

1. 방정식 $(x-1)(x^2-x-2)=0$ 의 모든 근의 합을 구하면?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

$$(x-1)(x-2)(x+1)=0$$

$$\therefore x = -1, 1, 2$$

$$\therefore -1 + 1 + 2 = 2$$

2. 사차방정식 $x^4 - 11x^2 + 30 = 0$ 의 네 근 중 가장 작은 근을 a , 가장 큰 근을 b 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$$x^4 - 11x^2 + 30 = 0$$

$$(x^2 - 5)(x^2 - 6) = 0$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{5}, x = \pm\sqrt{6}$$

가장 작은 근 $a = -\sqrt{6}$, 가장 큰 근 $b = \sqrt{6}$

$$\therefore a^2 + b^2 = 6 + 6 = 12$$

3. x 에 대한 삼차방정식 $x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 상수 k 의 값은?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이 -1 이므로 $x = -1$ 을 대입하면

$$(-1)^3 + 3(-1)^2 - k(-1) - 5 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

4. 삼차방정식 $2x^3 - 7x^2 + 11x + 13 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라고 할 때, 다음 (가), (나), (다)에 알맞은 값을 차례로 쓴 것은?

(가) $\alpha + \beta + \gamma$

(나) $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$

(다) $\alpha\beta\gamma$

① $\frac{7}{2}, \frac{11}{2}, -\frac{13}{2}$

④ $\frac{11}{2}, -\frac{13}{2}, \frac{7}{2}$

② $-\frac{7}{2}, \frac{13}{2}, \frac{11}{2}$

⑤ $\frac{7}{2}, -\frac{11}{2}, \frac{13}{2}$

③ $\frac{13}{2}, \frac{7}{2}, -\frac{11}{2}$

해설

삼차방정식 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 (a \neq 0)$ 의 세 근을 α, β, γ 라 하면

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$$

$$\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$$

5. 다음 중 $1+i$ 가 하나의 근이며 중근을 갖는 사차방정식은?

① $(x^2 - 2x + 2)(x^2 - 2x + 1)$

② $(x^2 - 2x + 2)(x - 1)(x + 1)$

③ $(x^2 - 1)(x^2 - 2x - 1)$

④ $(x^2 + 1)(x - 1)(x + 1)$

⑤ $(x^2 + 1)(x^2 - 2x + 1)$

해설

한 근이 $1+i$ 이면

다른 한 근은 $1-i$ 이다.

$$\therefore \{x - (1+i)\} \{x - (1-i)\} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 2 = 0$$

주어진 조건에 맞는 방정식:

$$(x^2 - 2x + 2)(x - \alpha)^2 = 0$$

$\therefore$ ①이 조건에 맞다

6. 삼차방정식 $x^3 - 5x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 일 때, 다른 두 근을 구하면? (단, a, b 는 유리수)

① $1 - \sqrt{2}, 2$

② $-1 + \sqrt{2}, -3$

③ $1 - \sqrt{2}, 3$

④ $1 - \sqrt{2}, -3$

⑤ $-1 + \sqrt{2}, 3$

해설

한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 이면 다른 한 근은 $1 - \sqrt{2}$ 이다.

삼차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해 세근의 합은 5이므로

$$\therefore 1 + \sqrt{2} + (1 - \sqrt{2}) + \alpha = 5, \quad \alpha = 3$$

$\therefore$ 다른 두 근은 $3, 1 - \sqrt{2}$

7. $x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, $\omega^3 + \bar{\omega}^3$ 의 값을 구하면? (단, $\bar{\omega}$ 는 ω 의 켤레복소수이다.)

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{를 } \omega \text{라 하면}$$

$$\bar{\omega} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$$

$$\therefore \omega^3 = 1, \bar{\omega}^3 = 1, \omega^3 + \bar{\omega}^3 = 2$$

8. 방정식 $(x^2 + x)^2 + 2(x^2 + x + 1) - 10 = 0$ 의 모든 실근의 합은?

① -10

② -2

③ -1

④ 2

⑤ 10

해설

$(x^2 + x)^2 + 2(x^2 + x + 1) - 10 = 0$ 에서

$x^2 + x = A$ 라 하면

$$A^2 + 2A - 8 = 0,$$

$$(A + 4)(A - 2) = 0$$

$$\therefore A = -4 \text{ 또는 } A = 2$$

(i) $x^2 + x = -4$ 일 때,

$$x^2 + x + 4 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{15}i}{2}$$

(ii) $x^2 + x = 2$ 일 때,

$$x^2 + x - 2 = 0,$$

$$(x + 2)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 1$$

(i), (ii)에서 실근은 $x = -2$ 또는 $x = 1$ 이므로 실근의 합은 $-2 + 1 = -1$

9. 방정식 $2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = -1$ (증근), $-\frac{1}{2}$, 2

② $x = -1$ (증근), $\frac{1}{2}$, 1

③ $x = -1$ (증근), $\frac{1}{2}$, 2

④ $x = -1, \frac{1}{2}, 2$ (증근)

⑤ $x = -1, \frac{1}{2}$ (증근), 2

해설

$f(x) = 2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2$ 라 하면 $f(-1) = 0$, $f(2) = 0$ 이므로 $(x+1)(x-2)$ 를 인수로 갖는다.

	2	-1	-6	-1	2
-1		-2	3	3	-2
	2	-3	-3	2	0
2		4	2	-2	
	2	1	-1	0	

조립제법에 의하면 주어진 방정식은

$$(x+1)(x-2)(2x^2+x-1) = 0$$

$$(x+1)^2(x-2)(2x-1) = 0$$

$$\therefore x = -1, \frac{1}{2}, 2$$

10. 삼차방정식 $x^3 + 27 = 0$ 의 모든 근의 합은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$x^3 + 3^3 = 0, (x + 3)(x^2 - 3x + 9) = 0$$

$$\therefore x = -3, \frac{3 \pm 3\sqrt{3}i}{2}$$

$$\text{합} : -3 + \frac{3 + 3\sqrt{3}i}{2} + \frac{3 - 3\sqrt{3}i}{2} = 0$$

해설

$x^3 + 27 = 0$ 에서 x^2 의 계수가 0이므로 근과 계수와의 관계에 의해 세 근의 합은 0

11. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 = 16$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$x^4 - 16 = 0 \text{ 에서}$$

$$(x^2 - 4)(x^2 + 4) = 0$$

$$(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4) = 0$$

$$\therefore x = \pm 2 \text{ 또는 } x = \pm 2i$$

$$\therefore \text{모든 해의 합은 } (-2) + 2 + (-2i) + 2i = 0$$

12. 방정식 $x^6 - 1 = 0$ 의 해가 아닌 것은?

① -1

② 1

③ $\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$

④ $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

⑤ $\frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$

해설

$$x^6 - 1 = (x^3 + 1)(x^3 - 1) = (x + 1)(x^2 - x + 1)(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow x = -1, 1, \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}, \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

13. 삼차방정식 $x^3 + x - 2 = 0$ 의 해를 구하면?

① $1, \frac{-1 \pm \sqrt{7}i}{2}$

② $-1, \frac{-1 \pm \sqrt{7}i}{2}$

③ $-1, \frac{-1 \pm \sqrt{7}}{2}$

④ -1

⑤ 1

해설

조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & 1 & -2 \\ & & 1 & 1 & 2 \\ \hline & 1 & 1 & 2 & 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow (x-1)(x^2+x+2)=0$$

$$x^2+x+2=0 \text{ 의 근 : } \frac{-1 \pm \sqrt{7}i}{2}$$

$$\therefore \text{ 해 : } 1, \frac{-1 \pm \sqrt{7}i}{2}$$

14. 사차방정식 $x(x-1)(x+1)(x+2)-8=0$ 의 모든 해의 곱을 구하면?

① -8

② -2

③ 1

④ 4

⑤ 8

해설

$$x(x-1)(x+1)(x+2)-8=0$$

$$\{x(x+1)\} \{(x-1)(x+2)\} - 8 = 0$$

$$(x^2+x)(x^2+x-2)-8=0$$

$$x^2+x=t \text{ 라 하면, } t(t-2)-8=0$$

$$\therefore t^2-2t-8=x^4+2x^3-x^2-2x-8=0$$

근과 계수와의 관계에 의해서, 근을 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 라 하면 $\therefore$ 모든 해의 곱은 -8

해설

근과 계수의 관계에서 모든 해의 곱을 나타내는 것은 다항식을 전개했을 때의 상수항이므로 -8 (단, 다항식의 최고차항의 차수가 홀수일 때는 상수항의 부호를 반대로 바꾼것이 모든 해의 곱이다.)

15. 다음 삼차방정식을 풀었을 때 두 허근의 합을 구하여라.

$$x^3 - x^2 + x - 6 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$f(x) = x^3 - x^2 + x - 6$ 으로 놓으면 $f(2) = 8 - 4 + 2 - 6 = 0$
이므로 $f(x)$ 는 $x - 2$ 를 인수로 갖는다.

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & -1 & 1 & -6 \\ & & 2 & 2 & 6 \\ \hline & 1 & 1 & 3 & 0 \end{array}$$

위의 조립제법에서 $f(x) = (x - 2)(x^2 + x + 3)$ 이므로 주어진 방정식은 $(x - 2)(x^2 + x + 3) = 0$

$$\therefore x = 2, x = \frac{-1 \pm \sqrt{11}i}{2}$$

두 허근의 합은 -1

16. 다음 방정식의 모든 근의 합을 구하여라.

$$x^3 - 13x + 12 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

1		1	0	-13	12
			1	1	-12
		1	1	-12	0

$f(x) = x^3 - 13x + 12$ 라고 하면 $f(1) = 0$ 이므로

$$(x-1)(x^2 + x - 12) = 0$$

$$(x-1)(x+4)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 1 \text{ 또는 } x = 3$$

$$\therefore -4 + 1 + 3 = 0$$

17. 다음 삼차방정식의 정수해를 구하여라.

$$x^3 - 1 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$x^3 - 1 = 0 \text{ 에서 } (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\therefore \text{정수해는 } x = 1$$

18. 사차방정식 $x^4 + x^3 - x^2 - 7x - 6 = 0$ 의 두 허근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하면?

①

-2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 -1 & 1 & 1 & -1 & -7 & -6 \\
 & & -1 & 0 & 1 & 6 \\
 \hline
 2 & 1 & 0 & -1 & -6 & 0 \\
 & & 2 & 4 & 6 & \\
 \hline
 & 1 & 2 & 3 & 0 &
 \end{array}$$

$$(x+1)(x-2)(x^2+2x+3)=0$$

$x^2+2x+3=0$ 의 두 근이 허근이므로

$$(D < 0) \alpha + \beta = -2$$

19. 삼차방정식 $x^3 - 8x^2 + 17x - 10 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때,
 $\alpha - \beta - \gamma$ 의 값은?(단, $\alpha < \beta < \gamma$)

① -3

② -4

③ -5

④ -6

⑤ -7

해설

$x^3 - 8x^2 + 17x - 10 = 0$ 인수분해하여 해를 구하면

$$(x-1)(x-2)(x-5) = 0$$

$$\therefore \alpha = 1, \beta = 2, \gamma = 5$$

$$\therefore \alpha - \beta - \gamma = 1 - 2 - 5 = -6$$

20. $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

▷ 정답 : $x = -2$

▷ 정답 : $x = 3$

해설

$f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ 으로 놓으면

$f(1) = 1 - 2 - 5 + 6 = 0$ 이므로, 조립제법에 의하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -2 & -5 & 6 \\ & & 1 & -1 & -6 \\ \hline & 1 & -1 & -6 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} x^3 - 2x^2 - 5x + 6 &= (x-1)(x^2 - x - 6) \\ &= (x-1)(x+2)(x-3) \end{aligned}$$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = -2$ 또는 $x = 3$

21. 삼차방정식 $x^3 - 6x^2 - 7x - 5 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때, $(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)$ 의 값은?

① -15

② 16

③ -16

④ 17

⑤ -17

해설

$(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma) = 1 - (\alpha + \beta + \gamma) + (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) - \alpha\beta\gamma$
근과 계수와의 관계에 의해

$$\alpha + \beta + \gamma = 6, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = -7, \alpha\beta\gamma = 5$$

$$\therefore (1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma) = 1 - 6 - 7 - 5 = -17$$

해설

$$f(x) = x^3 - 6x^2 - 7x - 5 = (x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma) = 0 \text{ 이므로}$$

$$f(1) = (1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma) = 1 - 6 - 7 - 5 = -17$$

22. a, b 가 유리수일 때, $x = 1 + \sqrt{2}$ 가 $x^3 - 3x^2 + ax + b = 0$ 의 근이 된다. 이 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

유리계수 방정식이므로 $1 + \sqrt{2}$ 가 근이면 $1 - \sqrt{2}$ 도 근이다.

주어진 방정식의 세 근을 $1 + \sqrt{2}, 1 - \sqrt{2}, \alpha$ 라 하면

$$(1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) + \alpha = 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) + \alpha(1 + \sqrt{2}) + \alpha(1 - \sqrt{2}) = a \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\alpha(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = -b \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면 $a = 1, b = 1$

23. 다음을 읽고 물음에 답하여라.

삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c 는 실수)에서 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 라 두고 $x = 1 + 2i$ 를 대입하면 $f(1 + 2i) = (1 + 2i)^3 + a(1 + 2i)^2 + b(1 + 2i) + c = 0$ 이 된다. 이것을 전개하여 정리하면 $(-11 - 3a + b + c) + (-2 + 4a + 2b)i = 0$ a, b, c 가 실수이므로 이제 $x = 1 - 2i$ 를 대입하면 $f(1 - 2i) = (1 - 2i)^3 + a(1 - 2i)^2 + b(1 - 2i) + c = (-11 - 3a + b + c) - (-2 + 4a + 2b)i = 0$ 따라서 ((가))

(가)에 들어갈 말로 가장 알맞는 것을 고르면?

- ① 삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c 는 실수)의 한 근이 $1 + 2i$ 이면, $1 - 2i$ 도 근임을 알 수 있다.
- ② 삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c 는 실수)의 한 근이 $1 - 2i$ 이면, $1 + 2i$ 도 근임을 알 수 있다.
- ③ 삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c 는 실수)의 한 근이 $1 + 2i$ 라고 해서, 반드시 $1 - 2i$ 가 근이 되는 것은 아니다.
- ④ 삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c 는 실수)의 한 근이 $1 - 2i$ 라고 해서, 반드시 $1 + 2i$ 가 근이 되는 것은 아니다.
- ⑤ 삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c 는 실수)은 반드시 하나의 실근을 가진다.

해설

$x = 1 + 2i$ 를 대입한 결과와 $x = 1 - 2i$ 를 대입한 결과가 같다.

24. 실계수 삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx + 2 = 0$ 의 한 근이 $1+i$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

세 근을 $1+i, 1-i, \gamma$ 라 하면

$$(1+i)(1-i)\gamma = -2, \quad 2\gamma = -2$$

$$\therefore \gamma = -1$$

$$(1+i) + (1-i) + \gamma = -a = 1$$

$$\therefore a = -1$$

$$(1+i)(1-i) + (1-i)\gamma + \gamma(1+i) = 0, \quad b = 0$$

$$\therefore a+b = -1$$

25. 삼차방정식 $x^3 + 2x^2 + 3x + 4 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때,
 $\frac{\beta + \gamma}{\alpha} + \frac{\gamma + \alpha}{\beta} + \frac{\alpha + \beta}{\gamma}$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{1}{2}$

② $-\frac{3}{4}$

③ -1

④ $-\frac{3}{2}$

⑤ -2

해설

삼차 방정식의 근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta + \gamma = -2, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 3, \alpha\beta\gamma = -4$$

$\beta + \gamma = -2 - \alpha, \gamma + \alpha = -2 - \beta, \alpha + \beta = -2 - \gamma$ 를 이용하면

$$(\text{주어진 식}) = \frac{-2 - \alpha}{\alpha} + \frac{-2 - \beta}{\beta} + \frac{-2 - \gamma}{\gamma}$$

$$= -2 \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} \right) - 3$$

$$= -2 \left(\frac{\beta\gamma + \alpha\gamma + \alpha\beta}{\alpha\beta\gamma} \right) - 3 = -\frac{3}{2}$$