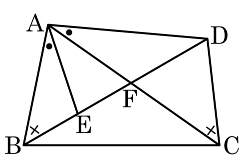
1. 다음 그림에서 $\angle BAE = \angle CAD$, $\angle ABE = \angle ACD$ 일 때, 다음 중 $\triangle ABC$ 와 닮은 도형인 것은?



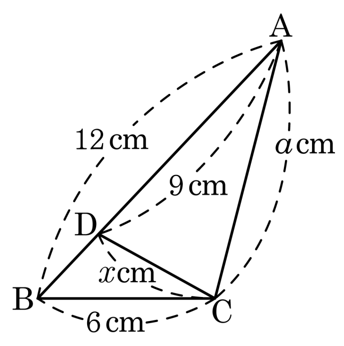
① $\triangle ABE$ ② $\triangle ADC$ ③ $\triangle BCF$

④ $\triangle AED$ ⑤ $\triangle CDF$

해설

$\angle ABE = \angle ACD$, $\angle BAE = \angle CAD$ 이므로
$\triangle ABE \backsim \triangle ACD$ (AA 닮음)
$\triangle ABC$ 와 $\triangle AED$ 에서 $\angle BAC = \angle EAD$, $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD}$
($\because$ $\triangle ABE \backsim \triangle ACD$) 이므로 SAS 닮음이다.
$\therefore$ $\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (SAS 닮음)

2. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{AD} = 9\text{cm}$, $\overline{AC} = a\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\,\text{cm}$ 일 때, x의 값을 a에 관하여 나타내면?

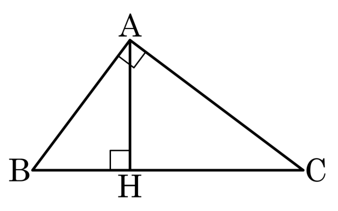


① $3a$ ② $\frac{2a}{3}$ ③ $\frac{a}{2}$ ④ $\frac{a}{3}$ ⑤ $2a$

해설

$\angle B$ 는 공통, $\overline{BD} : \overline{BC} = \overline{BC} : \overline{BA} = 1 : 2$ 이므로
$\triangle BDC \backsim \triangle BCA$(SAS닮음)
닮음비가 $1 : 2$ 이므로 $x : a = 1 : 2$
$\therefore\ x = \frac{a}{2}$

3. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 에서 변 BC 위에 수선의 발을 내린 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABC \backsim \triangle HBA$

② $\triangle HAC \backsim \triangle HBA$

③ $\overline{AB}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{BC}$

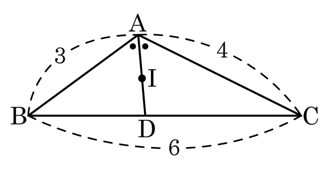
④ $\overline{AC}^2 = \overline{CH} \cdot \overline{CB}$

⑤ $\overline{AH}^2 = \overline{HB} \cdot \overline{BC}$

해설

$\overline{AH}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{CH}$

4. 다음 그림에서 점 I는 내심이다. $\overline{AB}=3$, $\overline{AC}=4$, $\overline{BC}=6$ 일 때, $\overline{AI}:\overline{ID}$ 를 구하면?



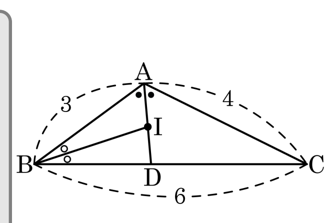
① $4:3$ ② $5:3$ ③ $6:5$

④ $7:6$ ⑤ $8:5$

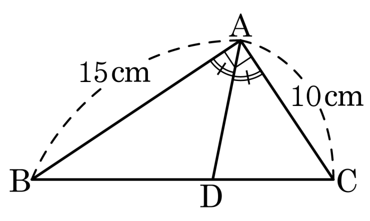
해설

$\overline{BD}:\overline{DC}=3:4$ 이므로 $\overline{BD}=6\times\frac{3}{7}=\frac{18}{7}$

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BI}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이므로 $\overline{AI}:\overline{ID}=\overline{BA}:\overline{BD}=3:\frac{18}{7}=7:6$



5. 다음 그림과 같이 $\angle BAD = \angle CAD = 45°$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이는?

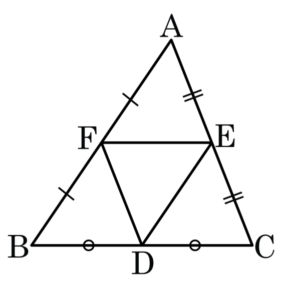


① $80cm^2$ ② $90cm^2$ ③ $40cm^2$
④ $45cm^2$ ⑤ $\frac{75}{2}cm^2$

해설

$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로 $\triangle ABC = 15 \times 10 \times \frac{1}{2} = 75(cm^2)$ 이다.
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 3 : 2$ 이므로
$\triangle ABD : \triangle ADC = 3 : 2$
$\therefore\ \triangle ABD = \frac{3}{5}\triangle ABC = \frac{3}{5} \times 75 = 45(cm^2)$

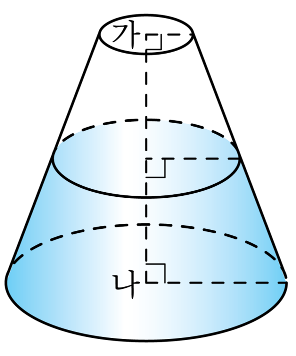
6. 다음 그림에서 점 D, E, F 는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{CA}$, $\overline{AB}$ 의 중점이다. $\triangle DEF$ 의 넓이가 $3cm^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① $12cm^2$ ② $13cm^2$ ③ $14cm^2$
④ $15cm^2$ ⑤ $16cm^2$

해설
$\triangle AFE \equiv \triangle BDF \equiv \triangle DCE \equiv \triangle FED$ (SSS 합동) 이므로 $\triangle ABC$ 의 넓이는
$4 \times \triangle DEF = 4 \times 3 = 12(cm^2)$ 이다.

7. 그림과 같이 밑면 (가), (나) 의 넓이가 $4\pi\text{cm}^2$, $36\pi\text{cm}^2$ 인 원뿔대를 높이의 이등분점을 지나고 밑면에 평행한 평면으로 잘라서 두 개의 원뿔대를 만들려고 한다. 위쪽 원뿔대의 부피가 $14\pi\text{cm}^3$ 일 때, 아래쪽 원뿔대의 부피를 구하면?



① $14\pi\text{cm}^3$　　② $22\pi\text{cm}^3$　　③ $30\pi\text{cm}^3$

④ $38\pi\text{cm}^3$　　⑤ $46\pi\text{cm}^3$

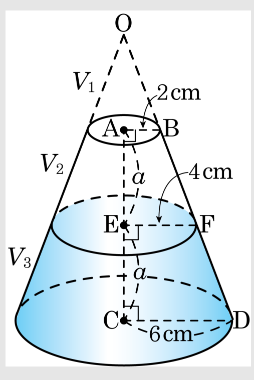
해설

$(\overline{\text{AB}})^2\pi = 4\pi$ 에서 $\overline{\text{AB}} = 2\text{cm}$, $(\overline{\text{CD}})^2\pi = 36\pi$ 에서 $\overline{\text{CD}} = 6\text{cm}$ 이다.

또 $\overline{\text{AB}}//\overline{\text{EF}}//\overline{\text{CD}}$ 이고 $\overline{\text{AE}} = \overline{\text{EC}}$ 이므로 $\overline{\text{EF}} = \frac{1}{2}(2+6) = 4\text{cm}$ 이고

$\overline{\text{OA}} : \overline{\text{OE}} = 2 : 4 = 1 : 2$ 이므로 $\overline{\text{OA}} = \overline{\text{AE}}$ 이다.

$\triangle\text{OAB}$, $\triangle\text{OEF}$, $\triangle\text{OCD}$ 를 각각 $\overline{\text{OC}}$ 를 축으로 회전시킨 세 원뿔은 모두 닮은 도형이고 닮음비는 $1 : 2 : 3$ 이므로 부피의 비는 $1 : 8 : 27$ 이다.

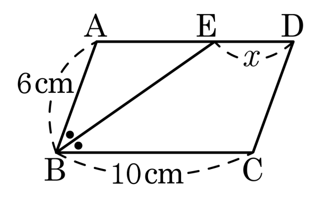


따라서 위의 그림에서 보이는 원뿔과 두 원뿔대의부피를 각각 V, V, V 라고 하면

$V_1 : V_2 : V_3 = 1 : (2^3 - 1) : (3^3 - 2^3) = 1 : 7 : 19$ 이다.

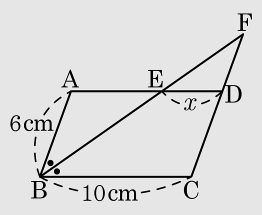
따라서 $V_3 = \frac{19}{7} \times V_2 = \frac{19}{7} \times 14\pi = 38\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

8. 다음 그림에서 사각형 ABCD가 평행사변형이고, $\angle ABE = \angle EBC$일 때, 선분 x의 길이는?



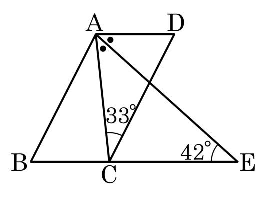
① 2cm
② 3cm
③ 3.5cm
④ 4cm
⑤ 4.5cm

해설



$\overline{BE}$의 연장선을 그어서 $\overline{CD}$와 만나는 점을 F라 하면
$x = \overline{DF} = 10 - 6 = 4(\text{cm})$이다.

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle DAC$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 연장선이 점 E 에서 만난다. $\angle ACD = 33°$, $\angle E = 42°$ 일 때, $\angle B$ 의 크기는?



① 61° ② 63° ③ 65°

④ 67° ⑤ 69°

해설

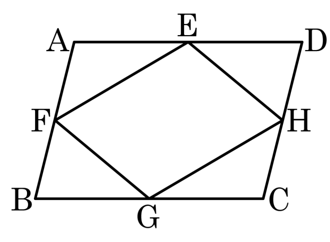
$\angle DAE = \angle AEC = 42°$ (엇각)

$\angle DAC = 42° \times 2 = 84°$

$\angle BCD = 84° + 33° = 117°$

$\angle B = 180° - 117° = 63°$

10. 다음은 평행사변형 ABCD의 각 변의 중점을 차례로 E, F, G, H라 할 때, □EFGH가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. ㄱ~ㄷ에 들어갈 것으로 옳은 것을 차례로 나열한 것은?



△AEH 와 △CGF 에서

$\boxed{\quad ㄱ \quad} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \overline{CF} \cdots$ ㉠

$\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{DC} = \overline{CG} \cdots$ ㉡

□ABCD 는 평행사변형이므로

$\angle HAE = \boxed{\quad ㄴ \quad} \cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의하여 △AEH ≡ △CGF (SAS 합동)

$\therefore\ \overline{EH} = \overline{FG} \cdots$ ㉣

△EBF와 △GDH에서도 같은 방법으로하면

△EBF ≡ △GDH이므로

$\therefore \overline{EF} = \boxed{\quad ㄷ \quad} \cdots$ ㉤

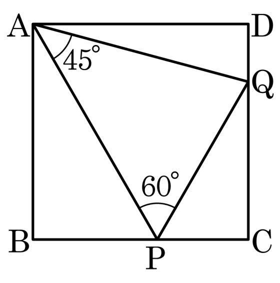
㉣, ㉤에 의하여 □EFGH는 평행사변형이다.

① $\overline{AD}, \angle FGC, \overline{HG}$
② $\overline{AH}, \angle CFG, \overline{HG}$
③ $\overline{AD}, \angle FGC, \overline{CD}$
④ $\overline{AH}, \angle FCG, \overline{HG}$
⑤ $\overline{AH}, \angle FCG, \overline{GD}$

해설

$\overline{AH} = \overline{CF}$이고, $\angle HAE = \angle FCG$이다. △EBF ≡ △GDH이므로 $\overline{EF} = \overline{HG}$이다.

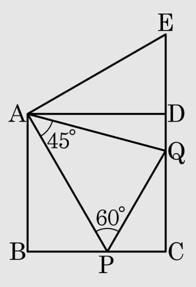
11. 다음 그림에서 □ABCD는 정사각형이고, $\angle PAQ = 45°$, $\angle APQ = 60°$ 일 때, $\angle AQD$ 의 크기는?



① 45° ② 55° ③ 65° ④ 75° ⑤ 85°

해설

다음 그림과 같이 $\overline{CD}$의 연장선 위에 $\overline{BP} = \overline{DE}$인 점 E를 잡는다.



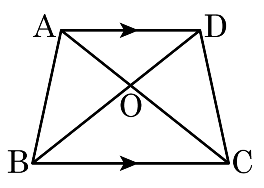
$\triangle APQ$, $\triangle AEQ$에서, $\overline{AP} = \overline{AE}$, $\overline{AQ}$는 공통,

$\angle PAQ = \angle EAQ = 45°$

$\therefore \triangle APQ \equiv \triangle AEQ$

$\therefore \angle AQD = \angle AQP = 180° - (45° + 60°) = 75°$

12. 다음 등변사다리꼴 ABCD에 대한 설명 중 옳은 것은?



보기

㉠ $\overline{AB} = \overline{AD}$

㉡ $\overline{AB} // \overline{CD}$

㉢ $\angle ABC = \angle DCB$

㉣ $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$

㉤ $2 \times \triangle AOD = \triangle BOC$

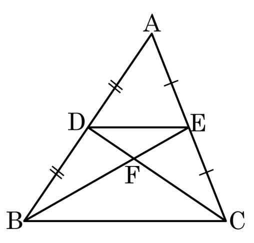
① ㉠, ㉢ ② ㉡, ㉣ ③ ㉡, ㉤ ④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉢, ㉤

해설

㉢ 등변사다리꼴의정의에따라
밑변의양끝각의크기가같으므로
$\angle ABC = \angle DCB$이다.

㉣ $\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서
$\overline{AB} = \overline{DC}$이고, $\overline{BC}$는 공통,
$\angle B = \angle C$이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$이다.

13. 다음 $\triangle ABC$ 에서 점 D, E 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이다. $\triangle ABC$ 의 넓이와 $\triangle DEF$ 의 넓이의 비는?



① 2 : 9 ② 3 : 11 ③ 1 : 11 ④ 1 : 12 ⑤ 3 : 22

해설

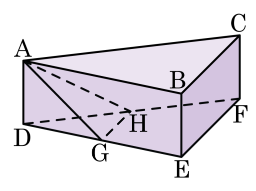
점 F 가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$\triangle FBC = \frac{1}{3}\triangle ABC$

$\triangle DEF : \triangle FBC = 1^2 : 2^2 = 1 : 4$

$\therefore\ \triangle DEF : \triangle ABC = 1 : 12$

14. 다음 삼각기둥에서 점 G, H 는 각각 $\overline{\mathrm{DE}}$, $\overline{\mathrm{DF}}$ 의 중점이다. 삼각기둥의 부피가 $72\,\mathrm{cm}^3$ 일 때, 삼각뿔 A – DGH 의 부피는?



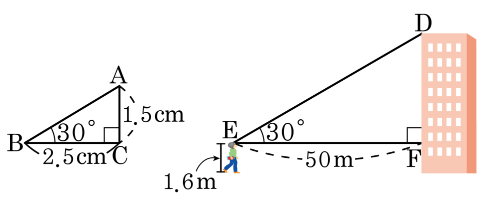
① $5\,\mathrm{cm}^3$ ② $6\,\mathrm{cm}^3$ ③ $7\,\mathrm{cm}^3$ ④ $8\,\mathrm{cm}^3$ ⑤ $9\,\mathrm{cm}^3$

해설

(삼각뿔 A – DGH 의 부피)

$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \triangle\mathrm{DEF} \times \overline{\mathrm{AD}} = \frac{1}{12} \times (\text{삼각기둥의 부피}) = \frac{1}{12} \times 72 = 6 \ \left(\mathrm{cm}^3\right)$

15. 눈높이가 $1.6\,\mathrm{m}$ 인 혜선이가 어떤 건물로부터 $50\,\mathrm{m}$ 떨어진 곳에서 건물의 끝 D 지점을 올려다 본 각의 크기가 $30°$ 이었다. 이를 바탕으로 $\angle B = 30°$, $\angle C = 90°$, $\overline{BC} = 2.5\,\mathrm{cm}$ 인 직각삼각형 ABC 를 그렸더니 $\overline{AC} = 1.5\,\mathrm{cm}$ 이었다. 이 건물의 실제 높이는 몇 m 인가?



① $28.6\,\mathrm{m}$　　② $30\,\mathrm{m}$　　③ $31.6\,\mathrm{m}$

④ $32\,\mathrm{m}$　　⑤ $32.6\,\mathrm{m}$

해설

$(\text{축척}) = \dfrac{2.5\,\mathrm{cm}}{50\,\mathrm{m}} = \dfrac{2.5\,\mathrm{cm}}{5000\,\mathrm{cm}} = \dfrac{1}{2000}$

$\therefore\ \overline{DF} = 1.5\ (\mathrm{cm}) \times 2000 = 3000\ (\mathrm{cm}) = 30\ (\mathrm{m})$

따라서 건물의 실제 높이는 $1.6 + 30 = 31.6\ (\mathrm{m})$