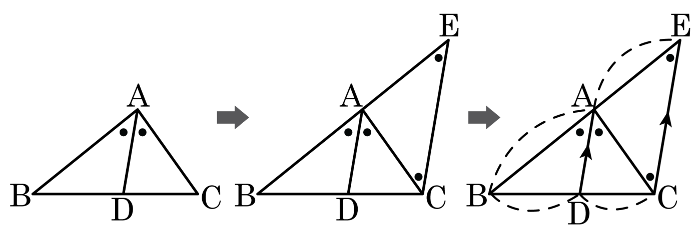
1. 다음은 삼각형의 내각의 이등분선으로 생기는 선분의 비를 구하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것은?



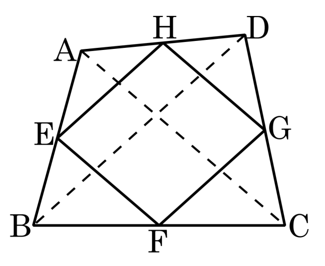
$\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선
$\angle ACE = \boxed{\quad ㉠ \quad}$ 이므로 $\triangle ACE$ 는 이등변삼각형
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{EC}$ 에서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \boxed{\quad ㉡ \quad}$

① $\angle ACD$, $\overline{AB}$ ② $\angle ACD$, $\overline{AC}$ ③ $\angle AEC$, $\overline{CD}$
④ $\angle AEC$, $\overline{AB}$ ⑤ $\angle AEC$, $\overline{AC}$

해설

$\angle BAD = \angle CAD$ 이면 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이다.

2. 다음 그림에서 □ABCD 의 두 대각선의 합이 24 일 때, □EFGH 의 둘레의 길이를 구하면?



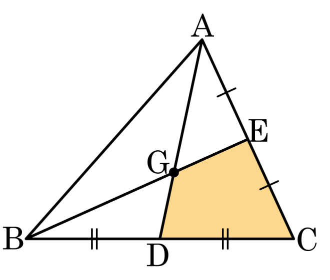
① 12 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 30

해설

$\overline{\mathrm{HE}} = \overline{\mathrm{GF}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{BD}}$,$\overline{\mathrm{HG}} = \overline{\mathrm{EF}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{AC}}$

$\therefore$ (□EFGH의 둘레) $= \overline{\mathrm{AC}} + \overline{\mathrm{BD}} = 24$

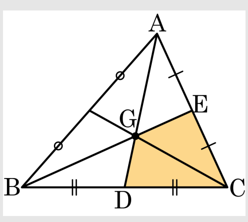
3. 다음 그림에서 점 G는 삼각형 ABC의 무게중심이다. □GDCE의 넓이가 20cm^2일 때 △ABC의 넓이를 구하면?



① 40cm^2 ② 60cm^2 ③ 80cm^2

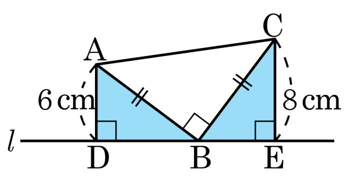
④ 90cm^2 ⑤ 120cm^2

해설



그림과 같이 점 C에서 중선을 긋는다. 6개의 작은 삼각형의 넓이는 모두 같으므로
△ABC = 6△GDC = 3□GDCE = 60(cm²)이다.

4. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 의 두 꼭짓점 A, C 에서 꼭짓점 B 를 지나는 직선에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{CE} = 8\text{cm}$ 일 때, 어두운 부분의 넓이를 구하여라.



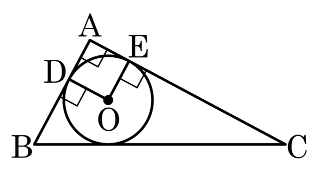
▶ 답 : $\underline{\quad\quad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : 48 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

직각삼각형 ABD 와 BCE 는 빗변의 길이가 같고,
$\angle ABD = \angle BCE$ ($\because$ $\angle ABD + 90° + \angle CBE = 180°$, $\angle BCE + \angle CBE + 90° = 180°$)
이므로 직각삼각형 ABD 와 BCE 는 RHA 합동이다.
$\overline{AD} = \overline{BE}$, $\overline{DB} = \overline{CE}$
삼각형의 넓이는 같으므로 직각삼각형 넓이의 2배를 하면 된다.
$2\left(\frac{1}{2}\times 8\times 6\right) = 48(\text{cm}^2)$

5. △ABC 에서 점 O 는 내심이고 $\overline{AE}$ 의 길이가 3이다. △ABC = 48 일 때, 세 변의 길이의 합은?

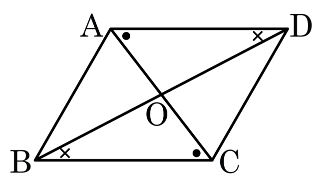


① 16 ② 24 ③ 28 ④ 32 ⑤ 36

해설

세 변의 길이를 각각 a, b, c 라 하면
$\overline{AE}$ 는 내접원의 반지름의 길이와 같으므로 △ABC $= \frac{1}{2}r(a+b+c)$ 에서
$a+b+c = 48 \times \frac{2}{3} = 32$

6. 다음은 평행사변형의 성질을 증명하는 과정이다. 어떤 성질을 증명한 것인가?

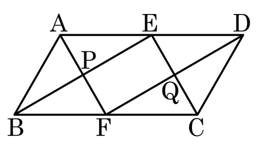


평행사변형 ABCD에 점 B와 점 D, 점 A와 점 C를 이으면
$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각) $\cdots$ ㉡
$\angle ODA = \angle OBC$ (엇각) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$(ASA 합동)이므로
$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$

① 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.
② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
③ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
④ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
⑤ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

해설
평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분함을 증명하는 과정이다.

7. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 E, F 는 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 의 중점이다. □ABCD 의 넓이가 $72\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, □EPFQ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm^2

▷ 정답: $18\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{EF}$ 를 그으면 $\overline{AE} /\!/ \overline{BF}$, $\overline{AE} = \overline{BF}$ 이므로 □ABFE 는 평행사변형이다.

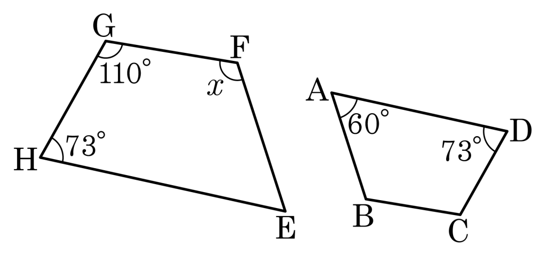
$\triangle PFE = \frac{1}{4}$□ABFE

마찬가지로 $\triangle EFQ = \frac{1}{4}$□EFCD

□EPFQ 의 넓이는 □ABCD 의 $\frac{1}{4}$ 이다.

$\therefore\ 72 \times \frac{1}{4} = 18\,(\mathrm{cm}^2)$

8. 다음 그림과 같은 두 도형이 닮음일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① $117\degree$ ② $118\degree$ ③ $119\degree$ ④ $120\degree$ ⑤ $121\degree$

해설

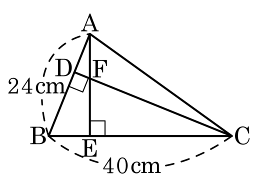
$\square ABCD \backsim \square EFGH$ 이므로 $\angle E = \angle A = 60\degree$

$\therefore \angle x = 360\degree - (60\degree + 73\degree + 110\degree)$

$= 360\degree - 243\degree$

$= 117\degree$

9. 다음 그림에서 $\overline{AD} : \overline{DB} = 3 : 5$ 일 때, $\overline{EC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : 31 cm

해설

$\triangle ABE \backsim \triangle CBD$(AA닮음)

$\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{BE} : \overline{BD}$

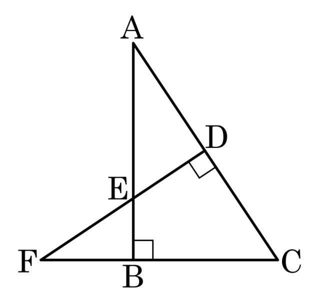
$\overline{BD} = 24 \times \frac{5}{8} = 15(\text{cm})$

$24 : 40 = \overline{BE} : 15$

$\overline{BE} = 9(\text{cm})$

$\therefore \overline{EC} = 40 - 9 = 31(\text{cm})$

10. 다음 그림에서 $\angle ABC = \angle FDC = 90°$ 일 때, 다음 중 서로 닮음이 <u>아닌</u> 것은?



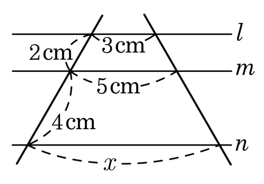
① $\triangle ABC$ ② $\triangle FDC$ ③ $\triangle ADE$

④ $\triangle FBE$ ⑤ $\triangle EBC$

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle FDC$ 에서
$\angle ABC = \angle FDC = 90°$, $\angle C$ 는 공통
$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle FDC$ (AA 닮음)
$\triangle ABC$ 와 $\triangle ADE$ 에서
$\angle ABC = \angle ADE = 90°$, $\angle A$ 는 공통
$\therefore\ \triangle ABC \backsim \triangle ADE$ (AA 닮음)
$\triangle ABC$ 와 $\triangle FBE$ 에서
$\angle ABC = \angle FBE = 90°$
$\angle A = 90° - \angle C = \angle F$
$\therefore\ \triangle ABC \backsim \triangle FBE$ (AA 닮음)

11. 다음 그림에서 $\ell // m // n$ 이다. x 의 값은?



① 8cm ② 9cm

③ 10cm ④ 10.5cm

⑤ 11cm

해설

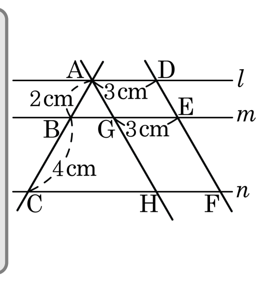
$\overline{DF} // \overline{AH}$ 인 직선 AH 를 그으면

$\overline{BG} = 2\text{cm}$, $\overline{CH} = (x-3)\text{cm}$

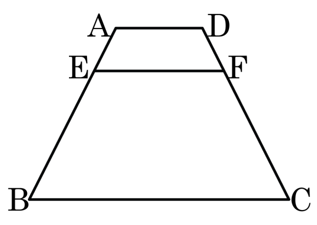
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BG} : \overline{CH}$

$2 : 6 = 2 : (x-3)$

$x = 9(\text{cm})$

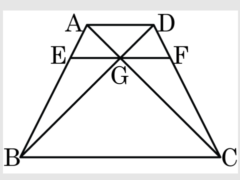


12. 다음 그림에서 $\overline{AD} // \overline{EF} // \overline{BC}$ 이고 $\overline{AD} = 8$, $\overline{BC} = 24$일 때, $\overline{EF}$의 길이는?(단, $\overline{EF}$는 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 지난다.)



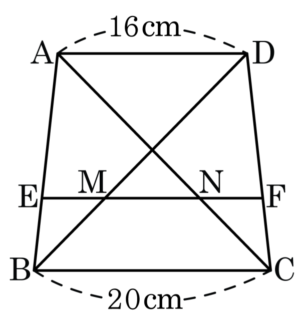
① 6　　② 8　　③ 10　　④ 12　　⑤ 16

해설



$\overline{AC}$ 와 $\overline{DB}$ 의 교점을 G 라고 하자.
$\overline{AG} : \overline{GC} = 8 : 24 = 1 : 3$ 이므로
$\overline{EG} = \frac{1}{4} \times 24 = 6$, $\overline{GF} = \frac{3}{4} \times 8 = 6$ 이다.
따라서 $\overline{EF} = 12$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{EF}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AE} : \overline{EB} = 2 : 1$ 일 때, $\overline{MN}$ 의 길이는?

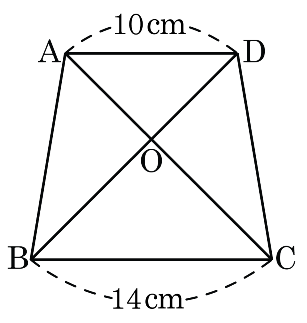


① 8cm ② 9cm ③ 10cm ④ 11cm ⑤ 12cm

해설

i) $\triangle BEM$, $\triangle BAD$ 에서 $\angle B$ 는 공통, $\angle BEM = \angle BAD$
따라서 $\triangle BEM \backsim \triangle BAD$ (AA 닮음)
닮음비로 $\overline{EM} : \overline{AD} = \overline{BE} : \overline{BA} \Leftrightarrow \overline{EM} : 16 = 1 : 3$
$\therefore\ \overline{EM} = \dfrac{16}{3}\text{cm}$
ii) $\triangle AEN$, $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 는 공통, $\angle AEN = \angle ABC$
따라서 $\triangle AEN \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)
닮음비로 $\overline{AE} : \overline{AB} = \overline{EN} : \overline{BC} \Leftrightarrow 2 : 3 = \overline{EN} : 20$
$\therefore\ \overline{EN} = \dfrac{40}{3}\text{cm}$
$\therefore\ \overline{MN} = \overline{EN} - \overline{EM} = \dfrac{40}{3} - \dfrac{16}{3} = 8(\text{cm})$

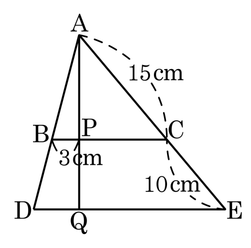
14. $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\triangle OAD = 15cm^2$ 일 때, $\triangle ODC$ 의 넓이를 구하면?



① $7cm^2$ ② $10cm^2$ ③ $14cm^2$
④ $20cm^2$ ⑤ $21cm^2$

해설
$\triangle ODA \backsim \triangle OBC$ 이므로
$\overline{AO} : \overline{OC} = \overline{AD} : \overline{BC} = 10 : 14 = 5 : 7$
따라서 $\triangle OAD : \triangle ODC = 5 : 7$
$\therefore \triangle ODC = 21cm^2$

15. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} \,//\, \overline{DE}$ 일 때, $\overline{DQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

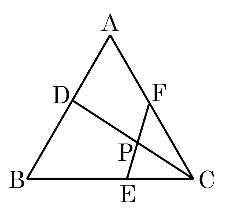
해설

$\overline{AC} : \overline{AE} = \overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BP} : \overline{DQ}$

$15 : 25 = 3 : \overline{DQ}$

$\overline{DQ} = 5$

16. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} : \overline{DB} = 3 : 4$, $\overline{BE} : \overline{EC} = 4 : 3$, $\overline{CF} : \overline{FA} = 4 : 3$ 이다. $\overline{FP} = 4\,\text{cm}$, $\overline{PC} = 7\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{DP}$ 와 $\overline{PE}$ 의 길이의 차를 구하여라.



① 2 cm ② 2.5 cm ③ 3 cm

④ 3.5 cm ⑤ 4 cm

해설

$\overline{DF} \,/\!/\, \overline{BC}$, $\overline{DE} \,/\!/\, \overline{AC}$ 이므로

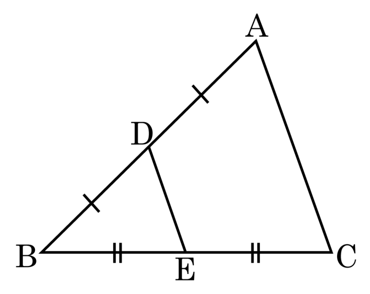
□DECF 는 평행사변형이다.

$\overline{DP} = \overline{PC} = 7\,\text{cm}$

$\overline{PE} = \overline{FP} = 4\,\text{cm}$

$\overline{DP} - \overline{PE} = 7 - 4 = 3(\,\text{cm})$

17. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}=\overline{DB}$, $\overline{BE}=\overline{EC}$, $\overline{DE}=5$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?

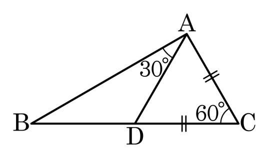


① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$\overline{AD}=\overline{DB}$, $\overline{BE}=\overline{EC}$ 이므로 점 D, E 는 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 중점이다.
따라서 $\overline{AC}=2\overline{DE}=2\times5=10$ 이다.

18. 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = \overline{CD}$ 일 때, 틀린 것을 모두 고르면?



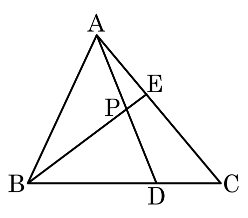
㉠ $\angle ADC = 50°$
㉡ $\angle A = 90°$
㉢ $\angle ABD = 40°$
㉣ $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형
㉤ $\overline{AC}$ 가 5cm 일 때, $\overline{BD}$ 는 5cm 이다.

① ㉠, ㉡　② ㉡, ㉢　③ ㉠, ㉢
④ ㉠, ㉤　⑤ ㉢, ㉤

해설

$\triangle ADC$ 에서 $\overline{AC} = \overline{CD}$ 이므로
$\angle CAD = \angle CDA = \frac{1}{2} \times (180° - 60°) = 60°$
따라서 $\triangle ADC$ 는 정삼각형이다.
$\angle BAC = 30° + 60° = 90°$
따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = \angle ABD = 30°$ 이다.
$\angle BAD = \angle ABD = 30°$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형
$\triangle ADC$ 는 정삼각형이고 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AC} = \overline{CD} = \overline{AD} = \overline{BD}$
따라서 $\overline{AC}$ 가 5cm 일 때, $\overline{BD}$ 는 5cm 이다.

19. 다음 그림에서 $\overline{BD} : \overline{CD} = 2 : 1$, $\overline{AE} : \overline{CE} = 2 : 3$, $\overline{AP} : \overline{DP} = 1 : 1$ 이다. $\triangle ABC = 30\,cm^2$ 일 때, $\triangle APE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad cm^2}$

▷ 정답 : $\underline{2\,cm^2}$

해설

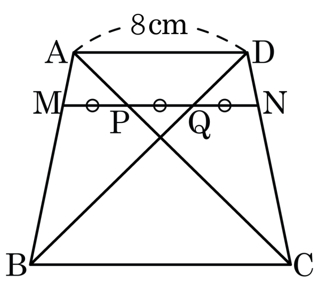
$\triangle APE = \triangle ABE - \triangle APB$ 이다.

$\triangle ABE = 30 \times \frac{2}{5} = 12$

$\triangle ABD = 30 \times \frac{2}{3} = 20$, $\triangle APB = \triangle ABD \times \frac{1}{2} = 10$

따라서 $\triangle APE = \triangle ABE - \triangle APB = 12 - 10 = 2(cm^2)$

20. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AM} : \overline{MB} = \overline{DN} : \overline{NC} = 1 : 3$ 이다.
$\overline{MP} = \overline{PQ} = \overline{QN}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.

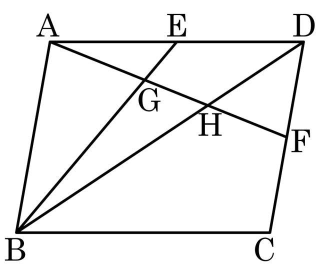


① 9cm　② 12cm　③ 15cm　④ 18cm　⑤ 21cm

해설

$\overline{AM} : \overline{MB} = \overline{DN} : \overline{NC} = 1 : 3$ 에서 $3 : 4 = \overline{MQ} : 8$ 이다.
따라서 $\overline{MQ} = 6$ 이다.
$\overline{MQ} = 2\overline{MP}$ 이므로 $\overline{MP} = 3\text{cm}$ 이다.
$1 : 4 = 3 : \overline{BC}$ 이므로 $\overline{BC} = 12$ 이다.

21. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 변 AD 와 변 CD 의 중점을 각각 E, F 이라 할 때, $\dfrac{\overline{\mathrm{AF}}}{\overline{\mathrm{GH}}}$ 의 값을 구하여라.

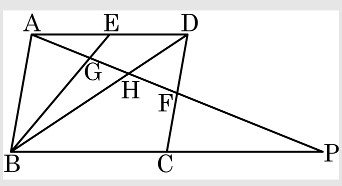


▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{15}{4}$

해설

그림과 같이 선분 AF 와 BC 의 연장선이 만나는 점을 P 라 하자.



점 H 는 삼각형 ACD 의 무게중심이므로

$\overline{\mathrm{AH}} = \dfrac{2}{3}\overline{\mathrm{AF}}$

삼각형 PAB 와 PCF 은 닮음비 2 : 1 로 닮은 도형이므로 $\overline{\mathrm{BP}} = 2\overline{\mathrm{CP}} = 2\overline{\mathrm{BC}}$

또 선분 AE 와 BP 는 평행하고

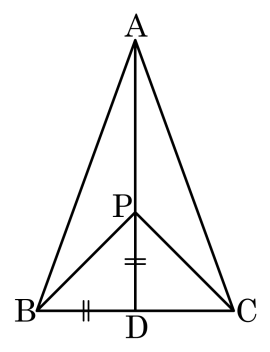
$\overline{\mathrm{AG}} : \overline{\mathrm{PG}} = \dfrac{1}{2}\overline{\mathrm{BC}} : 2\overline{\mathrm{BC}} = 1 : 4$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AG}} = \dfrac{2}{5}\overline{\mathrm{AF}}$

따라서 $\overline{\mathrm{HG}} = \overline{\mathrm{AH}} - \overline{\mathrm{AG}} = \dfrac{4}{15}\overline{\mathrm{AF}}$ 이므로

$\dfrac{\overline{\mathrm{AF}}}{\overline{\mathrm{GH}}} = \dfrac{15}{4}$ 이다.

22. 다음 그림에서 $\triangle ABP \equiv \triangle ACP$ 이다. $\overline{PD} = \overline{BD}$ 이고 $\overline{PD} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



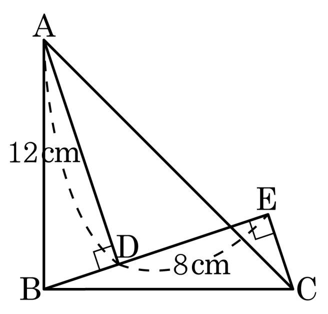
▶ 답： ______ cm

▷ 정답： 6 cm

해설

$\triangle ABP \equiv \triangle ACP$ 에서
$\overline{PB} = \overline{PC}, \overline{AB} = \overline{AC}, \angle BAD = \angle CAD$ 이므로
$\triangle ABD \equiv \triangle ACD(SAS)$ 합동
따라서 $\angle ADB = \angle ADC$
$\therefore \angle ADC = 90°$
$\therefore \overline{PD} = \overline{BD} = \overline{CD} = 6\,(\text{cm})$

23. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$ 인 직각이등변삼각형이다. $\angle ADB = \angle BEC = 90°$ 일 때, $\overline{EC}$ 의 길이는?



① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 7cm ⑤ 9cm

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle BCE$ 에서

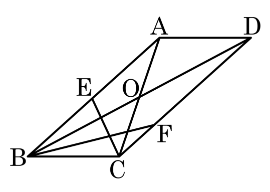
$\angle ADB = \angle BEC = 90°$, $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle ABD = \angle BCE$

$\triangle ABD \equiv \triangle BCE$ (RHA 합동)

$\overline{BD} = \overline{EC}$

$\therefore \overline{EC} = \overline{BE} - \overline{DE} = 12 - 8 = 4\,(\mathrm{cm})$

24. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BO}$, $\overline{BF}$ 는 $\angle B$ 의 삼등분선이다. $\angle BEC = 73°$, $\angle BCE = 65°$ 일 때, $\angle BFC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ______ °

▷ 정답: 28 °

해설

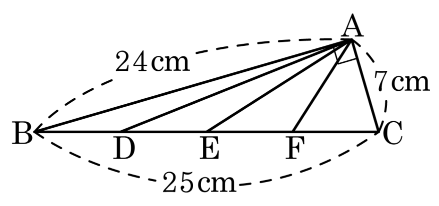
$\angle EBC = 180° - (73° + 65°) = 42°$

$\angle BCF = 180° - 42° = 138°$

$\angle FBC = 42 \div 3 = 14°$

$$\begin{aligned}\angle BFC &= 180° - (\angle BCF + \angle FBC)\\ &= 180° - (138° + 14°)\\ &= 28°\end{aligned}$$

25. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 $\overline{BC}$ 를 4 등분하는 점을 D, E, F 라 할 때, $\overline{AE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12.5 cm

해설

점 E 는 직각삼각형 ABC 의 외심이므로

$\overline{BE} = \overline{EC} = \overline{AE} = \frac{25}{2} = 12.5\,(\text{cm})$