1. 다음은 연산법칙을 이용하여 $(x+3)(x+2)$를 계산한 식이다.

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x+(x+3)\times 2\\ &= (x^2+3x)+(2x+6)\\ &= x^2+(3x+2x)+6\\ &= x^2+5x+6\end{aligned}$$

위의 연산과정에서 사용한 연산법칙을 바르게 고른 것은?

① 교환법칙, 결합법칙

② 교환법칙, 분배법칙

③ 분배법칙, 결합법칙

④ 결합법칙, 분배법칙, 교환법칙

⑤ 연산법칙을 사용하지 않았다.

해설

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x+(x+3)\times 2 \ \text{(분배)}\\ &= (x^2+3x)+(2x+6) \ \text{(분배)}\\ &= x^2+(3x+2x)+6 \quad \text{(결합)}\\ &= x^2+5x+6\end{aligned}$$

2. $x+\frac{1}{x}=1$ 일 때, $x^{101}+\frac{1}{x^{101}}$ 의 값은?

① 1 ② -1 ③ -2 ④ 2 ⑤ 101

해설

$x+\frac{1}{x}=1$ 에서 $x^2+1=x$

$\therefore\ x^2-x+1=0,\ x^3=-1$

$$
\begin{aligned}
(\text{준 식}) &= (x^3)^{33}\cdot x^2+\frac{1}{(x^3)^{33}\cdot x^2}\\
&= -x^2+\frac{-1}{x^2}=-\frac{x^4+1}{x^2}=-\frac{-x+1}{x^2}\\
&= \frac{x-1}{x^2}=1
\end{aligned}
$$

3. 다항식 $2x^3 + ax^2 + x + b$가 $x^2 - x + 1$로 나누어떨어질 때, $a - b$의 값은?

① -4　② -2　③ 2　④ 3　⑤ 5

해설

$2x^3 + ax^2 + x + b$
$= (x^2 - x + 1)(2x + c)$
$= 2x^3 + (c-2)x^2 + (2-c)x + c$
$\therefore\ a = c - 2,\ 1 = 2 - c,\ b = c$
$c = 1$이므로 $a = -1, b = 1$
$\therefore\ a - b = -2$

4. x에 관한 삼차식 x^3+mx^2+nx+1을 $x+1$로 나누면 나머지가 -5이고, $x-2$로 나누면 나머지가 1이라고 한다. 이 때, 상수 m,n에 대하여 $m+n$은?

① -1　　② 0　　③ 1　　④ 2　　⑤ 3

해설

$f(x)=x^3+mx^2+nx+1$이 라 하면,

$f(x)=(x+1)Q_1(x)-5$

$f(x)=(x-2)Q_2(x)+1$

$\therefore\ f(-1)=-1+m-n+1=-5$

$f(2)=8+4m+2n+1=1$

$m=-3,\quad n=2$

따라서 $m+n=-1$이다.

5. $x^4+2x^3-2x^2+2x-3$을 바르게 인수분해 한 것을 찾으면?

① $(x^2+1)(x+3)(x+1)$ ② $(x^2+1)(x+3)(x-1)$
③ $(x^2+1)(x-3)(x-1)$ ④ $(x^2-3)(x-1)(x+1)$
⑤ $(x^2+3)(x-1)(x+1)$

해설

$x^4+2x^3-2x^2+2x-3$
$=(x^4-2x^2-3)+2x^3+2x$
$=(x^2-3)(x^2+1)+2x(x^2+1)$
$=(x^2+1)(x^2+2x-3)$
$=(x^2+1)(x+3)(x-1)$

6. $a(b^2-c^2)+b(c^2-a^2)+c(a^2-b^2)$을 인수분해하면?

① $-(a-b)(b-c)(c-a)$
② $(a-b)(b-c)(a-c)$
③ $-(b-a)(b-c)(c-a)$
④ $(a-b)(b-c)(c-a)$
⑤ $(a-b)(b-c)(c+a)$

해설

(준식) $=(c-b)a^2+(b^2-c^2)a+bc(c-b)$
$=(c-b)\{a^2-(c+b)a+bc\}$
$=(c-b)(a-b)(a-c)$
$=(a-b)(b-c)(c-a)$

7. 세 실수 a, b, c 사이에 $a^2 - bc = b^2 - ac = c^2 - ab$ 인 관계가 성립할 때, $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ 의 값은?

① 0　　② 1　　③ 0, 2

④ 0, 1　　⑤ 0, 1, 2

해설

$a^2 - bc = b^2 - ac$ 에서 $(a^2 - b^2) + (ac - bc) = 0$

$\therefore\ (a+b+c)(a-b) = 0 \cdots$ ㉠

$b^2 - ac = c^2 - ab$ 에서 $(b^2 - c^2) + (ab - ac) = 0$

$\therefore\ (a+b+c)(b-c) = 0 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $a+b+c = 0$ 또는 $a = b = c$

한편 $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

$= (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$ 이므로

ⅰ) $a+b+c = 0$ 일 때 $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$

ⅱ) $a = b = c$ 일 때

(준식)$= 3a^3 - 3a^3 = 0$

따라서 $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$