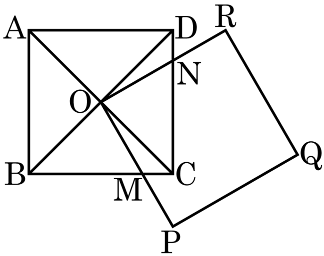
1. 오른쪽 그림에서 O 는 두 대각선 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 의 중점이며 또, 두 정사각형 □ABCD 와 □OPQR 은 합동이다. □OPQR 이 점 O 를 중심으로 회전을 하며, $\overline{OP}$ 와의 교점 M 이 $\overline{BC}$ 위를 움직일 때, □OMCN 의 넓이는 얼마인가? (단, $\overline{AB} = 4\text{cm}$)



① 2cm^2　② 3cm^2　③ 4cm^2　④ 5cm^2　⑤ 6cm^2

해설

△OMC 와 △OND 에서 $\overline{OC} = \overline{OD}$

$\angle OCM = \angle ODN = 45°$

$\angle COM = 90° - \angle CON = \angle DON$

$\therefore\ \angle COM = \angle DON$

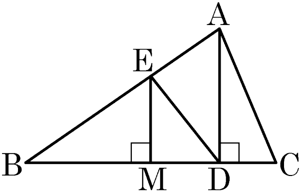
$\therefore$ △OMC ≡ △OND(SAS 합동)

즉, △OMC = △OND

따라서 □OMCN 의 넓이는 △OBC 의 넓이와 같다.

$\therefore$ □OMCN $= \frac{1}{4}$□ABCD $= 4(\text{cm}^2)$

2. 다음 그림에서 $\overline{BM} = \overline{MC}$, $\overline{EM} \perp \overline{BC}$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$이다. $\triangle ABC$의 넓이가 60cm^2일 때, $\square AEDC$ 의 넓이는?



① 20cm^2 ② 25cm^2 ③ 30cm^2

④ 35cm^2 ⑤ 40cm^2

해설

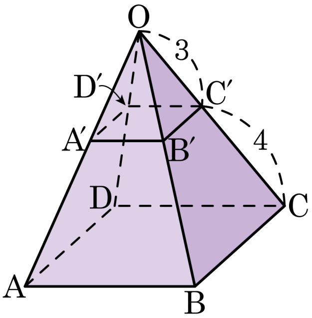
$\overline{EM}$과 $\overline{AD}$가 모두 $\overline{BC}$에 수직이므로 $\overline{EM} \,//\, \overline{AD}$

따라서 밑변과 높이가 같으므로 $\triangle AED = \triangle AMD$이다.

$\square AEDC = \triangle AED + \triangle ADC = \triangle AMD + \triangle ADC = \triangle AMC$

$\therefore \square AEDC = \dfrac{1}{2}\triangle ABC = 30\text{cm}^2$

3. 다음 그림의 사각뿔 O – ABCD 에서 □A′B′C′D′ 을 포함하는 평면과 □ABCD 를 포함하는 평면이 서로 평행할 때, O – ABCD 와 O – A′B′C′D′ 의 닮음비는?

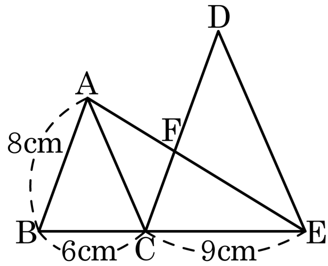


① 3 : 4 ② 4 : 3 ③ 3 : 7 ④ 7 : 3 ⑤ 3 : 5

해설

두 입체도형 O – ABCD 와 O – A′B′C′D′ 이 닮음이므로 닮음비는 $\overline{OC} : \overline{OC'} = 7 : 3$ 이다.

4. 다음 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DCE$ 이고, 점 C는 $\overline{BE}$ 위에 있다. $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$, $\overline{CE} = 9\text{cm}$ 일 때, $\overline{DF}$ 의 길이는?



① 6cm ② 6.8cm ③ 7.2cm

④ 8cm ⑤ 8.2cm

해설

$\triangle ABC \backsim \triangle DCE$ 이므로 $\overline{AB} : \overline{DC} = \overline{BC} : \overline{CE}$

$8 : \overline{DC} = 6 : 9$ 이므로 $\overline{DC} = 12(\text{cm})$

$\triangle EAB$ 와 $\triangle EFC$ 에서 $\angle E$ 는 공통, $\angle B = \angle FCE(\because \triangle ABC \backsim \triangle DCE)$

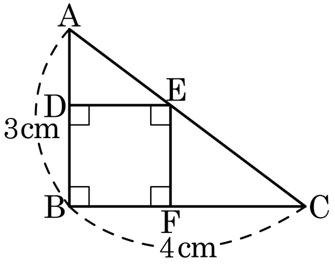
$\triangle EAB \backsim \triangle EFC$ (AA 닮음)

$\overline{EB} : \overline{EC} = \overline{AB} : \overline{FC}$ 이므로 $15 : 9 = 8 : \overline{CF}$

$\overline{CF} = 4.8(\text{cm})$

$\therefore \overline{DF} = 12 - 4.8 = 7.2(\text{cm})$

5. 아래 그림에서 $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\text{cm}$, $\overline{AC} = 5\text{cm}$ 일 때, 정사각형 DBFE 의 한 변의 길이를 구하면?



① 2cm ② $\dfrac{12}{7}$cm ③ $\dfrac{10}{7}$cm

④ $\dfrac{3}{2}$cm ⑤ 1cm

해설

$\triangle ABC \backsim \triangle ADE$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DE}$

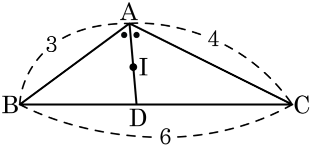
정사각형의 한 변인 $\overline{DE}$ 를 a (cm) 라고 하면

$3 : (3 - a) = 4 : a$

$a = \dfrac{12}{7}$

$\therefore \dfrac{12}{7}$cm

6. 다음 그림에서 점 I는 내심이다. $\overline{AB}=3$, $\overline{AC}=4$, $\overline{BC}=6$ 일 때, $\overline{AI}:\overline{ID}$ 를 구하면?



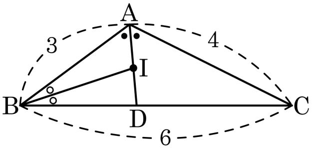
① 4 : 3 ② 5 : 3 ③ 6 : 5

④ 7 : 6 ⑤ 8 : 5

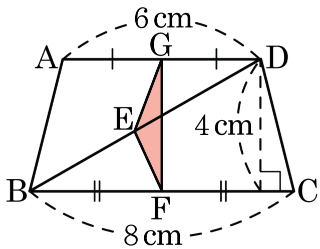
해설

$\overline{BD}:\overline{DC}=3:4$ 이므로 $\overline{BD}=6\times\frac{3}{7}=\frac{18}{7}$

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BI}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이므로 $\overline{AI}:\overline{ID}=\overline{BA}:\overline{BD}=3:\frac{18}{7}=7:6$



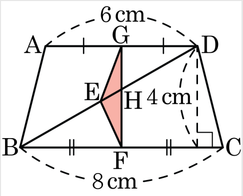
7. $\overline{AD}=6\text{cm}$, $\overline{BC}=8\text{cm}$, 높이가 4cm 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$ 의 중점을 각각 G, F, E 라고 할 때, $\triangle EFG$ 의 넓이를 구하면?



① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{15}{8}$ ⑤ 2

해설

$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{BD}$ 이고, $\overline{BD}$ 와 $\overline{GF}$ 의 교점을 H 라 하면



$\triangle DGH \backsim \triangle BFH$ 이고 닮음비는 $3:4$ 이므로

$\overline{HD}=\frac{3}{7}\overline{BD}$, $\overline{EH}=\overline{DE}-\overline{DH}=\frac{1}{14}\overline{BD}$ 이므로

$\overline{EH}:\overline{DH}=\frac{1}{14}:\frac{3}{7}=1:6$

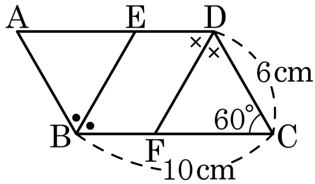
$\triangle EGH=\frac{1}{7}\triangle DGE=\frac{1}{7}\times\frac{1}{4}\triangle ABD=\frac{1}{28}\triangle ABD$

마찬가지 방법으로 $\triangle EFH=\frac{1}{28}\triangle DBC$

따라서

$$\begin{aligned}\triangle EFG&=\frac{1}{28}\square ABCD\\&=\frac{1}{28}\times\left\{\frac{1}{2}\times(6+8)\times4\right\}=1\end{aligned}$$ 이다.

8. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle B$와 $\angle D$의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각 각 E, F라 하고, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{DC} = 6\text{cm}$, $\angle C = 60°$일 때, □BFDE의 둘레의 길이는?



① 16cm ② 18cm ③ 20cm ④ 22cm ⑤ 24cm

해설

$\angle EBF = \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D = \angle EDF \cdots$ ㉠

$\angle DEB = 180° - \angle EBF = 180° - \angle EDF = \angle BFD \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 □EBFD는 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이다.

$\angle EDF = \angle DFC$ ($\because$ 엇각) 이므로 △CDF는 이등변삼각형이고, 세 각이 모두 60°이므로 정삼각형이다.

$\therefore\ \overline{FC} = \overline{DC} = \overline{DF} = \overline{EB} = 6(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{DE} = \overline{BF} = \overline{BC} - \overline{FC} = 10 - 6 = 4(\text{cm})$

$\therefore$ (둘레의 길이) $= (6 + 4) \times 2 = 20(\text{cm})$

9. 다음 조건을 만족하는 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되는 것은 모두 몇 개인가?

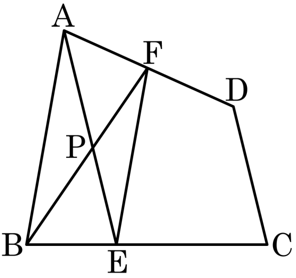
㉠ $\angle A = 80°,\ \angle B = 100°,\ \angle C = 80°$ 인 □ABCD
㉡ $\overline{AD} /\!/ \overline{BC},\ \overline{AB} = 5\text{cm},\ \overline{DC} = 5\text{cm}$ 인 □ABCD
㉢ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 □ABCD
㉣ $\overline{AD} /\!/ \overline{BC},\ \angle B = \angle D$ 인 □ABCD

① 없다 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

평행사변형이 되는 것은 ㉠, ㉢, ㉣이다.

10. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{FE}$ 일 때, 넓이가 같은 삼각형은 모두 몇 쌍 있는가?



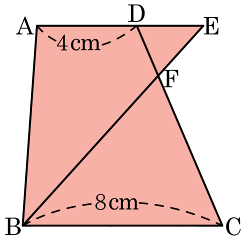
① 1쌍 ② 2쌍 ③ 3쌍 ④ 4쌍 ⑤ 5쌍

해설

$\triangle ABE = \triangle ABF$, $\triangle AEF = \triangle BEF$

$\triangle APF = \triangle PBE$

11. 다음 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AD}} = 4\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BC}} = 8\,\mathrm{cm}$ 이다. $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 연장선 위의 점 E 에 대하여 $\overline{\mathrm{BE}}$가 □ABCD 의 넓이를 이등분할 때, $\overline{\mathrm{DE}}$ 의 길이를 구하면?



① $\frac{12}{7}$ cm ② $\frac{13}{5}$ cm ③ $\frac{9}{2}$ cm
④ $\frac{11}{4}$ cm ⑤ $\frac{8}{3}$ cm

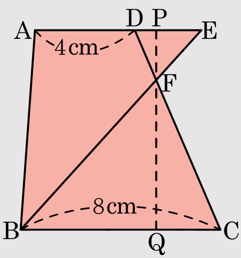
해설

□ABCD 의 높이를 h 라 하면

□ABCD $= (4+8) \times h \times \frac{1}{2} = 6h$, $\triangle$FBC $= \frac{1}{2}$□ABCD $= 3h$

이다.

점 F 를 지나고 $\overline{\mathrm{AE}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$ 에 수직인 직선을 그어 만나는 점을 P, Q 라고 하면

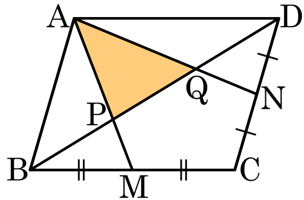


$\triangle\mathrm{FBC} = 3h = \frac{1}{2} \times 8 \times \overline{\mathrm{FQ}}$, $\overline{\mathrm{FQ}} = \frac{3}{4}h$, $\overline{\mathrm{FP}} = \frac{1}{4}h$ 이다.

$\triangle\mathrm{FBC} \backsim \triangle\mathrm{FED}$ 이므로 $3 : 1 = 8 : \overline{\mathrm{DE}}$ 이다.

$\therefore \overline{\mathrm{DE}} = \frac{8}{3}(\mathrm{cm})$

12. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이고, 점 M, N 은 각각 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 의 중점이다. △APQ 의 넓이가 12cm^2 일 때, □ABCD 의 넓이는?

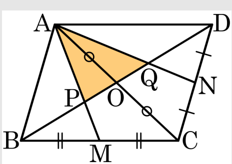


① 48cm^2 ② 56cm^2 ③ 64cm^2
④ 68cm^2 ⑤ 72cm^2

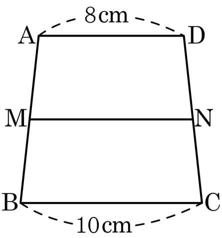
해설

점 P, Q 가 각각 △ABC , △ADC 의 무게중심이므로 △APO = $\frac{1}{6}$△ABC, △AQO = $\frac{1}{6}$△ADC 이고, △APQ = $\frac{1}{6}$(△ABC + △ADC) = $\frac{1}{6}$□ABCD 이다.

따라서 □ABCD = 6△APQ = 72(cm^2) 이다.



13. $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이고 $\overline{AD} = 8\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\,\text{cm}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 점 M, N 은 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 중점이다. $\square\text{AMND} = 34\,\text{cm}^2$ 와 $\square\text{MBCN}$ 의 넓이는?



① $36\,\text{cm}^2$　② $37\,\text{cm}^2$　③ $38\,\text{cm}^2$　④ $39\,\text{cm}^2$　⑤ $40\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{MN} = \dfrac{1}{2}(10+8) = 9\ (\text{cm})$

$\square\text{AMND}$ 와 $\square\text{MBCN}$ 은 $\overline{AM} : \overline{MB} = 1 : 1$ 이므로 높이가 같다.

높이를 h 라고 하면

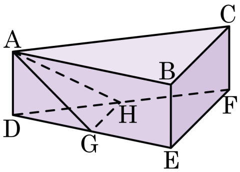
$\square\text{AMND} = (9+8) \times h \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{17}{2}h\ (\text{cm}^2)$

$\square\text{MBCN} = (10+9) \times h \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{19}{2}h\ (\text{cm}^2)$

$\square\text{AMND} : \square\text{MBCN} = 17 : 19 = 34 : \square\text{MBCN}$

$\therefore\ \square\text{MBCN} = 38\,\text{cm}^2$

14. 다음 삼각기둥에서 점 G, H 는 각각 $\overline{\mathrm{DE}}$, $\overline{\mathrm{DF}}$ 의 중점이다. 삼각기둥의 부피가 $72\,\mathrm{cm}^3$ 일 때, 삼각뿔 A – DGH 의 부피는?



① $5\,\mathrm{cm}^3$ ② $6\,\mathrm{cm}^3$ ③ $7\,\mathrm{cm}^3$ ④ $8\,\mathrm{cm}^3$ ⑤ $9\,\mathrm{cm}^3$

해설

(삼각뿔 A – DGH 의 부피)

$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \triangle\mathrm{DEF} \times \overline{\mathrm{AD}} = \frac{1}{12} \times$ (삼각기둥의 부피) $= \frac{1}{12} \times 72 =$

$6\ (\mathrm{cm}^3)$

15. 축척이 1 : 40000 인 지도 위에서 넓이가 $5\,\mathrm{cm}^2$ 인 땅의 실제의 넓이는?

① $0.5\,\mathrm{km}^2$ ② $0.6\,\mathrm{km}^2$ ③ $0.7\,\mathrm{km}^2$

④ $0.8\,\mathrm{km}^2$ ⑤ $0.9\,\mathrm{km}^2$

해설

(축척) $= 1 : 40000$,

(넓이의 비) $= 1 : 1600000000$

(땅의 실제 넓이) $= 5 \times 1600000000$

$= 8000000000 \ (\mathrm{cm}^2)$

$= 0.8 \ (\mathrm{km}^2)$