 자리와 10 자리의 숫자는 나머지 3 개의 숫자에서 2 개를 택하여 나열하면 되므로 그 방법은 ${}_3P_2$ (가지)
따라서, 양 끝이 홀수인 네 자리의 정수는 곱의 법칙에 의하여
 ${}_2P_1 \times {}_3P_2 \times {}_1P_1 = 2 \times (3 \times 2) \times 1 = 12$ (개)

6. 15명의 육상부 학생 중에서 학교 대표 계주 선수 4명을 뽑으려고 한다. 교내 달리기 대회에서 우승한 2명의 육상부 학생이 선발되는 경우의 수를 a , 선발되지 않는 경우의 수를 b 라 할 때, $b - a$ 의 값은?

① 628 ② 631 ③ 634 ④ 637 ⑤ 640

해설

$$a = {}_{13}C_2 = 78, b = {}_{13}C_4 = 715$$

$$\therefore b - a = 715 - 78 = 637$$

7. 남학생 7명, 여학생 2명이 3명씩 세 개의 조로 나누어 게임을 하려고 한다. 여학생 2명이 같은 조에 속하는 방법의 수는? (단, 조의 구분은 없다.)

① 60 ② 70 ③ 120 ④ 140 ⑤ 210

해설

남학생 7명 중 한 명이 여학생 2명과 한 조를 이루면 되므로 구하는 방법의 수는 남학생 7명을 3명, 3명, 1명으로 나누는 방법의 수와 같다.

$${}_7C_3 \times {}_4C_3 \times {}_1C_1 \times \frac{1}{2!} = 70$$

8. 함수 $y = \frac{2x+5}{x+1}$ 의 그래프가 직선 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭일 때, $a - b$ 의 값은? (단, $a < 0$)

① -4

② -3

③ -2

④ -1

⑤ 0

해설

$$y = \frac{2x+5}{x+1} = \frac{2(x+1)+3}{x+1} = \frac{3}{x+1} + 2$$

이므로

주어진 함수의 그래프는 점 $(-1, 2)$ 를 지나고

고

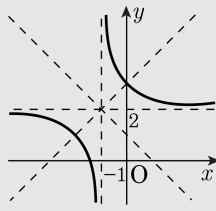
기울기가 ± 1 인 직선에 대하여 대칭이다.

이 때, 구하는 직선의 기울기가 음수이므로

직선의 방정식은 $y - 2 = -(x + 1)$

$\therefore y = -x + 1$

따라서 $a = -1$, $b = 1$ 이므로 $a - b = -2$

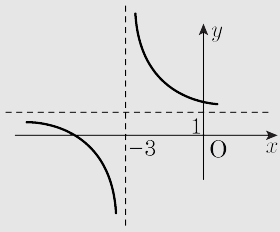


9. 다음 중 함수 $y = \frac{x+6}{x+3}$ 의 그래프는 제 a 사분면을 지나지 않고, 점 $(0, b)$ 를 지난다고 할 때, $a - b$ 의 값은?

① -6 ② -4 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$y = \frac{x+3+3}{x+3} = 1 + \frac{3}{x+3}$$



따라서 제4사분면을 지나지 않는다. $\therefore a = 4$

$x = 0$ 일 때 $y = \frac{6}{3} = 2$, $\therefore b = 2$

$\therefore a - b = 4 - 2 = 2$

10. $2 \leq x \leq 4$ 일 때, 함수 $y = \frac{3x-4}{x-1}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다. Mm 의 값은?

① $\frac{2}{3}$

② $\frac{4}{3}$

③ $\frac{8}{3}$

④ $\frac{16}{3}$

⑤ $\frac{20}{3}$

해설

$$y = \frac{3x-4}{x-1} = \frac{-1}{x-1} + 3$$

$$x = 2 \text{ 일 때 최소이므로, } M = \frac{-1}{2-1} + 3 = 2$$

$$x = 4 \text{ 일 때 최대이므로, } m = \frac{-1}{4-1} + 3 = \frac{8}{3}$$

$$\therefore Mm = 2 \times \frac{8}{3} = \frac{16}{3}$$

11. 함수 $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ 에 대하여 다음 보기중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $f(-x) = \frac{1}{f(x)}$
- ㉡ $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$
- ㉢ $f^{-1}(x) = f(x)$ (단 f^{-1} 는 f 의 역함수)

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $f(-x) = \frac{-x+1}{-x-1} = \frac{x-1}{x+1}$
 $= \frac{1}{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)} = \frac{1}{f(x)}$

㉡ $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\frac{1}{x}+1}{\frac{1}{x}-1} = \frac{1+x}{1-x} \neq f(x)$

㉢ $f^{-1}(x) = \frac{x+1}{x-1} = f(x)$

따라서 ㉠, ㉢

12. 두 함수 f, g 가 $f(x) = \frac{1}{x+1}$, $g(x) = \sqrt{x} + 1$ 일 때, $0 \leq x \leq 4$ 에서 함수 $y = (f \circ g)(x)$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

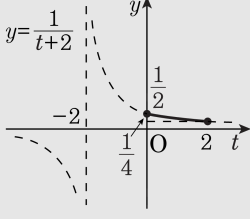
- ① $\frac{1}{4}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{3}{4}$
- ④ 1
- ⑤ $\frac{5}{4}$

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f(\sqrt{x} + 1) \\&= \frac{1}{\sqrt{x} + 1 + 1} \\&= \frac{1}{\sqrt{x} + 2}\end{aligned}$$

$\sqrt{x} = t$ 로 놓으면
 $0 \leq x \leq 4$ 에서 $0 \leq t \leq 2$ 이므로
주어진 함수는 $y = \frac{1}{t+2} (0 \leq t \leq 2)$

따라서 다음 그림에서 $t = 0$ 일 때
최댓값은 $\frac{1}{2}$,
 $t = 2$ 일 때
최솟값은 $\frac{1}{4}$ 이므로
구하는 합은 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$



13. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 첫 번째 나온 눈의 수를 a , 두 번째 나온 눈의 수를 b 라 하자. $f(x) = (a-4)x+6$, $g(x) = (3-b)x+2$ 라 할 때 합성함수 $y = (f \circ g)(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않는 경우의 수는?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$y = f(g(x)) = (a-4)\{(3-b)x+2\}+6$
 $= (a-4)(3-b)x + (2a-2)$
함수의 그래프가 x 축과 만나지 않기 위해서는 $2a-2 \neq 0$ 이고 $(a-4)(3-b) = 0$ 이다.
 $\therefore (a,b)$ 는 $(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (2,3), (3,3), (5,3), (6,3)$ 의 10 가지

14. 자신의 영문 이름을 이용하여 이메일 아이디를 만들려고 한다 첫 번째 자리에는 자신의 영문 이름 중 모음을, 두 번째 자리에는 자음을, 세 번째 자리에는 다시 모음을 사용하여 만들 때, 영문 이름이 Lee Soon-shin인 사람이 만들 수 있는 아이디의 개수는? 단, 대소문자의 구분은 없고, 같은 알파벳은 2번 이상 사용하지 않는다.

① 12 ② 18 ③ 24 ④ 30 ⑤ 36

해설

두 번째 자리에 올 수 있는 자음의 가지수는 4가지이고,
모음 3가지를 첫 번째 세 번째에 배열하는 방법은 ${}_3P_2$ 이다.
 $\therefore 4 \times {}_3P_2 = 24$

15. ‘국회의사당’의 다섯 글자를 일렬로 나열할 때, 적어도 한쪽 끝에는 받침이 있는 글자가 오도록 하는 방법의 수는?

- ① 36 ② 48 ③ 60 ④ 72 ⑤ 84

해설

전체의 경우의 수에서 양쪽 끝 모두 받침이 없는 글자가 오는 경우의 수를 빼준다.

$$5! - ({}_3P_2 \times 3!) = 84$$