1. 다음 중 다항식 x^4-8x^2-9의 인수가 아닌 것은?

① $x-3$

② $x+3$

③ x^2+1

④ x^2+9

⑤ x^3+3x^2+x+3

해설

준 식을 인수분해 하면

$$x^4-8x^2-9=(x^2+1)(x^2-9)$$
$$=(x^2+1)(x+3)(x-3)$$

⑤ $x^2(x+3)+x+3=(x^2+1)(x+3)$

2. 다음 세 다항식에서 최대공약수를 구하면?

$2x^2-3x+1,\quad 3x^2-x-2,\quad x^2+3x-4$

① $x-1$　② $2x-1$　③ $x-2$　④ $x+3$　⑤ $x+1$

해설

$2x^2-3x+1=(2x-1)(x-1)$
$3x^2-x-2=(3x+2)(x-1)$
$x^2+3x-4=(x+4)(x-1)$
따라서 최대 공약수는 $x-1$이다.

3. 두 다항식 $x^2 + ax + b$, $x^2 + 3bx + 2a$의 최대공약수가 $x - 1$일 때, $a + b$의 값을 구하면?

① 2　② 1　③ 0　④ -1　⑤ -2

해설

최대공약수가 $x - 1$이므로
$x^2 + ax + b$와 $x^2 + 3bx + 2a$는
모두 $x - 1$로 나누어 떨어져야 한다.
$\therefore\ 1 + a + b = 0$이고 $1 + 3b + 2a = 0$
따라서, $a = -2,\ b = 1$
$\therefore\ a + b = -1$

4. 실수 k 에 대하여 복소수 $z=2(k-i)-k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되도록 하는 k 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$z=2(k-i)-k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되려면 허수 부분이 0 이어야 한다.

$z=2(k-i)-k(1+i)^2$

$=2k-2i-2ki$

$=2k-(2+2k)i$

허수 부분이 0 이려면 $2+2k=0$ 이어야 한다.

따라서 $k=-1$

5. 실수 x 에 대하여 복소수 $(1+i)x^2-(1+3i)x-(2-2i)$ 가 순허수가 되도록 하는 x 의 값은?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$(1+i)x^2-(1+3i)x-(2-2i)$
$=(x^2-x-2)+(x^2-3x+2)i$
순허수가 되려면 (실수 부분)=0, (허수 부분)$\neq$ 0이어야 하므로
$x^2-x-2=0$, $x^2-3x+2\neq 0$
(i) $x^2-x-2=0$ 에서 $(x+1)(x-2)=0$
$\therefore\ x=-1$ 또는 $x=2$
(ii) $x^2-3x+2\neq 0$ 에서 $(x-1)(x-2)\neq 0$
$\therefore\ x\neq 1$ 또는 $x\neq 2$
따라서 (i), (ii) 에 의하여 $x=-1$

6. $\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\cdots+\frac{1}{i^{50}}$ 의 값은?

① $-1+i$ ② $-1-i$ ③ 0
④ $1+i$ ⑤ $1-i$

해설

$\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\cdots+\frac{1}{i^{50}}$

$\left(\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}\right)+\left(\frac{1}{i^5}+\frac{1}{i^6}+\frac{1}{i^7}+\frac{1}{i^8}\right)+\cdots$

$+\left(\frac{1}{i^{45}}+\frac{1}{i^{46}}+\frac{1}{i^{47}}+\frac{1}{i^{48}}\right)+\frac{1}{i^{49}}+\frac{1}{i^{50}}$

$=\left(\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1\right)+\left(\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1\right)+\cdots$

$+\left(\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1\right)+\frac{1}{i}-1$

$=\frac{1}{i}-1=-i-1$

7. 복소수 z의 켤레복소수 $\bar{z}$라 할 때 $(1+2i)z+3(2-\bar{z})=0$을 만족하는 복소수 z를 구하면?

① $z=2-3i$ ② $z=4-3i$ ③ $z=6-3i$
④ $z=2+3i$ ⑤ $z=4+3i$

해설

$z=a+bi, \bar{z}=a-bi$라 하면

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= (1+2i)(a+bi)+3(2-a+bi) \\
&= (6-2a-2b)+(2a+4b)i
\end{aligned}
$$

$\therefore 6-2a-2b=0, 2a+4b=0$

$\therefore a=6, b=-3$

$\therefore z=6-3i$

8. $\dfrac{2012^3+8}{2012\times2010+4}$ 의 값은?

① 2010 ② 2011 ③ 2012 ④ 2013 ⑤ 2014

해설

$a=2012$ 라 치환하면,

$$\begin{aligned}\frac{2012^3+8}{2012\times2010+4}&=\frac{a^3+2^3}{a\times(a-2)+4}\\&=\frac{(a+2)(a^2-2a+4)}{a^2-2a+4}\\&=2012+2\\&=2014\end{aligned}$$

9. 최소공배수가 x^3-3x+2 이고, 최대공약수가 $x-1$ 일 때, 이차항의 계수가 1 인 두 다항식의 합을 구하면?

① $2x^2+x-1$ ② $2x^2-x-1$ ③ $2x^2-x+1$
④ x^2-x-2 ⑤ x^2-x+2

해설

$L=abG,\ G=x-1$ 에서
$L=(x-1)^2(x+2)$
$A=(x-1)^2,\ B=(x-1)(x+2)$
$A+B=(x^2-2x+1)+(x^2+x-2)$
$\quad=2x^2-x-1$

10. x^2 의 계수가 1인 두 다항식 A, B에 대해 두 다항식의 곱이 $(x-1)\left(x^3+3x^2-9x+5\right)$ 이고, 두 다항식의 최소공배수가 $(x-1)^2(x+5)$ 일 때, 두 다항식의 상수항의 합은?

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

$AB=LG=(x-1)\left(x^3+3x^2-9x+5\right)$

$L=(x-1)^2(x+5)$ 이므로 $G=x-1$

따라서 x^2 의 계수가 1인 두 다항식은

각각 $(x-1)^2$, $(x-1)(x+5)$ 이다.

11. 두 다항식 A, B 의 최대공약수 G 를 $A \bigcirc B$, 최소공배수 L 을 $A \bigstar B$ 로 나타내기로 할 때, 다음 계산 과정의 (가), (나), (다) 에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

> $A = aG$, $B = bG$ (a, b 는 서로소)
> $A^2 \bigcirc AB =$ [(가)], $A^2 \bigcirc B^2 =$ [(나)]
> $\therefore \left(A^2 \bigcirc AB\right) \bigstar \left(A^2 \bigcirc B^2\right) =$ [(다)]

① A, G^2, A　　② aG^2, G, A　　③ A, AB, AG

④ aG^2, G^2, AG　　⑤ G, G, AB

해설

(가) $= A^2 \bigcirc AB =$(G^2a^2 과 G^2ab 의 최대공약수)
$= aG^2$
(나) $= A^2 \bigcirc B^2 =$(G^2a^2과G^2b^2 의 최대공약수)
$= G^2$
(다) $= \left(A^2 \bigcirc AB\right) \bigstar \left(A^2 \bigcirc B^2\right)$
$=$ ((가) 와 (나) 의 최소공배수) $= aG^2 = AG$

12. $\dfrac{1}{\sqrt{-2}-\sqrt{-1}}$의 값은 ?

① $1-\sqrt{2}$ ② $-1-\sqrt{2}$ ③ $(1+\sqrt{2})i$

④ $-(1+\sqrt{2})i$ ⑤ $(1-\sqrt{2})i$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{-2}-\sqrt{-1}} &= \frac{1}{\sqrt{2}-1}\times\frac{1}{i}\\ &= (\sqrt{2}+1)\times(-i)\\ &= -(1+\sqrt{2})i\end{aligned}$$

13. n 개의 수 $a_1, a_2, a_3 \cdots a_n$ 는 $1, -1, \sqrt{2}i, -\sqrt{2}i$ 중에서 하나의 값을 가진다고 한다. 보기 $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = 0$, $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \cdots + a_n^2 = 0$ 이라고 할 때, 다음 중 n 의 값이 될 수 있는 것은?

① 300 ② 303 ③ 305 ④ 308 ⑤ 310

해설

$a_1, a_2, \cdots a_n$ 중 1이 a 개, -1 이 b 개 , $\sqrt{2}i$ 가 c 개, $-\sqrt{2}i$ 가 d 개 있다고 하면, a, b, c, d 는 음이 아닌 정수

$a_1 + a_2 + \cdots + a_n$

$= 1 \times a + (-1) \times b + (\sqrt{2}i) \times c + (-\sqrt{2}i) \times d$

$= a - b + \sqrt{2}i\,(c - d) = 0$

a, b, c, d 는 실수이므로 $a - b, c - d$ 도 실수

복소수의 상등에 의해 $a = b,\ c = d \cdots$ ①

$a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2$

$= 1^2 \times a + (-1)^2 \times b + (\sqrt{2}i)^2 \times c + (-\sqrt{2}i)^2 \times d$

$= a + b - 2c - 2d = (a + b) - 2(c + d) = 0$

$a + b = 2(c + d)$

$2a = 4c(\because$ ①$)$

$\therefore\ a = 2c$

$\therefore\ a : b : c : d = 1 : 1 : 2 : 2$

$\therefore\ n = a + b + c + d = 6a$, n 은 6 의 배수

14. $\sqrt{(x-1)^2}+\sqrt{(3-x)^2}=x+3$은 서로 다른 두 실근을 갖는다. 이 두 실근을 α, β라 할 때, $3\alpha\beta$의 값은?

① 3　　② 5　　③ 7　　④ 9　　⑤ 11

해설

(준식)$=|x-1|+|3-x|=x+3$

i) $x<1$

$-x+1+3-x=x+3$, $3x=1$

$\therefore x=\frac{1}{3}$

ii) $1\le x<3$

$x-1+3-x=x+3$,

$x=-1$(해가 아니다)

iii) $x\ge 3$

$x-1-3+x=x+3x=7$

두 근이 $\frac{1}{3}$, 7

$\therefore 3\alpha\beta=7$