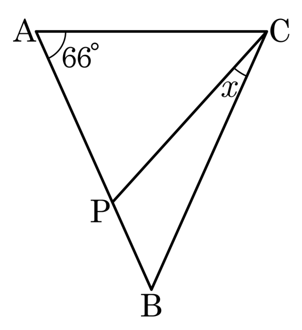
1. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{CB}$, $\overline{CA} = \overline{CP}$ 이고, $\angle A = 66°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

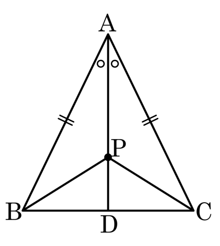


① 16° ② 18° ③ 20° ④ 22° ⑤ 24°

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle BCA = 66°$
또 $\triangle ACP$ 도 이등변삼각형이므로
$\angle ACP = 180° - 2 \times 66° = 48°$
$\therefore \angle x = 66° - 48° = 18°$

2. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 와의 교점을 D 라 하자. $\overline{AD}$ 위의 한점 P 에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{BD} = \overline{CD}$

② $\overline{BP} = \overline{BD}$

③ $\angle ADB = 90°$

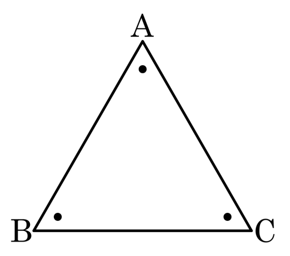
④ $\overline{BP} = \overline{CP}$

⑤ $\triangle ABP \equiv \triangle ACP$

해설

①,③ 이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로 $\overline{BD} = \overline{CD}$, $\angle ADB = 90°$ 이다.
④,⑤ $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAP = \angle CAP$(가정), $\overline{AP}$(공통) 이므로 합동조건 (SAS합동) 에 의하여 $\triangle ABP \equiv \triangle ACP$ 이다.

3. 다음은 「세 내각의 크기가 같은 삼각형은 정삼각형이다.」를 보이는 과정이다.



$\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 이므로
$\overline{AB} = \boxed{\text{(나)}} \cdots$ ㉠
$\angle A = \boxed{\text{(다)}}$ 이므로 $\overline{BA} = \overline{BC} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡ 에서 $\boxed{\text{(가)}}$
따라서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

(가) ~ (다)에 들어갈 것을 차례로 쓴 것은?

① $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$, $\overline{AC}$, $\angle B$

② $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$, $\overline{AC}$, $\angle C$

③ $\angle A = \angle B = \angle C$, $\overline{BC}$, $\angle A$

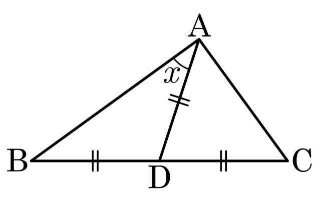
④ $\angle A = \angle B = \angle C$, $\overline{BC}$, $\angle C$

⑤ $\angle A = \angle B = \angle C$, $\overline{AC}$, $\angle C$

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 이므로
$\overline{AB} = (\overline{AC}) \cdots$ ㉠
$\angle A = (\angle C)$ 이므로 $\overline{BA} = \overline{BC} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡ 에서 ($\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$)
따라서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

4. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\angle B : \angle C = 2:3$이고, $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$가 되도록 점 D를 잡았을 때, $\angle BAD = (\quad\quad)^{\circ}$ 이다. $(\quad\quad)$ 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 36

해설

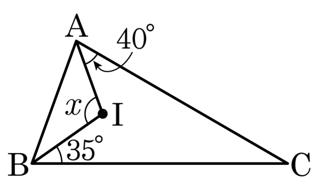
$\angle B = \angle BAD$, $\angle C = \angle DAC$이므로

$\angle B : \angle C = 2:3$에서 $\angle C = \frac{3}{2}x$

$x + x + \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}x = 180^{\circ}$

$\therefore\ x = 36^{\circ}$

5. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$ 의 크기는?

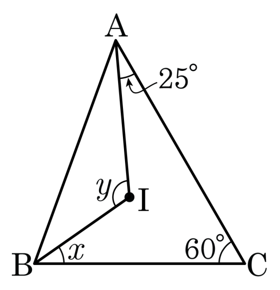


① $100\degree$ ② $105\degree$ ③ $110\degree$ ④ $115\degree$ ⑤ $120\degree$

해설

삼각형의 내각의 합은 $180\degree$ 이므로
$\angle x = 180\degree - (40\degree + 35\degree) = 105\degree$

6. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 I는 내심이다. $\angle CAI = 25°$, $\angle ACB = 60°$ 일 때, $\angle x + \angle y$의 크기는?



① 120° ② 125° ③ 145° ④ 155° ⑤ 165°

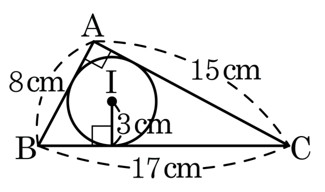
해설

i) $\angle y = 90° + \frac{1}{2} \times 60° = 120°$

ii) $\angle x + 25° + 30° = 90°$ $\therefore \angle x = 35°$

$\therefore \angle x + \angle y = 155°$

7. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 내접원의 반지름의 길이는 $3\,\mathrm{cm}$ 이다. $\overline{AB} = 8$, $\overline{BC} = 17$, $\overline{AC} = 15$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\mathrm{cm}^2}$

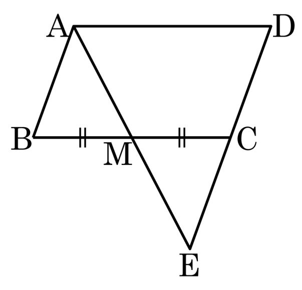
▷ 정답 : $60\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

반지름이 3, $\overline{AB} = 8, \overline{BC} = 17, \overline{AC} = 15$ 이므로

$(\triangle ABC$ 의 넓이$) = \frac{1}{2} \times 3 \times (8 + 17 + 15) = 60\,\mathrm{cm}^2$ 이다.

8. 다음 평행사변형 ABCD 에서 점 M은 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\overline{AB} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 16 cm

해설

$\overline{AB} // \overline{DE}$ 이므로

$\angle BAM = \angle MEC, \angle ABM = \angle MCE$

$\overline{BM} = \overline{CM}$

$\triangle ABM \equiv \triangle ECM$(ASA합동)

$\overline{AB} = \overline{DC} = \overline{CE} = 8\text{cm}$

$\therefore \overline{DE} = 16\text{cm}$

9. 다음은 '평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 나타내는 과정을 섞어둔 것이다. 순서대로 기호를 나열하여라.

㉠ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$

㉡ □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$

㉢ $\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle OAD = \angle OCB$ (엇각)
$\angle ODA = \angle OBC$ (엇각)

㉣ △OAD 와 △OCB 에서 $\overline{AD} = \overline{BC}$ (평행사변형의 성질 ㉠)

㉤ △OAD ≡ △OCB (ASA 합동) 이므로

▶ 답 :

▶ 답 :

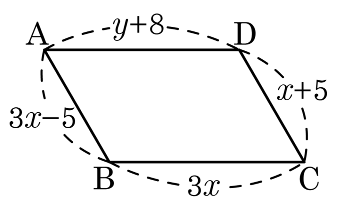
▷ 정답 : ㉡, ㉠, ㉣, ㉢, ㉤

▷ 정답 : ㉡, ㉣, ㉠, ㉢, ㉤

해설

□ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
△OAD 와 △OCB 에서 $\overline{AD} = \overline{BC}$ (평행사변형의 성질 ①)
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각)
$\angle ODA = \angle OBC$ (엇각)
따라서 △OAD ≡ △OCB (ASA 합동) 이므로
$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$

10. 다음 그림과 같은 □ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 x, y 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

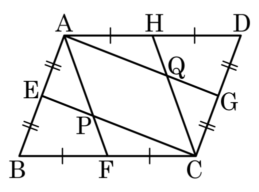
▷ 정답 : $x=5$

▷ 정답 : $y=7$

해설

$3x-5=x+5$ 에서 $x=5$
$y+8=3x=15$ 에서 $y=7$

11. 다음은 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 각각 E, F, G, H 라 하고 $\overline{\mathrm{AF}}$ 와 $\overline{\mathrm{CE}}$ 의 교점을 P , $\overline{\mathrm{AG}}$ 와 $\overline{\mathrm{CH}}$ 의 교점을 Q 라 할 때, 다음 중 □APCQ 가 평행사변형이 되는 조건으로 가장 알맞은 것은?



① $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{EB}}$, $\overline{\mathrm{AD}} // \overline{\mathrm{CB}}$

② $\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{CH}}$, $\overline{\mathrm{AH}} // \overline{\mathrm{FC}}$

③ $\overline{\mathrm{AB}} // \overline{\mathrm{DC}}$, $\overline{\mathrm{AQ}} = \overline{\mathrm{PC}}$

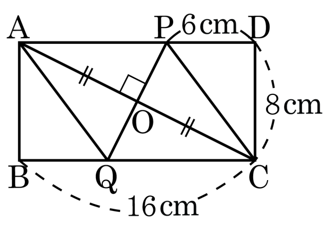
④ $\overline{\mathrm{AP}} // \overline{\mathrm{QC}}$, $\overline{\mathrm{AQ}} // \overline{\mathrm{PC}}$

⑤ $\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{QC}}$, $\overline{\mathrm{AQ}} = \overline{\mathrm{PC}}$

해설

$\overline{\mathrm{AE}} // \overline{\mathrm{CG}}$, $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{CG}}$ 이므로
□AECG 는 평행사변형
$\therefore \overline{\mathrm{AG}} // \overline{\mathrm{EC}}$, 즉 $\overline{\mathrm{AQ}} // \overline{\mathrm{PC}} \cdots$ ①
$\overline{\mathrm{AH}} // \overline{\mathrm{FC}}$, $\overline{\mathrm{AH}} = \overline{\mathrm{FC}}$ 이므로
□AFCH 는 평행사변형
$\therefore \overline{\mathrm{AF}} // \overline{\mathrm{CH}}$, 즉 $\overline{\mathrm{AP}} // \overline{\mathrm{QC}} \cdots$ ②
따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □APCQ 는 평행사변형이다.

12. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{PQ}$ 는 대각선 AC 의 수직이등분선이다. □AQCP 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad cm^2}$

▷ 정답 : 80 $\underline{cm^2}$

해설

□AQCP 는 마름모이므로

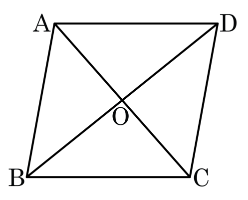
△ABQ ≡ △CDP (RHS)

□AQCP = □ABCD − 2△ABQ

$= 16 \times 8 - 2 \times \frac{1}{2} \times 6 \times 8$

$= 128 - 48 = 80(cm^2)$

13. 다음 보기 중 그림과 같은 평행사변형 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건이 <u>아닌</u> 것을 모두 고르면?



보기

㉠ $\overline{AC} = \overline{DB}$, $\overline{AC} \perp \overline{DB}$

㉡ $\overline{BO} = \overline{CO}$, $\angle ABC = 90°$

㉢ $\overline{AC} = \overline{DB}$, $\overline{AB} = \overline{AD}$

㉣ $\overline{AC} \perp \overline{DB}$, $\angle ABC = 90°$

㉤ $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\overline{AC} \perp \overline{DB}$

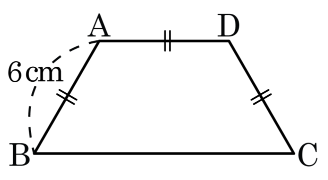
① ㉠, ㉣　　② ㉢, ㉣　　③ ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉤　　⑤ ㉡, ㉣, ㉤

해설

평행사변형이 정사각형이 되려면 두 대각선의 길이가 같고 서로 수직이등분하면 된다. 그리고 네 변의 길이가 같고 네 각의 크기가 모두 같으면 된다. 따라서 $\overline{AC} = \overline{DB}$, $\overline{AC} \perp \overline{DB}$ 또는 $\overline{AC} = \overline{DB}$, $\overline{AB} = \overline{AD}$ 또는 $\overline{AC} \perp \overline{DB}$, $\angle ABC = 90°$이면 된다.

14. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} // \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{BC}$일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.

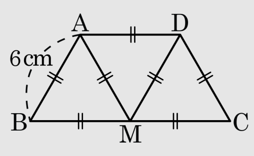


▶ 답: ＿＿＿＿ cm

▷ 정답: 12 cm

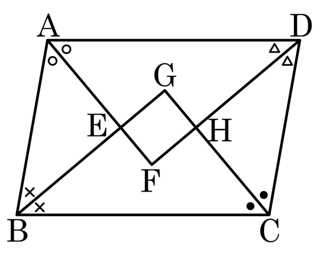
해설

$\overline{BC}$의 중점을 M이라하면



△ABM에서
$\overline{AB} = \overline{BM}$이고, △DCM에서 $\overline{CD} = \overline{CM}$이다.
$\angle BMA = \angle AMD = \angle DMC = 60°$ 이므로
△ABM과 △DMC 는 정삼각형이고
$\overline{BC} = 6 + 6 = 12(\text{cm})$이다.

15. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 네 내각의 이등분선을 연결하여 □EFGH 를 만들었을 때, □EFHG 는 어떤 사각형인가?



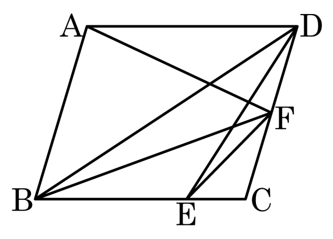
① 평행사변형　② 사다리꼴　③ 직사각형

④ 정사각형　⑤ 마름모

해설

$\angle ABC + \angle BAD = 180°$ 이므로 $\angle GBA + \angle FAB = 90°$ 이고,
$\triangle ABE$ 에서 $\angle AEB = 180° - 90° = 90°$ 이다.
마찬가지로 $\angle EGH = \angle EFH = \angle CHD = 90°$ 이므로 □EFGH 는 직사각형이다.

16. 다음 그림은 평행사변형 ABCD 이다. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



① $\triangle ADF = \triangle BDF$

② $\triangle DBF = \triangle DEF$

③ $\triangle BDE = \triangle BFE$

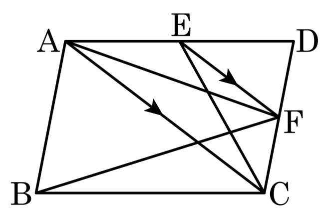
④ $\triangle ADB = \triangle AFB$

⑤ $\triangle BDE = \triangle EDC$

해설

① ○ $\triangle ADF = \triangle BDF$ ($\overline{DF}$ 가 공통)
② × $\triangle DBF = \triangle DEF$
③ × $\triangle BDE = \triangle BFE$
④ ○ $\triangle ADB = \triangle AFB$ ($\overline{AB}$ 가 공통)
⑤ × $\triangle BDE = \triangle EDC$

17. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AC} \mathbin{/\!/} \overline{EF}$, $\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{DC}$ 이고 $\triangle BCF = 34\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ACE$ 의 넓이는?



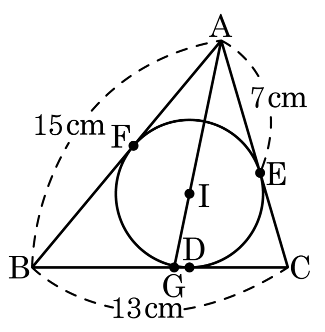
① 18cm^2　② 22cm^2　③ 26cm^2

④ 30cm^2　⑤ 34cm^2

해설

$\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{DC}$ 이므로 밑변과 높이가 같고, $\triangle BCF = \triangle ACF$ 이다.
$\overline{AC} \mathbin{/\!/} \overline{EF}$ 이므로 밑변과 높이가 같고, $\triangle ACF = \triangle ACE$ 이다.
$\therefore\ \triangle ACE = 34(\text{cm}^2)$

18. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AB} = 15\text{cm}$, $\overline{AE} = 7\text{cm}$, $\overline{BC} = 13\text{cm}$ 일 때, $\overline{GD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

▷ 정답: $\frac{7}{9}$ cm

해설

원 밖의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

$\overline{AE} = \overline{AF} = 7\text{cm}$ 이므로 $\overline{BF} = 15 - 7 = 8\text{cm}$

$\overline{BF} = \overline{BD} = 8\text{cm}$ 이므로 $\overline{DC} = 13 - 8 = 5\text{cm}$

$\overline{CE} = \overline{CD} = 5\text{cm}$

$\therefore\ \overline{AC} = 12\text{cm}$

또한, $\overline{GD} = x\text{cm}$ 라 하면 $\overline{BD} = 8\text{cm}$, $\overline{DC} = 5\text{cm}$ 이므로 $\overline{BG} = 8 - x(\text{cm})$, $\overline{GC} = x + 5(\text{cm})$

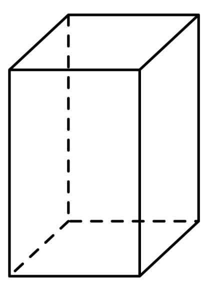
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BG} : \overline{GC}$

$15 : 12 = (8 - x) : (x + 5)$

$\therefore\ x = \frac{7}{9}$

따라서 $\overline{GD} = \frac{7}{9}\text{cm}$ 이다.

19. 직육면체의 네 꼭짓점을 이어서 만들 수 있는 평행사변형의 개수를 모두 구하여라.



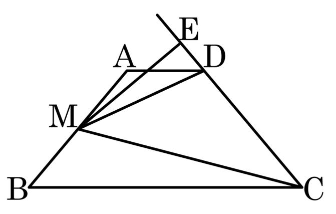
▶ 답 : ________ 개

▷ 정답 : 12 개

해설

각 면이 평행사변형인 것은 6 개이다.
윗면의 점 2 개, 아랫면의 점 2 개이므로 만들어지는 평행사변형은 6 개이다.
따라서 평행사변형 개수는 12 개이다.

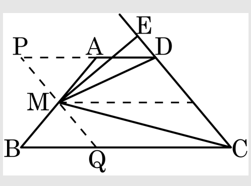
20. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 변 AB 의 중점을 M 이라 하고, 점 M 에서 변 CD 의 연장선에 내린 수선의 발을 E 라 한다. $\triangle CME = 18$, $\triangle EMD = 6$ 일 때, 사다리꼴 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설



위의 그림과 같이 점 M 을 지나고 선분 CD 에 평행한 선분 PQ 를 그으면

$\triangle PMA \equiv \triangle MBQ$ (ASA 합동)

따라서 □ABCD 의 넓이는 □PQCD 의 넓이와 같다.

$$\begin{aligned} \square PQCD &= 2\triangle DMC \\ &= 2(\triangle CME - \triangle EMD) \\ &= 24 \end{aligned}$$

따라서 사다리꼴 ABCD 의 넓이는 24 이다.