

1. $(1+i)x^2 + 2(1+2i)x - 3 + 3i$ 가 순허수일 때, x 의 값은?

① 0

② 1

③ -3

④ 1, 3

⑤ -1

해설

$$(1+i)x^2 + 2(1+2i)x - 3 + 3i$$

$$= x^2 + x^2i + 2x + 4xi - 3 + 3i$$

$$= (x^2 + 2x - 3) + (x^2 + 4x + 3)i$$

순허수를 만족하려면 실수부=0, 허수부 $\neq 0$ 이어야 한다.

$x^2 + 2x - 3 = 0$ 이면서, $x^2 + 4x + 3 \neq 0$ 인 x 값을 찾아야 한다.

$$\therefore x = 1$$

2. x, y 가 실수일 때, $(1+i)x + (1-i)y = \frac{2-i}{1+i}$ 을 만족하는 x, y 의 값은?

- ① $x = -\frac{1}{2}, y = 1$ ② $x = \frac{1}{2}, y = 1$ ③ $x = 1, y = -\frac{1}{2}$
④ $x = 1, y = 1$ ⑤ $x = 1, y = \frac{1}{2}$

해설

$$(x+y) + (x-y)i = \frac{2-i}{1+i} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$$

$$\Rightarrow x+y = \frac{1}{2}, \quad x-y = -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{2}, \quad y = 1$$

3. 임의의 두 복소수 a, b 에 대하여 연산 $\oplus$ 를 $a \oplus b = ab - (a + b)$ 로 정의한다. $Z = \frac{5}{2-i}$ 일 때, $Z \oplus \bar{Z}$ 의 값은?

① 1

② $1 + 2i$

③ $1 - 2i$

④ -1

⑤ $2 - 2i$

해설

$Z \oplus \bar{Z} = Z\bar{Z} - (Z + \bar{Z})$, $Z = 2 + i$, $\bar{Z} = 2 - i$ 이므로 연산을 계산해보면, $5 - 4 = 1$ 답은 ①

4. 등식 $(1+i)z + (2z-3i)i = 0$ 을 만족하는 복소수 z 는?

① $3+9i$

② $-3+9i$

③ $3-9i$

④ $\frac{3}{10} - \frac{9}{10}i$

⑤ $-\frac{3}{10} + \frac{9}{10}i$

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수) 로 놓으면

$$(1+i)(a+bi) + \{2(a+bi) - 3i\}i = 0$$

$$(a+bi+ai-b) + (2ai-2b+3) = 0$$

$$(a-3b+3) + (3a+b)i = 0$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$a-3b+3=0, 3a+b=0$$

두 식을 연립하여 풀면

$$a = -\frac{3}{10}, b = \frac{9}{10}$$

$$\therefore z = -\frac{3}{10} + \frac{9}{10}i$$

5. $x = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $x^2 - x + 1$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

⑤ $\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$

해설

$$x = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2} \text{ 의 양변에 } 2 \text{ 를 곱하면 } 2x = 1 - \sqrt{3}i$$

$$\text{그러므로 } 2x - 1 = -\sqrt{3}i$$

$$\text{이 식의 양변을 제곱하면 } 4x^2 - 4x + 1 = -3$$

$$\text{즉, } 4x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\text{따라서, } x^2 - x + 1 = 0$$

6. 다음 <보기>에서 계산 중 잘못된 것을 모두 고르면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

보기

$$\text{I. } \sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{(-3) \cdot (-3)} = \sqrt{9} = 3$$

$$\text{II. } \sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5 \times (-2)} = \sqrt{-10} = \sqrt{10}i$$

$$\text{III. } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \sqrt{\frac{2}{-6}} = \sqrt{-\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{1}{3}}i$$

$$\text{IV. } \frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{-10}{2}} = \sqrt{-5} = \sqrt{5}i$$

① I, II

② I, III

③ II, III, IV

④ II, IV

⑤ III, IV

해설

$$\text{I. } \sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{3}i\sqrt{3}i = \sqrt{9}i^2 = -3$$

∴ 옳지 않다.

$$\text{II. } \sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5}\sqrt{2}i = \sqrt{10}i$$

∴ 옳다.

$$\text{III. } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}i} = \sqrt{\frac{2}{6}} \cdot \frac{i}{i^2} = -\sqrt{\frac{1}{3}}i$$

∴ 옳지 않다.

$$\text{IV. } \frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}i}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{10}{2}}i = \sqrt{5}i$$

∴ 옳다.

7. 이차방정식 $x^2 + (m+1)x + m + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, 모든 실수 m 의 값의 합을 구하면?

① -3

② 0

③ 2

④ 3

⑤ 5

해설

중근을 가지므로, 판별식 $D = 0$

$$D = (m+1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m+4) = m^2 - 2m - 15 = 0$$

$$(m-5)(m+3) = 0 \quad \therefore m = -3, 5$$

$$\therefore m \text{의 값의 합은 } -3 + 5 = 2$$

8. 이차방정식 $ax^2 + 4x - 2 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 실수 a 값의 범위는?

① $a > -2$

② $-2 < a < 0, a > 0$

③ $-2 < a < 0$

④ $a > 2$

⑤ $a < 0, 0 < a < 2$

해설

$ax^2 + 4x - 2 = 0$ 에서

(i) 이차방정식이므로 x^2 의 계수는 $a \neq 0$ 이어야 한다.

(ii) 서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4} > 0$ 이어야

하므로

$$\frac{D}{4} = 2^2 - (-2a) > 0, 2a + 4 > 0$$

$$\therefore a > -2$$

따라서 실수 a 값의 범위는

$$-2 < a < 0 \text{ 또는 } a > 0$$

9. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 2, 3일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 두 근의 합은?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{2}{5}$

③ $\frac{3}{5}$

④ $\frac{4}{5}$

⑤ $\frac{6}{5}$

해설

$$-a = 2 + 3, a = -5$$

$$b = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\therefore -5x^2 + 6x + 3 = 0 \text{에서}$$

$$\text{두 근의 합은 } \frac{6}{5}$$

10. 이차방정식 $3x^2 + 6x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha - \beta)^2$ 의 값은?

① $\frac{7}{3}$

② $\frac{20}{3}$

③ 7

④ 20

⑤ -12

해설

$$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|} = \frac{\sqrt{60}}{3}$$

$$\therefore (\alpha - \beta)^2 = |\alpha - \beta|^2 = \frac{60}{9} = \frac{20}{3}$$

11. $z = \frac{1-i}{\sqrt{2}}$ 일 때, $z^{101} = (a+bi)z$ 를 만족시키는 실수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$z^2 = -i, z^4 = -1$$

$z^{101} = (a+bi)z$ 에서 양변을 z 로 나누면

$$z^{100} = a+bi, (z^4)^{25} = (-1)^{25} = a+bi$$

$$\therefore a+bi = -1 \Rightarrow a = -1, b = 0$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 1$$

12. 방정식 $a(ax - 1) = 2(ax - 1)$ 에 대한 설명으로 옳은 것은?

① $a = 0$ 일 때, 부정

② $a = 2$ 일 때, 불능

③ $a \neq 2$ 일 때, $x = \frac{1}{a}$

④ $a \neq 0$ 일 때, 해는 없다.

⑤ $a \neq 0, a \neq 2$ 일 때, $x = \frac{1}{a}$

해설

$$a(ax - 1) = 2(ax - 1), a^2x - 2ax = a - 2 \text{에서}$$

$$a(a - 2)x = a - 2$$

i) $a \neq 0, a \neq 2$ 일 때, $x = \frac{1}{a}$

ii) $a = 2$ 일 때, $0 \cdot x = 0$ 이므로 해는 무수히 많다. (부정)

iii) $a = 0$ 일 때, $0 \cdot x = -2$ 이므로 해가 없다. (불능)

따라서 옳은 것은 ⑤뿐이다.

13. 방정식 $(x-1)^2 + |x-1| - 6 = 0$ 의 두 근의 합은?

① -1

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 6

해설

$|x-1|$ 이 존재하므로 절댓값의 부호에 따라서

$x-1 \geq 0$, $x-1 < 0$ 으로 구간을 나누면

i) $x \geq 0$ 일 때, $|x-1| = x-1$

$$(x-1)^2 + (x-1) - 6 = 0$$

$$(x-3)(x+2) = 0 \therefore x = -2, 3$$

하지만 $x \geq 0$ 이므로 $x = 3$

ii) $x < 0$ 일 때, $|x-1| = -(x-1)$

$$(x-1)^2 - (x-1) - 6 = 0$$

$$(x-4)(x+1) = 0 \therefore x = -1, 4$$

하지만 $x < 0$ 이므로 $x = -1$

$\therefore$ 두 근의 합은 $3 + (-1) = 2$

14. 이차방정식 $x^2 - 4|x| - 5 = 0$ 의 두 근의 곱은?

① -5

② -10

③ -15

④ -20

⑤ -25

해설

i) $x \geq 0$ 일 때,

$$x^2 - 4x - 5 = (x - 5)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 5$$

ii) $x < 0$ 일 때,

$$x^2 + 4x - 5 = (x + 5)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -5$$

i), ii)에서 두 근의 곱은 -25이다.

15. 이차방정식 $2[x]^2 + 3[x] + 1 = 0$ 의 해를 구하여라. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① $-1 \leq x < 0$

② $-1 \leq x < 1$

③ $-1 \leq x < 2$

④ $0 \leq x < 1$

⑤ $0 \leq x < 2$

해설

$$2[x]^2 + 3[x] + 1 = ([x] + 1)(2[x] + 1) = 0 \text{ 이므로}$$

$$[x] = -1 \text{ 또는 } [x] = -\frac{1}{2}$$

그런데 $[x]$ 은 정수이므로 $[x] = -1$

$$\therefore -1 \leq x < 0$$

16. 이차방정식 $x^2 - 5x + p = 0$ 의 두 근은 $3, \alpha$ 이고 $x^2 - px + q = 0$ 의 두 근은 α, β 이다. 이 때 β 의 값은?(단 p, q 는 상수)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

이차방정식 $x^2 - 5x + p = 0$ 에서

근과 계수의 관계에 의해

두 근의 합 : $3 + \alpha = 5 \quad \therefore \alpha = 2$

두 근의 곱 : $3 \cdot \alpha = p = 3 \cdot 2 = 6$

이차방정식 $x^2 - 6x + q = 0$ 의 두 근이 $2, \beta$ 이므로

$2 + \beta = 6 \quad \therefore \beta = 4$

17. 0이 아닌 두 실수 a, b 가 $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 를 만족할 때, 다음 [보기]의 x 에 대한 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖는 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $ax^2 - bx + 1 = 0$

㉡ $x^2 - ax - b = 0$

㉢ $x^2 + 2(a+b)x + (a^2 + b^2) = 0$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 이므로 $a < 0, b < 0$

㉠ $ax^2 - bx + 1 = 0$ 에서

$$D = b^2 - 4a > 0$$

㉡ $x^2 - ax - b = 0$ 에서

$D = a^2 + 4b$ 는 음수, 양수를 판별할 수 없다.

㉢ $x^2 + 2(a+b)x + (a^2 + b^2) = 0$ 에서

$$\frac{D}{4} = (a+b)^2 - (a^2 + b^2) = 2ab > 0$$

18. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 2(m + a + 2)x + m^2 + a^2 - 2b = 0$ 이 m 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 상수의 a, b 의 값을 정할 때. $a + b$ 의 값은?

① 0

② 4

③ 2

④ -1

⑤ -3

해설

$$\text{중근 : } \frac{D}{4} = 0$$

m 값에 관계없이 성립 : m 에 대한 항등식

$$\frac{D}{4} = (a + m + 2)^2 - (m^2 + a^2 - 2b) = 0$$

$$m \cdot (2a + 4) + (4 + 4a + 2b) = 0$$

$$2a + 4 = 0, \quad a = -2$$

$$4 + 4a + 2b = 0, \quad b = 2$$

$$\therefore a + b = 0$$

19. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax - a + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 = 4$ 를 만족한다. 이 때, 상수 a 의 값을 구하면?

① 2

② 4

③ 0, 2

④ -4, 0

⑤ -4, 2

해설

$$\alpha + \beta = -a$$

$$\alpha\beta = -a + 2$$

$$\begin{aligned}\therefore \alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= (-a)^2 - 2(-a + 2) \\ &= a^2 + 2a - 4\end{aligned}$$

$$a^2 + 2a - 4 = 4, a^2 + 2a - 8 = 0$$

$$(a + 4)(a - 2) = 0 \quad \therefore a = -4, 2$$

20. x 에 대한 다항식 $(x^2 + 2x)^2 + 3(x^2 + 2x) - 4$ 를 계수가 복소수인 범위에서 인수분해 한 것은?

① $(x^2 + 2x + 4)(x^2 + 2x - 1)$

② $(x^2 + 2x + 4)(x + 1 - \sqrt{2})(x + 1 + \sqrt{2})$

③ $(x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)(x + 1 - \sqrt{2})(x + 1 + \sqrt{2})$

④ $(x^2 - 2x + 4)(x - 1 - \sqrt{2})(x - 1 + \sqrt{2})$

⑤ $(x - 1 - \sqrt{3}i)(x - 1 + \sqrt{3}i)(x - 1 - \sqrt{2})(x - 1 + \sqrt{2})$

해설

$x^2 + 2x = Y$ 라 하면,

(준식)

$$= Y^2 + 3Y - 4 = (Y - 1)(Y + 4)$$

$$= (x^2 + 2x - 1)(x^2 + 2x + 4)$$

$$= (x + 1 - \sqrt{2})(x + 1 + \sqrt{2})(x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$$