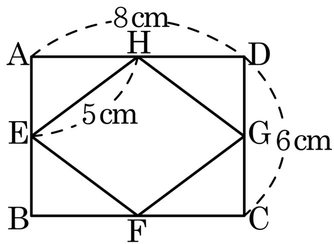
1. 다음 그림의 직사각형 ABCD 의 중점을 연결한 사각형을 □EFGH 라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{EH} // \overline{FG}$

② $\overline{EF} = 5\text{cm}$

③ 사각형 EFGH 의 둘레의 길이는 20cm 이다.

④ 사각형 EFGH 의 넓이는 25cm^2 이다.

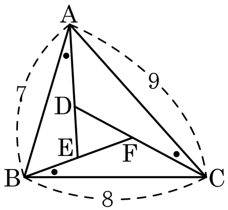
⑤ 사각형 EFGH 는 마름모이다.

해설

사각형 EFGH 의 넓이는 사각형 ABCD 에서 모서리의 삼각형의 넓이를 뺀 값이다.

$$(6 \times 8) - 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 3\right) = 48 - 24 = 24(\text{cm}^2)$$

2. 다음 그림에서 $\angle BAD = \angle CBE = \angle ACF$ 이고, $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 8$, $\overline{CA} = 9$ 일 때, $\overline{DE} : \overline{EF}$ 은?



① 9 : 8　　② 9 : 7　　③ 7 : 9

④ 8 : 7　　⑤ 7 : 8

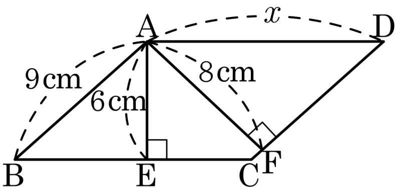
해설

$\triangle ABE$ 에서 $\angle DEF = \angle ABE + \angle BAD = \angle ABC$

$\triangle BCF$ 에서 $\angle EFD = \angle BCF + \angle CBE = \angle BCA$

따라서 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ (AA 닮음)이므로 $\overline{DE} : \overline{EF} = \overline{AB} : \overline{BC} = 7 : 8$

3. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A 에서 변 BC, CD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, x 의 값을 구하면?



① 12cm ② 13cm ③ 14cm ④ 15cm ⑤ 16cm

해설

□ABCD는 평행사변형이므로

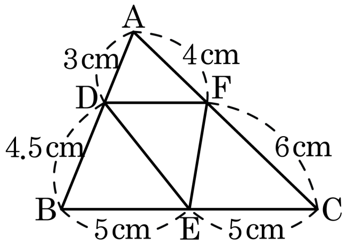
$\angle B = \angle D$, $\angle AEB = \angle AFD = 90°$

$\therefore\ \triangle ABE \backsim \triangle ADF$ (AA 닮음)

$\overline{AE} : \overline{AF} = 6 : 8 = 3 : 4$ 이므로 $9 : x = 3 : 4$

$\therefore\ x = 12$

4. 다음 그림을 보고 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?



보기

㉠ $\triangle DBE \backsim \triangle ABC$　　㉡ $\overline{BC} \,//\, \overline{DF}$

㉢ $\overline{EF} \,//\, \overline{AB}$　　㉣ $\angle ADF = \angle ABC$

㉤ $\triangle ADF \backsim \triangle ABC$

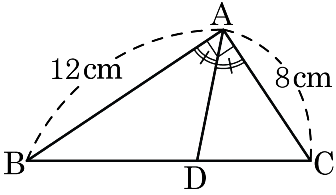
① ㉠, ㉢, ㉤　② ㉡, ㉣, ㉤　③ ㉠, ㉣, ㉤

④ ㉡, ㉣　⑤ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

$\triangle ABC$에서 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AF} : \overline{FC} = 2 : 3$이므로 $\overline{DF} \,//\, \overline{BC}$이다. 이 때, $\angle A$는 공통, $\angle ADF = \angle ABC$(동위각) 이므로 $\triangle ADF \backsim \triangle ABC$($AA$ 닮음)

5. 다음 그림과 같이 $\angle BAC = 90°$ 이고, $\angle BAD = \angle CAD$, $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\triangle ADC$ 의 넓이를 구하면?



① $\dfrac{48}{5}\text{cm}^2$ ② $\dfrac{96}{5}\text{cm}^2$ ③ 40cm^2

④ 45cm^2 ⑤ $\dfrac{75}{2}\text{cm}^2$

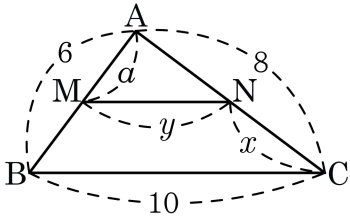
해설

$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로 $\triangle ABC = 12 \times 8 \times \dfrac{1}{2} = 48(\text{cm}^2)$ 이다.

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 3 : 2$ 이므로 $\triangle ABD : \triangle ADC = 3 : 2$

$\therefore\ \triangle ADC = \triangle ABC \times \dfrac{2}{5} = 48 \times \dfrac{2}{5} = \dfrac{96}{5}(\text{cm}^2)$

6. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이 각각 M, N이고, $a = 3$ 이라고 할 때, 식의 값이 나머지와 다른 것은?



① $y - a$　　② $\dfrac{8-x}{2}$　　③ $2(x-a)$

④ $\dfrac{8-a}{3}$　　⑤ $\dfrac{2}{3}(8-y)$

해설

$\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이 M, N 이므로

$y = \dfrac{1}{2} \times 10 = 5$, $x = \dfrac{1}{2} \times 8 = 4$ 이다.

① $y - a = 5 - 3 = 2$

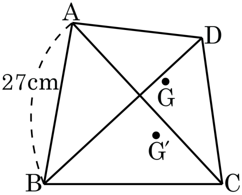
② $\dfrac{8-x}{2} = \dfrac{8-4}{2} = 2$

③ $2(x-a) = 2(4-3) = 2$

④ $\dfrac{8-a}{3} = \dfrac{8-3}{3} = \dfrac{5}{3}$

⑤ $\dfrac{2}{3}(8-y) = \dfrac{2}{3}(8-5) = 2$

7. 다음 그림에서 점 G, G′ 는 각각 △ACD , △DBC 의 무게중심이다. $\overline{AB} = 27\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{GG'}$ 의 길이를 구하면?

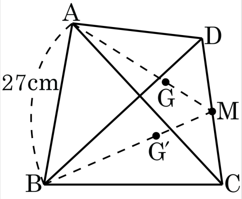


① 9 cm ② 10 cm ③ 11 cm

④ 12 cm ⑤ 13 cm

해설

$\overline{DC}$ 의 중점 M 을 잡으면

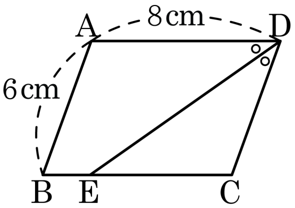


$\overline{GG'} \,//\, \overline{AB}$ 이므로

$\overline{GG'} : \overline{AB} = \overline{MG} : \overline{MA} = 1 : 3$

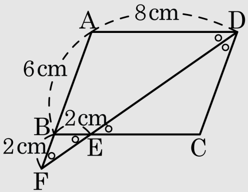
$\therefore \overline{GG'} = \dfrac{1}{3} \times 27 = 9(\,\text{cm})$

8. □ABCD는 $\overline{AB}=6cm$, $\overline{AD}=8cm$인 평행사변형이고, $\overline{DE}$는 ∠D의 이등분선일 때, $\overline{CE}$의 길이를 구하면?



① 2cm ② 3cm ③ 4cm ④ 5cm ⑤ 6cm

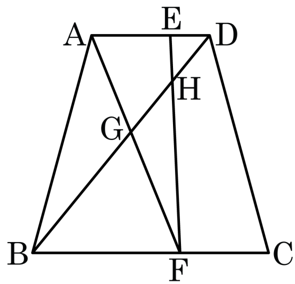
해설



$\overline{DF}$의 연장선과 $\overline{AB}$가 만나는 점을 F라 하자. 그러면 △AFD는 ∠ADF = ∠AFD이므로 이등변삼각형이 되므로 $\overline{AD}=\overline{AF}=8cm$, $\overline{BE}=8-6=2(cm)$, $\overline{BE}=\overline{BF}=2cm$이다.

$\therefore \overline{CE}=\overline{BC}-\overline{BE}=6cm$이다.

9. 다음 그림과 같이 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD}$ 의 점 E에 대하여 $\overline{AE} : \overline{ED} = 2 : 1$ 이고 $\overline{BC}$ 위의 점 F 에 대하여 $\overline{BF} : \overline{FC} = 5 : 3$ 이다. 두 점 G, H 는 각각 $\overline{AF}$, $\overline{EF}$ 와 대각선 BD 의 교점이고, $\overline{BD} = 9$, $2\overline{AD} = \overline{BC}$ 일 때, $\overline{GH}$ 의 길이는?



① $\frac{20}{19}$　② $\frac{23}{19}$　③ $\frac{25}{19}$　④ $\frac{30}{19}$　⑤ $\frac{40}{19}$

해설

$\overline{AE} : \overline{ED} = 2 : 1$ 이므로 $\overline{ED} = k$ 라 하면 $\overline{BF} = 6k \times \frac{5}{8} = \frac{15}{4}k$,

$\overline{FC} = 6k \times \frac{3}{8} = \frac{9}{4}k$

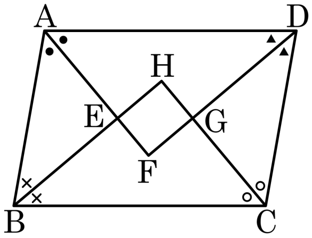
$\overline{BG}//\overline{GD} = 5 : 4$ 이므로 $\overline{BG} = \frac{5}{9} \times 9 = 5$

또한 $\overline{BH} : \overline{HD} = \overline{BF} : \overline{ED} = \frac{15}{4}k : k = 15 : 4$

따라서 $\overline{BH} : \overline{HD} = 15 : 4$ 이므로 $\overline{BH} = \frac{15}{19} \times 9 = \frac{135}{19}$

$\therefore \overline{GH} = \overline{BH} - \overline{BG} = \frac{135}{19} - 5 = \frac{40}{19}$

10. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 네 내각의 이등분선의 교점을 E, F, G, H라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle AFD \equiv \triangle CHB$

② $\triangle AEB \equiv \triangle CGD$

③ $\overline{EG} \neq \overline{HF}$

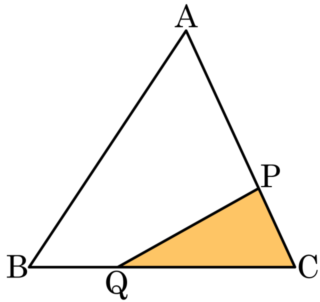
④ $\angle HEF = \angle EFG$

⑤ $\overline{BH} // \overline{FD}$

해설

사각형 EFGH는 직사각형이다.

11. 다음 그림에서 $\triangle ABC$의 넓이는 $36cm^2$이다. $\overline{AP} : \overline{PC} = 2 : 1$, $\overline{BQ} : \overline{QC} = 1 : 2$일 때, $\triangle PQC$의 넓이는?



① $8cm^2$ ② $10cm^2$ ③ $12cm^2$

④ $14cm^2$ ⑤ $16cm^2$

해설

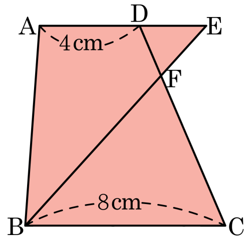
$\triangle ABQ$와 $\triangle AQC$는 높이가 같고 밑변이 $1 : 2$이므로 $\triangle ABQ : \triangle AQC = 1 : 2$

$$\therefore \triangle AQC = \triangle ABC \times \frac{2}{1+2} = 36 \times \frac{2}{3} = 24(cm^2)$$

$\triangle QCP$와 $\triangle QPA$에서 높이가 같고 밑변이 $1 : 2$이므로 $\triangle QCP : \triangle QPA = 1 : 2$

$$\therefore \triangle QCP = \triangle AQC \times \frac{1}{1+2} = 24 \times \frac{1}{3} = 8(cm^2)$$

12. 다음 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AD}} = 4\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BC}} = 8\,\mathrm{cm}$ 이다. $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 연장선 위의 점 E 에 대하여 $\overline{\mathrm{BE}}$가 □ABCD 의 넓이를 이등분할 때, $\overline{\mathrm{DE}}$ 의 길이를 구하면?



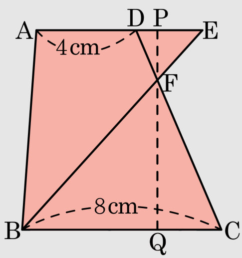
① $\frac{12}{7}$ cm ② $\frac{13}{5}$ cm ③ $\frac{9}{2}$ cm
④ $\frac{11}{4}$ cm ⑤ $\frac{8}{3}$ cm

해설

□ABCD 의 높이를 h 라 하면

□ABCD $= (4+8) \times h \times \frac{1}{2} = 6h$, $\triangle$FBC $= \frac{1}{2}$□ABCD $= 3h$ 이다.

점 F 를 지나고 $\overline{\mathrm{AE}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$ 에 수직인 직선을 그어 만나는 점을 P, Q 라고 하면

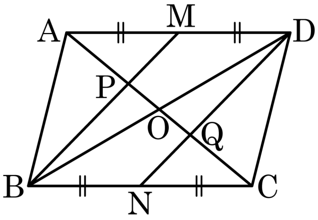


$\triangle\mathrm{FBC} = 3h = \frac{1}{2} \times 8 \times \overline{\mathrm{FQ}}$, $\overline{\mathrm{FQ}} = \frac{3}{4}h$, $\overline{\mathrm{FP}} = \frac{1}{4}h$ 이다.

$\triangle\mathrm{FBC} \backsim \triangle\mathrm{FED}$ 이므로 $3 : 1 = 8 : \overline{\mathrm{DE}}$ 이다.

$\therefore \overline{\mathrm{DE}} = \frac{8}{3}(\mathrm{cm})$

13. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AM}=\overline{DM}$, $\overline{BN}=\overline{CN}$ 이고, $\overline{AC}=15\text{cm}$ 일 때, 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① 점 P 는 △ABD 의 무게중심이다.

② $\overline{CO}$ 는 △CBD 의 중선이다.

③ $\overline{PQ}=5\text{cm}$

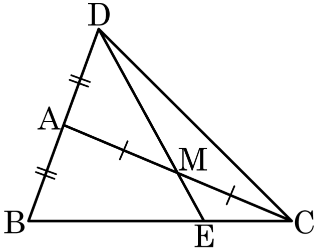
④ △CQN : □ABCD = 1 : 16

⑤ $3\overline{OQ}=\overline{OA}$

해설

④ △CQN : □ABCD = 1 : 12

14. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BA}$ 의 연장선 위에 $\overline{BA}=\overline{AD}$ 인 점 D 를 정하고, $\overline{AC}$ 의 중점을 M , 점 D 와 M 을 지나 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 E 라 한다. $\overline{DM}=9$ 일 때, $\overline{ME}$ 의 길이는?



① 5 ② 4.5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2.5

해설

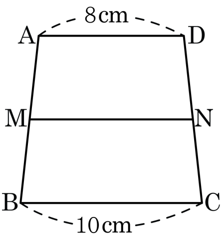
점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선을 그어 $\overline{DE}$ 와 만나는 점을 F 라 하면, $\triangle AFM \equiv \triangle CEM$

$\therefore \overline{FM}=\overline{ME}$

$\overline{DF}=\overline{FE}$ 이므로 $\overline{DF}:\overline{FM}=2:1$

$\therefore \overline{ME}=\overline{FM}=\overline{DM}\times\frac{1}{3}=9\times\frac{1}{3}=3$

15. $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이고 $\overline{AD} = 8\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\,\text{cm}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 점 M, N 은 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 중점이다. □AMND $= 34\,\text{cm}^2$ 와 □MBCN 의 넓이는?



① $36\,\text{cm}^2$ ② $37\,\text{cm}^2$ ③ $38\,\text{cm}^2$

④ $39\,\text{cm}^2$ ⑤ $40\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{MN} = \frac{1}{2}(10+8) = 9\ (\text{cm})$

□AMND 와 □MBCN 은 $\overline{AM} : \overline{MB} = 1 : 1$ 이므로 높이가 같다.

높이를 h 라고 하면

□AMND$= (9+8) \times h \times \frac{1}{2} = \frac{17}{2}h\ (\text{cm}^2)$

□MBCN$= (10+9) \times h \times \frac{1}{2} = \frac{19}{2}h\ (\text{cm}^2)$

□AMND : □MBCN $= 17 : 19 = 34 :$ □MBCN

$\therefore$ □MBCN $= 38\,\text{cm}^2$