

1. 다음 중 81 의 약수는?

① 2

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 9

해설

81 의 약수는 1, 3, 9, 27, 81 이다.

2. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳지 않은 것은?

① $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

② $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$

③ $a + a + a + a = a^4$

④ $a \times b \times b \times b \times b = a \times b^4$

⑤ $\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7} = \frac{1}{2^3 \times 7^2}$

해설

③ $a + a + a + a = 4 \times a$

3. 다음 중 소수가 아닌 것은?

- ① 7 ② 11 ③ 13 ④ 19 ⑤ 21

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.
 $21 = 3 \times 7$ 이므로 소수가 아니다.

4. 다음 수 중 약수의 개수가 가장 많은 수는?

① $2^2 \times 3 \times 7$

② $3 \times 5 \times 7 \times 9$

③ $5 \times 7 \times 11$

④ 13^2

⑤ 2^{10}

해설

① 12 개

② 16 개

③ 8 개

④ 3 개

⑤ 11 개

5. $2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 5^2$ 의 공약수가 될 수 없는 것은?

① 1

② 2^2

③ 2×5

④ 5^2

⑤ $2^2 \times 5$

해설

두 수의 최대공약수가 $2^2 \times 5$ 이므로 5^2 은 공약수가 될 수 없다.

6. 다음 보기 중 옳지 않은 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

- ㉠ 소수는 약수의 개수가 2개뿐이다.
- ㉡ 합성수의 약수의 개수는 3개 이상이다.
- ㉢ 2는 모든 짝수의 약수이다.
- ㉣ 102와 187은 서로소이다.
- ㉤ 소수에는 짝수가 없다.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

- ㉣ 102와 187의 최대공약수가 17이므로 서로소가 아니다.
- ㉤ 소수에는 짝수인 2가 있다.

7. 36과 $2 \times 3^2 \times 5$ 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$, $2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는 2×3^2 이므로 공약수의 개수는 $(1 + 1) \times (2 + 1) = 6(\text{개})$

8. 세 자연수 A, B, C 의 최소공배수가 26 일 때, A, B, C 의 공배수 중 80 이하의 자연수는 몇 개인가?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

세 자연수의 공배수는 최소공배수의 배수를 구하면 된다.
세 자연수 A, B, C 의 최소공배수가 26 이므로 A, B, C 의 공배수 중 80 이하의 자연수는 26, 52, 78 이다.
따라서 3 개이다.

9. 굴 60 개, 배 45 개, 감 30 개를 하나도 빠짐없이 되도록 많은 사람들에게 똑같이 나누어주려고 한다. 몇 사람에게 나누어주면 되는지 구하여라.

▶ 답: 명

▶ 정답 : 15 명

해설

구하고자 하는 학생 수는 60, 45, 30 의 최대공약수이므로 15 (명)이다.

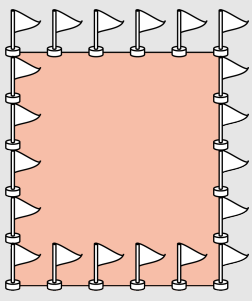
10. 가로 80m , 세로 96m 인 직사각형 모양의 땅의 둘레에 일정한 간격으로 깃발을 세우려고 한다. 4 개의 모퉁이에는 반드시 깃발을 세워야 하고, 깃발은 가능한 적게 사용하려고 할 때, 필요한 깃발의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 22 개

해설

모퉁이에 반드시 깃발을 세우고 일정한 간격으로 깃발을 세우면서 최소의 깃발을 세우려면, 가로와 세로의 최대공약수만큼 거리를 떨어뜨려 세우면 된다. 80 과 96 의 최대공약수는 16 이므로, 필요한 깃발의 개수는 22 개 이다.



11. I, M, O 는 $I \times M \times O = 2001$ 을 만족하는 서로 다른 자연수이다. 이 때, $I + M + O$ 의 최댓값은?

① 23 ② 55 ③ 99 ④ 111 ⑤ 671

해설

$2001 = 3 \times 23 \times 29$ 이고, 합의 최댓값을 구하므로, I, M, O 는 1, 3, 667 이 된다.

12. 다음 네 수 $2^a \times 3^5 \times 7 \times 175$, $2^5 \times 3^b \times 5^3 \times 7^2$, $2^6 \times 3^3 \times 5^c \times 7^3$, $144 \times 75 \times 7^d$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 7 \times 90$ 일 때, $(a + b + c) \times d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

최대공약수가 $2^2 \times 7 \times 90 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이고
주어진 각 수를 정리한 값이
 $2^a \times 3^5 \times 7 \times 175 = 2^a \times 3^5 \times 5^2 \times 7^2$
 $2^5 \times 3^b \times 5^3 \times 7^2$
 $2^6 \times 3^3 \times 5^c \times 7^3$
 $144 \times 75 \times 7^d = 2^4 \times 3^3 \times 5^2 \times 7^d$ 이다.
주어진 네 수의 2의 지수를 비교하면
모두 3보다 크므로 a 는 3이어야 한다.
주어진 네 수의 3의 지수를 비교하면
모두 2보다 크므로 b 는 2이어야 한다.
주어진 네 수의 5의 지수를 비교하면
모두 1보다 크므로 c 는 1이어야 한다.
주어진 네 수의 7의 지수를 비교하면
모두 1보다 크므로 d 는 1이어야 한다.
따라서 $a = 3$, $b = 2$, $c = 1$, $d = 1$ 이므로
 $(a + b + c) \times d = (3 + 2 + 1) \times 1 = 6$ 이다.

13. a, b 의 최대공약수는 4, 두 수의 곱이 96 일 때, (a, b) 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 2 개

해설

a, b 의 최대공약수가 4 이므로

$a = 4x, b = 4y$ (x, y 는 서로소, $x < y$) 라 하면

$4x \times 4y = 96$ 이다. 따라서 $x \times y = 6$

$\preceq$, $(x, y) \preceq (1, 6), (2, 3)$ 이므로 $(a, b) \preceq$

$(4, 24), (8, 12)$ 이다.

따라서 2 개이다.

14. 자연수 x 에 대하여 $f(x)$ 는 x 를 8 로 나눈 나머지, $g(x)$ 는 x 를 9 로 나눈 나머지라고 정의할 때, $\{f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(100)\} + \{g(1)+g(2)+g(3)+\cdots+g(n)\} = 671$ 을 만족하는 n 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 82

해설

$f(1) = 1, f(2) = 2, f(3) = 3, f(4) = 4, f(5) = 5, f(6) = 6, f(7) = 7, f(8) = 0, f(9) = 1, \dots$
→ 연속되는 8 개의 수의 나머지의 합은 28 이다.
→ $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(100) = 28 \times 12 + 1+2+3+4 = 346$
,
 $g(1) = 1, g(2) = 2, g(3) = 3, g(4) = 4, g(5) = 5, g(6) = 6, g(7) = 7, g(8) = 8, g(9) = 0, g(10) = 1, \dots$
→ 연속되는 9 개의 수의 합은 36 이다.
→ $\{f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(100)\} + \{g(1) + g(2) + g(3) + \cdots + g(n)\} = 671$
→ $346 + g(1) + g(2) + g(3) + \cdots + g(n) = 671$
→ $g(1) + g(2) + g(3) + \cdots + g(n) = 325 = 36 \times 9 + 1$
→ 연속되는 9 개의 수가 9 짝 있고 뒤에 1 개의 수가 더 있다.
 $\therefore n = 9 \times 9 + 1 = 82$

15. $(x-1):y=3:4$ 일 때, x,y 의 최소공배수가 56 이다. x,y 의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$(x-1):y=3:4 \rightarrow 4 \times (x-1) = 3 \times y,$$

$$x,y \text{ 의 최소공배수가 } 56 = 2^3 \times 7$$

위 두 조건을 만족시키는 x,y 의 값은 $x=7, y=8$ 이다.

$$\therefore (x,y \text{ 의 최대공약수}) = 1$$