

1. $\log_{10} 2 = a$, $\log_{10} 3 = b$ 일 때, $\log_{10} 12$ 를 a , b 로 나타내면?

① $2ab$

② a^2b

③ $2a + b$

④ $a^2 + b$

⑤ $a + 2b$

해설

$$\begin{aligned}\log_{10} 12 &= \log_{10} (3 \times 2^2) \\ &= \log_{10} 3 + \log_{10} 2^2 \\ &= \log_{10} 3 + 2 \log_{10} 2 \\ &= b + 2a\end{aligned}$$

2. $\log x = \bar{2}.6044$ 일 때, $\log x^2$ 의 값은?

① $\bar{2}.3022$

② $\bar{3}.2088$

③ $\bar{4}.5110$

④ $\bar{5}.4890$

⑤ $\bar{6}.5110$

해설

$\log x = \bar{2}.6044 = -2 + 0.6044$ 이므로

$\log x^2 = 2 \log x$

$= 2(-2 + 0.6044)$

$= -4 + 1.2088$

$= -3 + 0.2088$

$= \bar{3} + 0.2088$

3. 수열 $\log_{10}(n+2)$ 의 제 98항은?

① $\log_2 10$

② $\log_2 100$

③ 10

④ 1

⑤ 2

해설

$a_n = \log_{10}(n+2)$ 이므로

$$a_{98} = \log_{10} 100 = \log_{10} 10^2 = 2 \log_{10} 10 = 2$$

따라서, 제 98항은 2이다.

4. 다음 중 계산 결과가 다른 하나는?

① $9^{\log_9 4}$

② $\log_{\sqrt{5}} 25$

③ $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{16}$

④ $\log_{\frac{1}{3}} 81$

⑤ $\log_2 3 \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 16$

해설

① $9^{\log_9 4} = 4$

② $\log_{\sqrt{5}} 25 = \log_{5^{\frac{1}{2}}} 5^2 = \frac{2}{\frac{1}{2}} \log_5 5 = 4$

③ $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{16} = \log_{2^{-1}} 2^{-4} = \frac{-4}{-1} \log_2 2 = 4$

④ $\log_{\frac{1}{3}} 81 = \log_{3^{-1}} 3^4 = \frac{4}{-1} \log_3 3 = -4$

⑤ $\log_2 3 \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 16$
 $= \frac{\log_{10} 3}{\log_{10} 2} \cdot \frac{\log_{10} 5}{\log_{10} 3} \cdot \frac{\log_{10} 16}{\log_{10} 5}$
 $= \frac{\log_{10} 16}{\log_{10} 2} = \log_2 16 = \log_2 2^4$
 $= 4 \log_2 2 = 4$

5. $\frac{1}{2} \log_3 \frac{9}{7} + \log_3 \sqrt{7} = a$, $\log_3 4 \cdot \log_4 \sqrt{3} = b$ 일 때, $a + 2b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$a = \log_3 \frac{3}{\sqrt{7}} + \log_3 \sqrt{7} = \log_3 3 = 1$$

$$b = \log_3 4 \cdot \log_4 3^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a + 2b = 1 + 1 = 2$$

6. $\log 4.02 = 0.6042$ 일 때, $\log 4020^{10}$ 의 정수 부분과 소수 부분을 차례로 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 36, 0.042

해설

$$\begin{aligned}\log 4020^{10} &= 10 \log 4020 \\ &= 10 \log(4.02 \times 1000) \\ &= 10(\log 4.02 + \log 1000) \\ &= 10(0.6042 + 3) \\ &= 10 \times 3.6042 = 36.042\end{aligned}$$

7. 1보다 큰 정수 a, b, c 에 대하여 $p = a^{12} = b^4 = (abc)^2$ 일 때, $\log_c p$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

주어진 식에서 $\log_p a = \frac{1}{12}$, $\log_p b = \frac{1}{4}$, $\log_p abc = \frac{1}{2}$

$\log_c p = x$ 라 하면 $\log_p c = \frac{1}{x}$ 이고,

$\log_p abc = \log_p a + \log_p b + \log_p c$ 이므로

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{12} + \frac{1}{4} + \frac{1}{x}, \quad \frac{1}{x} = \frac{1}{2} - \frac{1}{12} - \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore x = 6$$

$$\therefore \log_c p = 6$$

8. 세 수 $3\log_3 3$, $\log_2 3$, $2\log_2 4$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $2\log_2 4 < 3\log_3 3 < \log_2 3$ ② $\log_2 3 < 2\log_2 4 < 3\log_3 3$

③ $\log_2 3 < 3\log_3 3 < 2\log_2 4$ ④ $3\log_3 3 < 2\log_2 4 < \log_2 3$

⑤ $3\log_3 3 < \log_2 3 < 2\log_2 4$

해설

$$3\log_3 3 = 3$$

$$\log_2 2 < \log_2 3 < \log_2 4 \quad \therefore 1 < \log_2 3 < 2$$

$$2\log_2 4 = 4$$

$$\therefore \log_2 3 < 3\log_3 3 < 2\log_2 4$$

9. $100^{0.3}$ 의 정수 부분은?
(단, $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$)

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$\log 100^{0.3} = 0.3 \log 100 = 0.3 \times 2 = 0.6$
이때 $\log 3 = 0.4771$, $\log 4 = \log 2^2 = 2 \log 2 = 0.6020$ 이므로
 $\log 3 < \log 100^{0.3} < \log 4$
 $\therefore 3 < 100^{0.3} < 4$
따라서 $100^{0.3}$ 의 정수 부분은 3이다.

10. 다음 상용로그표를 이용하여 $\log \sqrt[3]{0.138}$ 의 소수 부분을 구하여라.

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334	.0374
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531	.0569	.0607	.0645	.0682	.0719	.0755
1.2	.0792	.0828	.0864	.0899	.0934	.0969	.1004	.1038	.1072	.1106
1.3	.1139	.1173	.1206	.1239	.1271	.1303	.1335	.1367	.1399	.1430
1.4	.1461	.1492	.1523	.1553	.1584	.1614	.1644	.1673	.1703	.1732

▶ 답 :

▷ 정답 : 0.7133

해설

상용로그표에서 $\log 1.38 = 0.1399$ 이므로

$$\begin{aligned} \log \sqrt[3]{0.138} &= \frac{1}{3} \log 0.138 = \frac{1}{3} \log (1.38 \times 10^{-1}) && \text{따 라 서} \\ &= \frac{1}{3} (\log 1.38 - 1) = \frac{1}{3} (0.1399 - 1) \\ &= -0.2867 = -1 + 0.7133 \end{aligned}$$

$\log \sqrt[3]{0.138}$ 의 소수 부분은 0.7133이다.

11. 다음 세 조건을 동시에 만족하는 두 자연수 x, y 에 대하여 xy 는?

- ㉠ x 와 y 의 상용로그의 정수 부분은 같다.
- ㉡ x 와 $\frac{1}{y}$ 의 상용로그의 소수 부분은 같다.
- ㉢ x^3y^2 의 상용로그의 정수 부분은 7이다.

- ① 10 ② 100 ③ 1000 ④ 2500 ⑤ 8000

해설

$$\text{㉠ } \log x = n + \alpha, \text{ (단, } n \text{은 정수, } 0 \leq \alpha < 1)$$

$$\log y = n + \beta (0 \leq \beta < 1)$$

$$\text{㉡ } \log \frac{1}{y} = \log y^{-1} = -\log y$$

$$= -n - \beta = -n + 1 - 1 - \beta$$

$$= (-n - 1) + 1 - \beta$$

$$1 - \beta = \alpha$$

$$\therefore \alpha + \beta = 1$$

$$\text{㉢ } \log x^3y^2 = 3\log x + 2\log y$$

$$= 3(n + \alpha) + 2(n + \beta)$$

$$= 5n + 3\alpha + 2\beta$$

정수 부분이 7이므로

$$\text{소수 부분은 } 3\alpha + 2\beta - 2, n = 1$$

$$\therefore \log^{xy} = \log x + \log y$$

$$= n + \alpha + n + \beta$$

$$= 2n + \alpha + \beta = 2 + 1 = 3$$

$$\therefore xy = 10^3 = 1000$$

12. 다음 <보기> 중 $\log A$ 와 소수 부분이 항상 같은 것으로 묶어 놓은 것은? (단, 로그는 상용로그)

보기

- | | | |
|-------------------|-----------------------|--------------|
| ㉠ $10\log A$ | ㉡ $10 - \log A$ | ㉢ $\log 10A$ |
| ㉣ $(\log A) - 10$ | ㉤ $\log \frac{A}{10}$ | |

- ① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉡, ㉢, ㉤ ③ ㉢, ㉣, ㉤
④ ㉠, ㉡, ㉤ ⑤ ㉡, ㉣, ㉤

해설

소수 부분이 같으려면
진수의 숫자의 배열이 같아야하므로
㉢, ㉣, ㉤

13. $\log x$ 의 정수 부분은 3이고, $\log x$, $\log \sqrt[3]{x}$ 의 소수 부분의 합은 1이라고 한다. $\log \sqrt{x}$ 의 정수 부분을 n , 소수 부분을 α 라 할 때 $n+8\alpha$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$\log x = 3 + \beta \quad (0 \leq \beta < 1)$$

$$\log \sqrt[3]{x} = \frac{1}{3} \log x = 1 + \frac{\beta}{3}$$

$$\therefore \beta + \frac{\beta}{3} = 1$$

$$\therefore \beta = \frac{3}{4}$$

$$\log \sqrt{x} = \frac{1}{2} \log x = \frac{3}{2} + \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$$

$$n = 2, \alpha = \frac{1}{4}$$

$$n + 8\alpha = 2 + 2 = 4$$

14. 소리를 발생하는 음원의 음향 파워레벨(L)의 단위를 데시벨(dB)이라 하며 그 크기가 다음과 같다.

$$L = 10 \log \frac{W}{10^{-12}} \quad (\text{단 } W \text{ 는 음원의 음향파워이고 단위는 와트}/m^2)$$

음향 파워가 10^{-8} (와트/ m^2)인 음원의 음향파워레벨은 몇 데시벨인지 구하면?

- ① 8 ② 12 ③ 26 ④ 40 ⑤ 64

해설

주어진 식에 음향 파워가 10^{-8} (와트/ m^2)를 대입하면

$$\begin{aligned} L &= 10 \log \frac{10^{-8}}{10^{-12}} \\ &= 10 \log \frac{1}{10^{-4}} \\ &= 10 \times 4 = 40dB \end{aligned}$$

15. 정부에서는 흡연률과 간접흡연의 피해를 줄이고 청소년 흡연예방 등을 위해 담배 가격을 지속적으로 인상하려고 한다. 만약 정부가 담배 가격을 매년 일정한 시기에 바로 이전 연도 보다 15%씩 올리기로 한다면, 현재 가격의 세 배 이상이 되는 것은 최소 n 년이 경과해야 하는지를 아래 상용로그표를 이용하여 구하면? (단, $\log_{10} 3 = 0.4771$ 이다.)

< 상용로그표 >

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334	.0374
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531	.0569	.0607	.0645	.0682	.0719	.0755
1.2	.0792	.0828	.0864	.0899	.0934	.0969	.1004	.1038	.1072	.1106
1.3	.1139	.1173	.1206	.1239	.1271	.1303	.1335	.1367	.1399	.1430
1.4	.1461	.1492	.1523	.1553	.1584	.1614	.1644	.1673	.1703	.1732
1.5	.1761	.1790	.1818	.1847	.1875	.1903	.1931	.1959	.1987	.2014
1.6	.2041	.2068	.2095	.2122	.2148	.2175	.2201	.2227	.2253	.2279
1.7	.2304	.2330	.2355	.2380	.2405	.2430	.2455	.2480	.2504	.2529
1.8	.2553	.2577	.2601	.2625	.2648	.2672	.2695	.2718	.2742	.2765
1.9	.2788	.2810	.2833	.2856	.2878	.2900	.2923	.2945	.2967	.2989

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

현재 가격을 a 라 하고, n 년후 처음으로
 3배 이상이 된다고 하면 $a(1 + 0.15)^n \geq 3a$,
 $n \log 1.15 \geq \log 3$
 $n \geq \frac{\log 3}{\log 1.15} = \frac{0.4771}{0.0607} = 7.8 \times \times \times$
 8년 후 처음으로 3배 이상이 된다.

16. $a = \sqrt[3]{8+4\sqrt{2}}$, $b = \sqrt[3]{8-4\sqrt{2}}$ 이고 $\log_3(a^3+b^3)$ 의 소수부분을 α 라 할 때, 3^α 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{9}{16}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{16}{9}$

해설

$$a^3 + b^3 = (8 + 4\sqrt{2}) + (8 - 4\sqrt{2}) = 16$$

$$\log_3(a^3 + b^3) = \log_3 16$$

그런데, $\log_3 16$ 의 정수부분이 2이므로

$$\alpha = \log_3 16 - 2 = \log_3 \frac{16}{9}$$

$$\therefore 3^\alpha = \frac{16}{9}$$

17. 이차방정식 $x^2 - 8x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하자. $\log_2\left(\alpha + \frac{4}{\beta}\right) + \log_2\left(\beta + \frac{4}{\alpha}\right) = k$ 일 때, 2^k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 25

해설

두 근을 α, β 라 하면

$\alpha\beta = 1$ 이고,

$$\log_2\left(\alpha + \frac{4}{\beta}\right)\left(\beta + \frac{4}{\alpha}\right)$$

$$= \log_2\left(\alpha\beta + 4 + 4 + \frac{16}{\alpha\beta}\right)$$

$$= \log_2 25 = k$$

$$\therefore 2^k = 2^{\log_2 25} = 25$$

18. 양의 실수 x 가 $x \neq 10^k$ (k 는 정수)일 때, $\log x$ 의 정수 부분과 소수 부분을 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 정의하자. 이때, 보기에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $f(A^2) > f\left(\frac{1}{A}\right)$
 ㉡ $g(A^2) > g\left(\frac{1}{A}\right)$
 ㉢ $\log \frac{A}{10B}$ 의 값이 정수이면 $g(A) = g(B)$ 이다.

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ㉣
 ④ ㉠, ③ ⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

㉠ (반례) $0 < A < 1$ 이면 $\log A^2$ 의 정수 부분은 음수,
 $\log \frac{1}{A}$ 의 정수 부분은 음이 아닌 정수이다. (거짓)
 ㉡ (반례) $\log A = \frac{3}{2}$ 일 때,
 $\log A^2 = 2 \log A = 3 + 0$
 $\log \frac{1}{A} = \log A^{-1} = -\log A = -1 - 0.5 = -2 + 0.5$ (거짓)
 ㉢ $\log \frac{A}{10B} = \log A - \log B - 1$ 이 정수이면
 $\log A - \log B$ 도 정수이므로 $\log A$ 와 $\log B$ 의 소수 부분이 같다.
 $\therefore g(A) = g(B)$ (참)
 따라서 옳은 것은 ㉢이다.

19. $4^{10} \cdot 5^{17}$ 은 몇 자리 정수인가?

- ① 17 ② 18 ③ 10 ④ 20 ⑤ 21

해설

$$\begin{aligned} & \log 4^{10} \cdot 5^{17} \\ &= 20 \log 2 + 17 \log 5 \\ &= 20 \log 2 + 17 - 17 \log 2 \\ &= 17 + 3 \log 2 \\ &= 17 + 3 \times 0.3010 \\ &= 17.9030 \\ & \text{지표가 17이므로 18 자리수} \end{aligned}$$

20. 어떤 자연수 A 에 대하여 $\log A = 5.7016$ 일 때, 소수 $\frac{1}{A}$ 은 소수점 아래 \square 번째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나오며, 그 숫자는 \square 이다. 이때, \square 안에 알맞은 수를 차례로 적은 것은? (단, $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$)

- ① 5, 1 ② 5, 2 ③ 6, 1 ④ 6, 2 ⑤ 6, 3

해설

$$\log \frac{1}{A} = -\log A = -5.7016 = -6 + 0.2984 = \bar{6}.2984$$

$$\log \frac{1}{A} + 6 = 0.2984$$

$$\log \frac{1}{A} + \log 10^6 = 0.2984$$

$$\log \frac{10^6}{A} = 0.2984$$

또, $\log 1 = 0$, $\log 2 = 0.3010$ 이므로

$$\log 1 < \log \frac{10^6}{A} < \log 2 \quad \therefore 1 < \frac{10^6}{A} < 2$$

$$\therefore 1 \times 10^{-6} < \frac{1}{A} < 2 \times 10^{-6}$$

$$\therefore \frac{1}{A} = 0.000001 \times \times \times$$

따라서, $\frac{1}{A}$ 은 소수점 아래 6번째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나오며, 그 숫자는 1이다.

21. 삼차방정식 $2x^3 + 3x^2 - px - q = 0$ 의 한 근은 2이고, 다른 두 근은 $\log A$ 의 정수 부분과 소수 부분일 때, $p + q$ 의 값은?

- ㉠ 10 ㉡ 7 ㉢ 5 ㉣ 2 ㉤ 0

해설

$\log A$ 의 정수 부분과 소수 부분을 각각 $n, \alpha (0 \leq \alpha < 1)$ 라 하면 $2x^3 + 3x^2 - px - q = 0$ 의 세 근은 각각 2, n, α 이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$2 + n + \alpha = -\frac{3}{2} \cdots \text{㉠}$$

$$2n + 2\alpha + n\alpha = -\frac{p}{2} \cdots \text{㉡}$$

$$2n\alpha = \frac{q}{2} \cdots \text{㉢}$$

$$\text{㉠에서 } n + \alpha = -\frac{7}{2} = -4 + \frac{1}{2}$$

$$\therefore n = -4, \alpha = \frac{1}{2} \cdots \text{㉣}$$

㉣을 ㉡에 대입하면

$$2 \cdot (-4) + 2 \cdot \frac{1}{2} + (-4) \cdot \frac{1}{2} = -\frac{p}{2}$$

$$-9 = -\frac{p}{2}$$

$$\therefore p = 18$$

㉣을 ㉢에 대입하면

$$2 \cdot (-4) \cdot \frac{1}{2} = \frac{q}{2}, \quad -4 = \frac{q}{2}$$

$$\therefore q = -8$$

$$p + q = 18 + (-8) = 10$$